

57-43
JAN 22
1957

6. FOLGE, 1956. BAND 18, HEFT 5-8

UNIVERSITY
OF MICHIGAN

JAN 18 1957

PHYSICS
LIBRARY

ANNALEN DER PHYSIK

Gegründet 1799 durch F. A. C. Gren
Fortgeführt durch L. W. Gilbert, J. C. Poggendorff,
G. und E. Wiedemann, P. Drude,
W. Wien, M. Planck, E. Grüneisen

Der ganzen Reihe 453. Band

Kuratorium:

W. GERLACH, CHR. GERTHSEN, F. HUND, W. KOSSEL †,
M. v. LAUE, W. MEISSNER, R. W. POHL, R. ROMPE,
R. SEELIGER, W. WEIZEL

Herausgegeben von

H. KOPFERMANN
Heidelberg

F. MÖGLICH
Berlin



JOHANN AMBROSIOUS BARTH / VERLAG / LEIPZIG

Redaktionsschluß am 1. November 1956

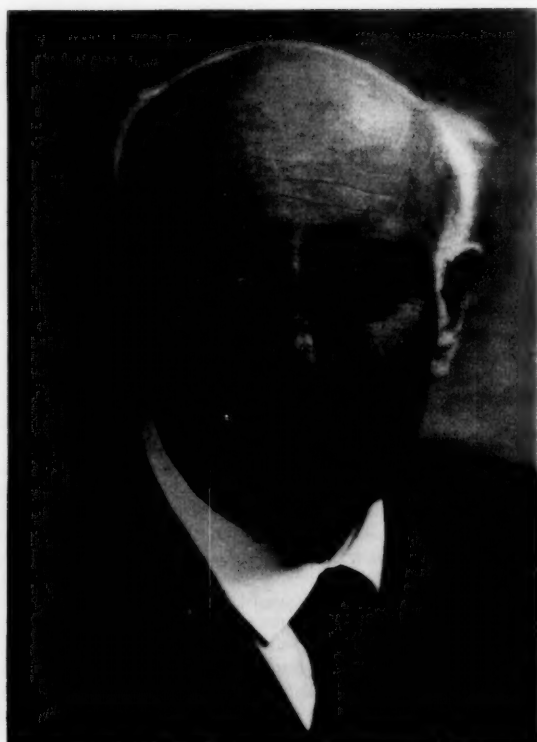
Inhalt

Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstage	225
A. Bauer und P. Schulz, Augsburg und Karlsruhe: Eine teilwandstabilisierte Xenon-Hochdrucklampe kleiner Leistung. Mit 3 Abbildungen.....	227
F. Möglich, Berlin: Zur Hydrodynamik wirbelfreier Elektronenfelder	230
K. Wojacek und K. Rademacher, Berlin: Über die Beweglichkeit der Elektronen im nichtisothermen Argonplasma. Mit 6 Abbildungen	237
W. Flüge, Greifswald: Zur Theorie der stationären Mikrowellenentladung. Mit 8 Abbildungen	251
G. Mierdel, Dresden: Die Zündung positiver Säulen aus einem Niederdruckplasma heraus. Mit 8 Abbildungen	262
H.-G. Schöpf, Greifswald: Erhaltung und Invarianz	278
J. Wilhelm, Greifswald: Zum Übergang Plasma-Raumladungsschicht. Mit 6 Abbildungen	288
F. Schneider, Greifswald: Objektive spektralphotometrische Untersuchungen in der Glimmentladung. Mit 14 Abbildungen	297
H. Burek, Berlin: Bestimmung des radialen Dichte- und Temperaturverlaufs in einer Xenon-Hochdrucklampe	312
W. Kluge und A. Schulz, Stuttgart: Die selbständige Entladung in gasgefüllten Photozellen. Mit 7 Abbildungen	321
E. Nölle, Berlin: Ein neues Verfahren zur Messung des Raumpotentials in Niederdruckentladungen. Mit 8 Abbildungen	328
W. Bez, K. H. Höcker und B. Mayser, Stuttgart: Der Anodenfall in Niederdruckentladungen. Mit 1 Abbildung	335
J. Euler, Frankfurt/Main: Die axiale Temperaturverteilung im Inneren der Anode des Kohlebogens und das Wärmeleitvermögen von Graphit bei hohen Temperaturen. Mit 15 Abbildungen	345
W. Feldt und H. Raether, Hamburg: Über die Statistik des Zündverzuges. Mit 3 Abbildungen	370
W. Legler, Hamburg: Statistische Probleme bei Nachlieferungsprozessen und beim Townsend-Aufbau von Gasentladungen. Mit 2 Abbildungen	374
W. Köhrmann, Hamburg: Der Einfluß der Luftfeuchtigkeit auf den elektrischen Durchschlag in Luft. Mit 6 Abbildungen	379
G. A. Schröder, Hamburg: Der Einfluß der Luftfeuchtigkeit auf die Durchbruchspannung einer Plattenfunkenstrecke. Mit 1 Abbildung	385
A. Bauer, Augsburg: Untersuchungen über den Kathodenfall in den Übergangsbereichen vom Thermobogen zum Feldbogen und vom Bogen zur Glimmentladung. Mit 3 Abbildungen	387
P. Schulz und B. Steck, Karlsruhe: Untersuchungen über die positive Säule von Xenon-Hochdruckbögen höherer Belastung. Mit 11 Abbildungen	401
W. Weizel und G. Müller, Bonn: Die Verteilung der Stromdichte über die Kathode einer Glimmentladung. Mit 24 Abbildungen	417
H. Maecker, Erlangen: Über den Querschnitt des Fluoratoms gegenüber Elektronenstoß. Mit 4 Abbildungen	441
M. Fucks und H. Niesters, Aachen: Wurzelgesetze und Zündstrom. Mit 11 Abbildungen	447
Namenregister für Band 17 und 18	455

Diesem Heft liegt ein Prospekt „Physikalische Abhandlungen aus der Sowjetunion“ der Akademischen Verlagsgesellschaft, Geest & Portig K.-G., Leipzig, bei.

225
227
230
237
251
262
278
288
297
312
321
328
335
345
370
374
379
385
387
401
417
441
447
455

ion"



R. Müller

A
6. F

A
An d
verb
Plas
I
Math
zum
Prof
Fors
F
nähe
Gibt
schri
Hoch
nich
oder
sind
Bem
zusa
büch
Ges
arbe
Phy
V
für
char
such
ist
der
Pro
sein

exa
eign
run
the
um
arbe

ANNALEN DER PHYSIK

6. FOLGE * BAND 18, HEFT 5-8 * 1956

RUDOLF SEELIGER

zum 70. Geburtstage

Am 12. November 1956 feiert Rudolf Seeliger seinen 70. Geburtstag. An diesem Tage ist eines Mannes zu gedenken, dessen Name besonders eng verbunden ist mit der vehementen Entwicklung der Gasentladungs- und Plasmaphysik in den letzten 50 Jahren.

In München geboren, studierte er nach dem Abitur in seinem Heimatort Mathematik und Physik unter A. Sommerfeld und promovierte dort 1909 zum Dr. phil. Nach seiner Habilitation 1915 in Berlin wurde er 1918 als Professor nach Greifswald berufen und ist seitdem dort ununterbrochen in Forschung und Lehre erfolgreich tätig.

Es ist nicht möglich, im Rahmen dieser wenigen Zeilen einen auch nur annähernd umfassenden Überblick über die Fülle seiner Arbeiten zu geben. Gibt es doch kaum ein Gebiet der Gasentladungsphysik, an dessen Fortschritt Seeliger nicht bedeutenden Anteil hätte, ob man an die Fragen der Hoch- oder der Niederdruckentladungen, an Fragen des stationären oder des nichtstationären Plasmas, an Probleme der sauberen Experimentiertechnik oder der theoretischen Durchdringung denkt. Die Ergebnisse seiner Forschung sind in mehr als 100 Veröffentlichungen niedergelegt. Sie umfassen kritische Bemerkungen zu dem jeweiligen Stand der Erkenntnisse, richtungsweisende zusammenfassende Berichte, Handbuchartikel, pädagogisch wertvolle Lehrbücher und viele Originalarbeiten mit bedeutenden neuen Erkenntnissen, Gesichtspunkten und experimentellen Ergebnissen. Vieles des von ihm Erarbeiteten ist über die Lehrbücher längst zum allgemeinen Gebrauchsgut der Physiker, speziell der Gasentladungsfysiker, in aller Welt geworden.

Wer denkt z. B. noch daran, daß der Begriff der Anregungsfunktion, der für das Verständnis der Lichtemission der Gasentladungen und ihres Mechanismus so bedeutsam ist, von ihm im Zusammenhang mit seinen Untersuchungen über das negative Glimmlicht eingeführt worden ist. Überhaupt ist die Frage des Rückschlusses von der Lichtemission auf die Prozesse in der Entladung ein von ihm frühzeitig erkanntes, immer wieder aufgegriffenes Problem. Im Jahre 1912 fand er dabei zusammen mit Gehrke das Vorhandensein definierter Anregungsstufen.

Seiner Ausbildung nach Theoretiker, betonte er immer wieder, daß nur exakte Versuchsbedingungen und klare experimentelle Fragestellungen geeignet sind, die Probleme der Gasentladungsphysik einer theoretischen Klärung zugänglich zu machen. Von daher sind z. B. seine experimentellen und theoretischen Arbeiten über die Sonden zu verstehen. Seinen Bemühungen um experimentelle Sauberkeit, durchgeführt in stiller und mühevoller Kleinarbeit unter Mitwirkung seiner Mitarbeiter, verdanken wir in vielen Bereichen

der Gasentladungsphysik, besonders im Niederdruckgebiet, überhaupt die ersten zuverlässigen Daten über Gasentladungen. Man denke etwa an die Bestimmung der normalen Stromdichte bei Glimmentladungen oder an die Messung des Gradienten der positiven Säule in Edelgasentladungen. Ein weiterer Arbeitsbereich, auf dem Seeliger Pionierarbeit auf weite Sicht geleistet hat, ist die Physik der Entladungen in Molekülgasen, besonders der Sauerstoffentladung. Es ist nicht zu bezweifeln, daß gerade seine mühsamen und schwierigen Arbeiten in das wissenschaftliche Fundament einer künftigen Gasentladungschemie eingehen werden. Damit stehen in gewissem Zusammenhang auch seine theoretischen Arbeiten über die Ionosphäre. Weitere bedeutende Arbeiten beziehen sich auf den Kathodenfallmechanismus, die Kathodenzerstäubung, den Bogenmechanismus, den Übergang von der Glimm- zur Bodenentladung und die Plasma-Schwingungen.

Nicht weniger erfolgreich war seine Lehrtätigkeit an der Greifswalder Universität, wie eine große Zahl von dankbaren Schülern in vielen Ländern der Welt bezeugt, die ihre von Seeliger erhaltene Ausbildung in Wissenschaft und Technik nutzbar machen. Auch jetzt noch wirkt Seeliger trotz seines vorgerückten Alters nicht nur als Direktor, sondern als spiritus rector seines 1952 gegründeten Instituts für Gasentladungsphysik der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin im Kreise seiner begabten Schüler und Kollegen.

In Anerkennung seiner Verdienste um die Gasentladungsphysik wurde er 1949 zum ordentlichen Mitglied der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin gewählt. 1950 wurde er mit dem Nationalpreis ausgezeichnet.

Wir alle, Freunde, Mitarbeiter, Schüler, insbesondere aber auch Kuratorium, Herausgeber und Verlag wünschen uns noch für lange Jahre seine so fruchtbare Mitarbeit, dem Jubilar aber auch von Herzen die verdiente Freude über die Früchte seiner großen Arbeit.

Robert Rompe.

Es
einem
das E
rungs

Di
tinuun
eines
Strah
von d
für w
gangs
ein B
die Z
Boger
im U
nahen
mit g
tiven
sierte
Millim
erziele
meide
für S
Im fo
die b
besitz
lung

1)
Z. Na
2)
3)

Eine teilwandstabilisierte Xenon-Hochdrucklampe kleiner Leistung

Von A. Bauer und P. Schulz

Mit 3 Abbildungen

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstage gewidmet

Inhaltsübersicht

Es wird eine Xenon-Hochdruckentladungslampe niedriger Belastung mit einem längeren Bogen beschrieben, der dadurch stabilisiert wird, daß durch das Eigenmagnetfeld des Stromes in den Zuführungen die Säule in eine Führungsrinne gedrückt wird.

Die Säule einer Xenon-Hochdruckentladung strahlt bekanntlich ein Kontinuum aus, dessen spektrale Verteilung im sichtbaren Bereich derjenigen eines schwarzen Körpers von rd. 5200° entspricht¹⁻³). Im Gegensatz zur Strahlung einer Wolfram-Glühlampe ist die Verteilungstemperatur nur wenig von der Belastung abhängig. Um die Strahlung des Xenon-Hochdruckbogens für wissenschaftliche Zwecke auszunutzen, z. B. zur Ausleuchtung des Eingangspaltes von optischen Geräten, vor allem von Spektralapparaten, ist ein Bogen entsprechender Längen- und Breitenausdehnung erwünscht. Für die Zwecke eines Vergleichs- und Standardstrahlers, für die sich der Xenon-Bogen in weiten Spektralbereichen eignet (Kontinuum im Sichtbaren und im Ultraviolett für Wellenlängen $\lambda > 2200 \text{ \AA}$; intensive Linienstrahlung im nahen Infraroten zwischen 8000 und 10000 \AA), ist eine lange Lebensdauer mit geringer Änderung sowohl der absoluten Strahldichte als auch der relativen spektralen Strahldichteverteilung erforderlich. In elektrodenstabilisierten Kurzbogenlampen läßt sich bei Elektrodenabständen von einigen Millimetern nur mit hohen Stromstärken eine ziemlich ruhig brennende Säule erzielen. Kurzzeitige Intensitätsschwankungen sind auch hier nicht zu vermeiden. Auch ist die Konstanz der Strahldichte über lange Zeiträume, die für Standard-Lichtquellen gefordert werden muß, nicht leicht zu erzielen. Im folgenden soll eine Xenon-Hochdruckentladungsröhre beschrieben werden, die bei mäßiger Stromstärke einen gleichmäßigen, ruhig brennenden Bogen besitzt und absolute Strahldichte sowie relative spektrale Strahldichteverteilung auch bei mehr als tausendstündlichem Betrieb nur wenig ändert.

¹) P. Schulz, Reichsberichte f. Physik **1**, 147 (1944); Ann. Physik **1**, 95 u. 107 (1947); Z. Naturforschg. **2a**, 583 (1947).

²) K. Larché, Lichttechnik **2**, 41 (1950); Z. Physik **132**, 544 (1952); **136**, 74 (1953).

³) H. Kienle, Mitt. Astronom. Ges. 1952.

Eine solche Entladungsröhre, die aus Quarz gefertigt ist, zeigt Abb. 1. Die Betriebsstromstärke beträgt 3 A; die Brennspannungen liegen zwischen 30 und 35 V bei einem Betriebsdruck von etwa 12 Atm. Der Bogen brennt zwischen zwei Wolfram-Elektroden 1 und 2 und hat eine Länge von 1,2 cm. Er wird durch das Magnetfeld der bei einer Anordnung nach Abb. 1 entstehenden Stromschleife in eine dem Quarzkolben eingeprägte Rinne 3 gedrängt, wodurch eine Stabilisierung des langen Bogens erfolgt. Wegen der Berührung mit dem Quarz kann an dieser Stelle eine gewisse Schwärzung

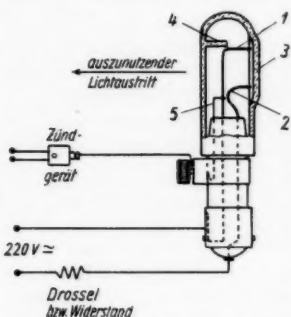


Abb. 1. Xenon-Hochdrucklampe mit langem Bogen

ender Teilchen im Dom des Quarzkolbens und eine Schwärzung der optisch benutzten Kolbenzone tritt auch nach vielen hundert Brennstunden nicht ein. Um eine räumlich und zeitlich gleichmäßige Ausleuchtung des Eingangspaltes eines Spektralapparates zu erhalten, wird zweckmäßigerweise nur der mittlere Bogenteil bis zu etwa 8 mm Länge verwandt.

Die Röhre ist sowohl an Gleich- als auch an Wechselstrom zu betreiben. Am bequemsten ist der Betrieb am Wechselstrom unter Vorschaltung einer Drossel, die auf 3,2 A Kurzschlußstrom eingestellt wird. Bei hohen Ansprüchen an die Konstanz der Strahldichte ist jedoch Gleichstrombetrieb vorzuziehen. Die Konvektionsströmung erzeugt bei senkrechter Brennlage Intensitätsschwankungen von maximal einigen Prozenten. Durch Kippen der Lampe in waagerechte Brennlage (mit der Rinne nach oben) lassen sich auch diese weitgehend vermeiden, so daß die Schwankungen der Strahlstärke unterhalb von 1% liegen. Im übrigen lassen sich durch eine elektronische Regelung der Stromstärke, die an Lampen des vorliegenden Typs von Heller⁴⁾ durchgeführt wurde, die kurzzeitigen Intensitätsschwankungen auf unter 0,3% herabdrücken.

Die Zündung der Lampe geschieht durch einen Hochspannungsstoß über die Zündsonde 5 an einer Stelle größter Annäherung der Elektroden, um hohe Zündspannungen zu vermeiden. Sie kann bei Betrieb an 220 V Netzspannung mit den üblichen Zündinduktoren erfolgen. Nach der Zündung wandert der Bogen unter Einwirkung des Eigenmagnetfeldes der stromdurchflossenen Zuführungen in die richtige Brennlage. Die Zündung kann auch ohne Verwendung einer gesonderten Zündsonde bewirkt werden, wenn der Zündstoß auf die

⁴⁾ Th. Heller, Z. Astrophysik 38, 55 (1955).

eine Hauptelektrode gegeben und das Netz durch eine Hochfrequenzdrossel gegen den Hochspannungsstoß abgeschirmt wird.

Die spektrale Energieverteilung der kontinuierlichen Strahlung des Xenon-Bogens ist Gegenstand einiger Untersuchungen gewesen. Neuerdings hat Heller⁴⁾ eine Durchmessung für den Bereich von 3700 bis 5300 Å vorgenommen. Er kommt zu einer Verteilungstemperatur für das Kontinuum in der vorliegenden Entladungslampe von 5572°. Dieser Wert liegt merklich über den für Kurzbogenlampen 1944 von Schulz¹⁾ und 1952 von Kienle²⁾ angegebenen Temperaturen von rd. 5200° bzw. 5214° (für $3100 < \lambda < 6000$ Å). In einer Diskussion der Ergebnisse kommt Heller zu dem Schluß, daß vorläufig (d. h. bis zu einem direkten Anschluß an den schwarzen Körper) $T = 5242^\circ$ als wahrscheinlicher Wert für die Verteilungstemperatur des Xenon-Bogens anzusehen ist.

Die Lichtstärke beträgt rd. 90 cd und die mittlere Leuchtdichte etwa 400 sb bei einer zugrunde gelegten Breite des Bogens von 1,8 mm. Eine Spektralaufnahme des sichtbaren Gebiets zeigt Abb. 2, eine solche des ultravioletten

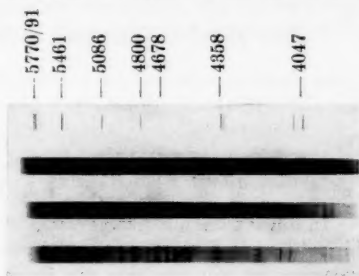


Abb. 2. Spektrum der Xenon-Hochdrucklampe im Sichtbaren (zum Vergleich Spektrum der Hg-Cd-Spektrallampe)

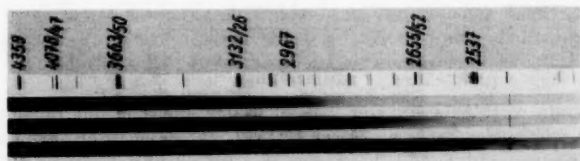


Abb. 3. Ultraviolettes Spektrum der Xenon-Hochdrucklampe (mit Hg-Spektrum zum Vergleich)

Bereiches Abb. 3. Im Sichtbaren überwiegt die kontinuierliche Strahlung. Die schwachen Linien im Bereich von 4500 bis 4900 Å sind Xenon-Linien. Das Kontinuum im Ultravioletten reicht mit seinem Ausläufer bis zur Grenze der Quarzabsorption bei etwa 2000 Å. Das schwache im fernerem UV auftretende Linienspektrum rührt von verdampftem Wolfram und Silizium her.

Augsburg, Osram-Studiengesellschaft für elektrische Beleuchtung und Karlsruhe, Lichttechnisches Institut der Technischen Hochschule.

Bei der Redaktion eingegangen am 20. August 1956.

Zur Hydrodynamik wirbelfreier Elektronenfelder

Von F. Möglich

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstag gewidmet

Inhaltsübersicht

In einer früheren Arbeit hat Verf. gezeigt, daß die Bewegungsgleichungen für sehr viele Elektronen in wirbelfreie und wirbelbehaftete Zustände unterteilt werden können. Da die Helmholtzschen Wirbelsätze auch für diese Bewegungsgleichungen gelten, bleiben wirbelfreie Zustände im Laufe der Bewegung wirbelfrei. Die hydrodynamischen Gleichungen für solche wirbelfreien Felder können in eine Form übergeführt werden, die auch im klassischen Falle einer Schrödingerschen Wellengleichung entspricht und sich von der in der Quantentheorie anzuwendenden Schrödingergleichung nur um ein Glied im Ausdruck für die Energie unterscheidet. Wenn dieses Glied gegen die übrigen Energieanteile vernachlässigbar klein ist, so stimmen Quantentheorie und klassische Theorie in ihren Ergebnissen überein.

Einleitung

Eine Reihe von Arbeiten der letzten Jahre, die sich die Behandlung der Bewegung sehr vieler Teilchen unter Berücksichtigung ihrer Wechselwirkung zur Aufgabe gemacht haben, benutzen hierzu hydrodynamische Methoden¹⁾. Die Gründe hierfür sind zweifach. Einerseits erwartet man, daß sich sehr viele Teilchen näherungsweise wie ein Kontinuum verhalten müssen, andererseits gibt es auch grundsätzliche Erwägungen, bei denen wesentlicher Gesichtspunkt die Vermutung ist, daß die Existenz einer Korpuskel bereits ein quantenmechanisches Phänomen darstellt, so daß eine saubere Trennung von klassischen und quantentheoretischen Prinzipien in einer Punktmechanik kaum möglich ist. Es soll dabei die grundsätzliche Frage, wieweit die Hydrodynamik ohne Anleihen aus der Punktmechanik überhaupt begründbar ist, hier gar nicht erörtert werden.

¹⁾ R. Kronig, J. Korringa, *Physica* **10**, 406 (1943); R. Kronig, A. Thellung, *Physica* **18**, 749 (1952); A. Thellung, *Physica* **19**, 217 (1953); J. M. Ziman, *Proc. R. Soc.* **219**, 257 (1953); P. A. M. Dirac, *Proc. R. Soc.* **209**, 291 (1951), **212**, 330, (1952), **223**, 438 (1954); O. Buneman, *Proc. R. Soc.* **215**, 346 (1952); O. Buneman, *Proc. phys. Soc. B.* **63**, 278 (1950). *Proc. Conf. on dynamics of ionised media*, London University College, 1951; T. M. Cherry, *Rep. Coun. Sci Industr. Res. Aust. no. MUM-1*; V. C. A. Ferraro, *Proc. London Math. Soc.* (2), **49**, 77 (1955); D. Gabor, *Proc. Inst. Radio Engrs. NY.* **33**, 792 (1945). *Course on advanced electron dynamics*, London: Imperial College 1951; F. Möglich, R. Rompe, *Ann. Physik* (6), **1**, 27 (1947), **3**, 322 (1948). **4**, 335 (1949). **6**, 177 (1950).

Auch für die Theorie des Plasmas und für die Supraleitung haben hydrodynamische Untersuchungen Bedeutung. Für die Plasmatheorie wird es sich in erster Linie um die Herausarbeitung neuer, bequemerer Methoden handeln, während bei der Supraleitung die grundsätzliche Frage zur Erörterung gestellt werden muß, inwieweit die elektrodynamischen Prinzipien, die wir heute als richtig ansehen, überhaupt geeignet sind, die Supraleitung auf korpuskularer Basis theoretisch zu deuten.

Im folgenden soll lediglich für den Fall einer wirbelfreien hydrodynamischen Strömung gezeigt werden, daß die hydrodynamischen Gleichungen in eine Form übergeführt werden können, die einer Schrödingerschen Gleichung entsprechen. Es scheint doch, als ob die hydrodynamischen Formulierungen der Quantentheorie besser angepaßt sind, als die Formulierungen der Punktmechanik.

1. Wirbelfelder und wirbelfreie Felder

Ausgangspunkt unserer Überlegungen sind die Bewegungsgleichungen für eine Elektronenflüssigkeit. Sie lauten²⁾:

$$\frac{\partial p}{\partial t} - \mathbf{u} \times \text{rot } p + \text{quad} \left\{ \frac{m}{2} \mu^2 - e \varphi \right\} = 0. \quad (1)$$

Hier bedeutet p den Vektor des Impulses.

$$p = m \cdot \mathbf{u} - \frac{e}{c} \mathfrak{A}, \quad (2)$$

wo \mathbf{u} der Vektor der Geschwindigkeit, m die Masse eines Elektrons und \mathfrak{A} das Vektorpotential der äußeren Felder und der von der Elektronenflüssigkeit erzeugten „inneren“ Felder bedeutet. \mathfrak{A} und das elektromagnetische Potential φ sollen der Lorentz-Konvention genügen:

$$\text{div } \mathfrak{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0.$$

Mit dem Strom

$$\mathbf{j} = + \varrho \mathbf{u}$$

und der Dichte ϱ stehen \mathfrak{A} und φ dann im folgenden Zusammenhang:

$$\Delta \mathfrak{A} - \frac{1}{c^2} \ddot{\mathfrak{A}} = - \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} \quad \Delta \varphi - \frac{1}{c^2} \ddot{\varphi} = - 4\pi \varrho.$$

Strom und Dichte genügen natürlich der Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div } (n \mathbf{u}) = 0, \quad (3)$$

wobei $n = \frac{1}{e} \cdot \varrho$ gesetzt wurde. Die Gleichungen (1) und (3) zusammen mit der Gleichung (2) geben die vollständige Beschreibung unserer Elektronenflüssigkeit.

Im folgenden brauchen wir ferner den Ausdruck für die Gesamtenergie als Funktion der Impulskomponenten p_i und der Eulerschen Koordinaten x_i . Wie man sich leicht überlegt, ist diese gegeben durch

$$\mathfrak{H} = \int dx_1 dx_2 dx_3 n(x_1 x_2 x_3) \left\{ \frac{1}{m} \sum p_i^2 + \frac{e}{m c} \sum p_i \mathfrak{A}_i + \frac{e^2}{2 m c^2} \mathfrak{A}^2 - e \varphi \right\}. \quad (4)$$

²⁾ F. Möglich, Verh. d. Dt. Akad. d. Wiss., Berlin, im Erscheinen.

Wenn für den Vektor p der Gleichung (2) sich für alle Zeiten die Gleichung

$$\operatorname{rot} p = 0$$

erfüllen läßt, sprechen wir von wirbelfreien Feldern. Ist diese Gleichung nicht oder nicht immer erfüllbar, nennen wir die Felder Wirbelfelder. Im ersten Falle können wir für p offenbar die Darstellung

$$p = \operatorname{grad} W \quad (5)$$

anwenden.

Wenn aber $\operatorname{rot} p \neq 0$ ist, so muß an die Stelle von (5) eine allgemeinere Gleichung treten, die wir jetzt ableiten. Wir bezeichnen den Vektor $\operatorname{rot} p$ mit \mathfrak{G} und nehmen an, daß \mathfrak{G} nicht verschwindet. Für diesen Vektor \mathfrak{G} muß dann offenbar die Bedingung der Divergenzfreiheit erfüllt sein

$$\operatorname{div} \mathfrak{G} = 0.$$

Nun folgt aber aus

$$\operatorname{div} \mathfrak{A} \times \mathfrak{C} = \mathfrak{C} \operatorname{rot} \mathfrak{A} - \mathfrak{A} \operatorname{rot} \mathfrak{C}$$

für $\mathfrak{A} = \operatorname{grad} \chi$, $\mathfrak{C} = \operatorname{grad} \sigma$ offenbar

$$\operatorname{div} (\operatorname{grad} \chi \times \operatorname{grad} \sigma) = 0.$$

Umgekehrt kann man aus der Gleichung $\operatorname{div} \mathfrak{G} = 0$ immer auf

$$\mathfrak{G} = \operatorname{grad} \chi \times \operatorname{grad} \sigma$$

schließen. Da \mathfrak{G} hierbei durch zwei willkürliche Funktionen χ und σ dargestellt ist, ist diese Lösung für \mathfrak{G} auch die allgemeinste. Dies auf $\mathfrak{G} = \operatorname{rot} p$ angewandt, ergibt:

$$\operatorname{rot} p = \operatorname{grad} \chi \times \operatorname{grad} \sigma.$$

Da ferner

$$\operatorname{rot} (\chi \operatorname{grad} \sigma) = \operatorname{grad} \chi \times \operatorname{grad} \sigma,$$

findet man für p als allgemeinste Darstellung

$$p = \operatorname{grad} W + \chi \operatorname{grad} \sigma. \quad (6)$$

Dies ist die von Clebsch in die Hydrodynamik eingeführte Gleichung, die auch als Transformation von Clebsch bezeichnet wird.

Gehen wir mit dem Ansatz (6) in die Gleichung (1) ein, so erhalten wir:

$$\operatorname{grad} \left\{ \dot{W} + \chi \dot{\sigma} + \frac{m}{2} u^2 - e \varphi \right\} - \operatorname{grad} \chi \frac{d\sigma}{dt} + \operatorname{grad} \sigma \frac{d\chi}{dt} = 0.$$

Hier bedeuten die „substantziellen“ Differentiationen nach der Zeit:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \operatorname{grad} \sigma \quad \frac{d\chi}{dt} = \frac{\partial \chi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \operatorname{grad} \chi.$$

Wie man leicht sieht, wird diese Gleichung durch die Ansätze

$$\dot{W} + \chi \dot{\sigma} + \frac{m}{2} u^2 - e \varphi = 0 \quad (7)$$

und

$$\frac{d\chi}{dt} = \frac{d\sigma}{dt} = 0 \quad (8)$$

befriedigt.

Mit Hilfe der Gleichungen (8) kann man übrigens leicht zeigen, daß die Summe aus dem mechanischen Drehimpuls und dem elektromagnetischen

Drehimpuls, die gerade durch $\text{rot } p$ dargestellt wird, eine zeitliche Invariante ist. Wir bilden hierzu

$$M = \int \text{rot } p \, d\vec{f} = \int \sum (\text{rot } p)_i \, d\vec{f}_i. \quad (9)$$

Hier sind die $d\vec{f}_i = dx_k \cdot dx_l$, wo i, k, l in zyklischer Folge die Zahlen 1, 2, 3 bedeuten. Aus Gleichung (6) folgt aber, daß die Komponenten von $\text{rot } p$ als zweireihige Funktionaldeterminanten geschrieben werden können:

$$(\text{rot } p)_i = \frac{\partial(\chi, \sigma)}{\partial(x_k, x_l)} \quad (i, k, l = 1, 2, 3 \text{ zyklisch}).$$

Daraus folgt dann für M :

$$M = \int d\chi \, d\sigma. \quad (10)$$

Zur Zeit $t + dt$ gilt offenbar

$$M(t + dt) = \int d\chi(t + dt) \, d\sigma(t + dt) = \int d\chi(t) \, d\sigma(t) \left\{ 1 + dt \left[\frac{\partial d\chi}{\partial t} + \frac{\partial d\sigma}{\partial t} \right] \right\}$$

und wegen der Gültigkeit der Gleichungen (8) verschwindet der mit dt multiplizierte zusätzliche Term. Die Größe ist daher wirklich eine zeitliche Invariante. Da das Integral für M über eine beliebige Fläche erstreckt werden kann, schließt man von $M = 0$ auf $\text{rot } p = 0$. Wenn also $\text{rot } p$ zur Zeit $t = 0$ verschwindet, ist es für alle Zeiten Null. Daher kann man die Gleichung (5) als Darstellung eines wirbelfreien Feldes für alle Zeiten ansehen.

2. Die kanonischen Bewegungsgleichungen des wirbelfreien Falles

Für den wirbelfreien Fall kann man offenbar $\chi = \sigma = 0$ setzen. Dann geht die Gleichung (6) in die Gleichung (5) über. Die Gleichung (7) nimmt die einfachere Gestalt

$$\dot{W} + \frac{m}{2} \mu^2 - e \varphi = 0 \quad (11)$$

an. Setzt man hier für die Geschwindigkeit

$$u = \frac{1}{m} p + \frac{e}{mc} \mathfrak{A},$$

so geht (11) über in

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{1}{2m} (\text{grad } W)^2 + \frac{e}{mc} \mathfrak{A} \text{ grad } W + \frac{e^2}{2mc^2} \mathfrak{A}^2 - e \varphi = 0, \quad (12)$$

die offenbar die Form einer Hamiltonschen Differentialgleichung besitzt.

Wenn wir in der Gleichung (4) für das Energiefunktional \mathfrak{H} den Impulsvektor p durch $\text{grad } W$ ersetzen, so sieht man sofort, daß die Gleichung (12) geschrieben werden kann in der Form:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\delta \mathfrak{H}}{\delta(-n)}, \quad (13)$$

wobei die funktionale Differentiation nichts anderes bedeutet als:

$$\frac{\delta \mathfrak{H}}{\delta Q} = \frac{\partial H}{\partial Q} - \sum \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial H}{\partial \left(\frac{\partial Q}{\partial x_i} \right)}; \quad \mathfrak{H} = \int H \, dt.$$

Bildet man andererseits den Ausdruck $\frac{\delta \Phi}{\delta W}$, so sieht man, daß sich folgendes ergibt:

$$\frac{\delta \Phi}{\delta W} = -\operatorname{div} (n u).$$

Daher ist die Gleichung

$$\frac{\partial P_W}{\partial t} = -\frac{\delta \Phi}{\delta W} \quad (14)$$

mit

$$P_W = -n \quad (15)$$

mit der Kontinuitätsgleichung identisch. (13) und (14) sind also die Bewegungsgleichungen unseres wirbelfreien Elektronenfeldes in einer Darstellungsweise, die man als die kanonischen Differentialgleichungen für ein Kontinuum bezeichnen muß. In diesem Sinne kann offenbar P_W aus Gleichung (15) als der zu W kanonisch konjugierte Impuls angesehen werden; denn es gilt

$$\frac{\partial P_W}{\partial t} = -\frac{\delta \Phi}{\delta W}, \quad \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\delta \Phi}{\delta P_W}. \quad (16)$$

Durch die Bedingung der Wirbelfreiheit vereinfacht sich das System offenbar so stark, daß es nur durch zwei Variable beschrieben werden kann: Erstens durch die Wirkungsfunktion W und zweitens durch den zur Wirkungsfunktion gehörenden kanonisch konjugierten Impuls, der abgesehen vom Vorzeichen mit der Teilchendichte n identisch ist.

Der entscheidende Unterschied gegenüber der Punktmechanik ist ganz offensichtlich der, daß in der Hydrodynamik die Teilchendichte n bzw. die Dichte einer Flüssigkeit einen wohldefinierten Sinn hat, im Gegensatz zur Punktmechanik, wo eine solche Größe wenn überhaupt, dann nur sehr künstlich eingeführt werden kann.

3. Die Wellenfunktion als „klassische“ Variable

An die Stelle von W und P_W führen wir zwei neue Größen ψ und ψ^* ein, die beide komplexe Größen sein sollen; ψ^* ist die konjugiert komplexe Größe zu ψ . Beide seien mit W und $-P_W = n$ durch die folgenden Gleichungen verknüpft:

$$W = \frac{\hbar}{4\pi i} \ln \frac{\psi}{\psi^*}; \quad n = \psi^* \cdot \psi. \quad (17)$$

Hier soll die Größe \hbar zunächst nur die Bedeutung einer reellen Konstanten von beliebigem, aber festem Wert haben. Aus (17) und (5) folgt dann:

$$p = \frac{\hbar}{4\pi i} \left\{ \frac{1}{\psi} \operatorname{grad} \psi - \frac{1}{\psi^*} \operatorname{grad} \psi^* \right\}$$

und daraus für die elektrische Stromdichte:

$$j = -en u = \frac{\hbar e}{4\pi i m} \{ \psi \operatorname{grad} \psi^* - \psi^* \operatorname{grad} \psi \} - \frac{e^2}{mc} \psi^* \psi \cdot \mathfrak{A}. \quad (18)$$

Die Kontinuitätsgleichung nimmt hier die folgende Form an:

$$\begin{aligned} \psi \Delta \psi^* - \psi^* \Delta \psi + \frac{4\pi i m}{\hbar} \left\{ \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} + \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \right\} \\ - \frac{4\pi i e}{\hbar c} \{ \psi^* \mathfrak{A} \operatorname{grad} \psi - \psi \mathfrak{A} \operatorname{grad} \psi^* \} = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Diese Gleichung ist inhaltlich identisch mit der folgenden, in der die Größe R irgendeine reelle Funktion der Koordinaten und der Zeit bedeutet:

$$\frac{\hbar}{2\pi i} \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} \Delta \psi + \frac{\hbar e}{2\pi i m c} \mathcal{A} \text{grad } \psi = R \cdot \psi. \quad (20)$$

Die Größe R können wir bestimmen, indem wir (20) mit ψ^* multiplizieren und zu der so entstehenden Gleichung die mit ψ multiplizierte konjugiert komplexe Gleichung (20) hinzuaddieren. So erhalten wir:

$$\frac{\hbar}{2\pi i} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \right) - \frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} (\psi^* \Delta \psi + \psi \Delta \psi^*) + \frac{\hbar e}{2\pi i m c} (\psi^* \mathcal{A} \text{grad } \psi - \psi \mathcal{A} \text{grad } \psi^*) = 2 R \psi \psi^*.$$

Unter Berücksichtigung von (12) und (17) kann diese Gleichung auch so geschrieben werden:

$$R = -\frac{\hbar^2}{16\pi^2 m} \left\{ \frac{1}{\psi} \Delta \psi + \frac{1}{\psi^*} \Delta \psi^* \right\} - \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{2m c^2} \mathcal{A}^2 + e \varphi.$$

Durch eine weitere einfache Umrechnung kann man der Größe R schließlich die folgende Form geben:

$$R = -\frac{\hbar^2}{16\pi^2 m} \left\{ \frac{1}{n} \Delta n - \frac{1}{2} \frac{1}{n^2} (\text{grad } n)^2 \right\} - \frac{e^2}{2m c^2} \mathcal{A}^2 + e \varphi. \quad (21)$$

Man sieht sofort, daß dieser Ausdruck den quantentheoretischen Ansätzen sehr ähnlich ist. Die Quantentheorie setzt erstens fest, daß der Größe \hbar der Wert des Planckschen Wirkungsquantums zu geben ist und zweitens wird über die Größe R in der folgenden Weise verfügt:

$$R_{Qu} = -\frac{e^2}{2m c^2} \mathcal{A}^2 + e \varphi. \quad (22)$$

Die Differenz $R_{Qu} - R$ gibt offenbar ein Maß an, inwieweit die Ergebnisse der klassischen Hydrodynamik die wirklichen Vorgänge richtig beschreiben. Ist

$$R_{Qu} - R = \frac{\hbar^2}{16\pi^2 m} \frac{1}{n} \left[\Delta n - \frac{1}{2n} (\text{grad } n)^2 \right] \quad (23)$$

klein im Vergleich zum Energieausdruck $\frac{e^2}{2m c^2} \mathcal{A}^2 - e \varphi$, so ist die klassische Hydrodynamik eine brauchbare Näherung, ist dies nicht der Fall, so weichen die Ergebnisse der klassischen und der Quantentheorie voneinander ab.

Der Ausdruck (23) ist in der physikalischen Literatur nicht unbekannt. In den letzten Jahren sind eine Reihe von Untersuchungen von Bohm³⁾, Weizel⁴⁾, Fenyés⁵⁾ sowie von Takabayasi⁶⁾ durchgeführt worden, von denen einige das Ziel verfolgen, der Quantenmechanik ein klassisch-determiniertes Modell zugrunde zu legen. Bei den Bemühungen, die Wellengleichung der Quantentheorie in eine Form überzuführen, die den kanonischen Gleichungen der klassischen Physik entsprechen, tritt gerade der Ausdruck (23) im Potential zusätzlich auf. Bohm bezeichnet diesen Ausdruck direkt als „quantenmechanisches Potential“.

³⁾ D. Bohm, Physik Rev. 85, 166, 180, (1952).

⁴⁾ W. Weizel, Z. Physik 134, 264 (1953), 135, 270 (1953).

⁵⁾ I. Fenyés, Z. Physik, 132, 81 (1952).

⁶⁾ T. Takabayasi, Progr. Theor. Phys. 8, 143, (1952).

Nach den im vorhergehenden angestellten Überlegungen muß man gerade den entgegengesetzten Standpunkt einnehmen: Durch Weglassen dieses Ausdruckes gelangt man von der klassischen Theorie zur Schrödingerschen Wellengleichung, wie aus der Gleichung (23) sofort hervorgeht. Andererseits ist es verständlich, daß man wieder auf diesen Ausdruck trifft, wenn man die Wellengleichung der Quantentheorie in ein klassisches Schema umtransformieren will. Denn dann muß natürlich zwangsläufig der Ausdruck wieder auftauchen, den man bei Bildung der quantentheoretischen Wellengleichung als klassischen Energieanteil de facto weggelassen hat. Dies hat ersichtlich für die Quantentheorie keine tiefere Bedeutung, sondern ist lediglich die Folge der richtigen Anwendung eines wohldefinierten Formalismus. Es scheint daher äußerst fraglich, ob man an dies scheinbare Auftreten des „quantenmechanischen Potentials“ wirklich irgendwelche weitreichenden Folgerungen knüpfen kann.

Es ist vielleicht nicht überflüssig, zu beweisen, daß die Transformationsgleichungen (17) den Charakter von Berührungstransformationen haben. Bei solchen Transformationen bleibt die Form der kanonischen Gleichungen (16) erhalten. Daß ψ und

$$P_\psi = \frac{h}{2\pi i} \psi^* \quad (24)$$

kanonisch konjugiert sind, können wir mit Hilfe der Gleichungen (16) leicht nachweisen, wenn wir beachten, daß die funktionale Differentiation von \mathfrak{H} nach ψ durch die funktionalen Differentiationen $\frac{\delta \mathfrak{H}}{\delta W}$ und $\frac{\delta \mathfrak{H}}{\delta n}$ folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$\frac{\delta \mathfrak{H}}{\delta \psi} = \frac{\delta \mathfrak{H}}{\delta W} \cdot \frac{\partial W}{\partial \psi} + \frac{\delta \mathfrak{H}}{\delta n} \frac{\partial n}{\partial \psi}.$$

Setzen wir jetzt unter Berücksichtigung von (17)

$$\frac{\delta \mathfrak{H}}{\delta n} = -\frac{h}{4\pi i} \left(\frac{\dot{\psi}}{\psi} - \frac{\dot{\psi}^*}{\psi^*} \right)$$

und entsprechend

$$\frac{\delta H}{\delta W} = \psi^* \dot{\psi} + \psi \dot{\psi}^*,$$

so ergibt sich leicht unter Beachtung von (24):

$$-\dot{P}_\psi = \frac{\delta \mathfrak{H}}{\delta \psi}; \quad \dot{\psi} = \frac{\delta \mathfrak{H}}{\delta P_\psi} \psi. \quad (25)$$

Diese Gleichungen sind identisch in ihren Aussagen mit der Gleichung (2) und deren konjugiert komplexen, wobei R durch (21) gegeben ist. Gleichung (20) und ihre konjugiert komplexe bzw. die Gleichungen (25) liefern die Kontinuitätsgleichung sowie die Energiegleichung (12). Mit diesen Gleichungen ist das hydrodynamische System offenbar vollständig beschrieben, wenn man noch die Gleichungen (5) hinzunimmt.

Berlin, Institut für Festkörperforschung der Deutschen Akademie der Wissenschaften.

Bei der Redaktion eingegangen am 15. August 1956.

Über die Beweglichkeit der Elektronen im nichtisothermen Argonplasma

Von Karl Wojaczek und Karl Rademacher

Mit 6 Abbildungen

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstage gewidmet

Inhaltsübersicht

Unter der Voraussetzung einer Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung wurde die Beweglichkeit der Elektronen im nichtisothermen Argonplasma in Abhängigkeit von der Elektronentemperatur im Bereich zwischen 10000 und 30000° K nach verschiedenen Beweglichkeitsformeln berechnet. Neben der Drudeschen und der Lorentzschen Beweglichkeitsformel wurde eine dritte verwendet, die hergeleitet werden kann unter der Voraussetzung, daß die Elektronen sehr intensiv miteinander wechselwirken. Die Geschwindigkeitsabhängigkeit des Transportquerschnitts wurde sowohl nach Werten von Ramsauer, Gaertner und Barbieri als auch nach Werten von Graham und Ruhlig berücksichtigt.

Experimentell konnte die Elektronenbeweglichkeit aus Entladungsstrom, Längsfeldstärke und Elektronenanzahl pro cm Säulenlänge der positiven Säule einer Niederdruckentladung in Argon bestimmt werden. Dabei wurde die Verteilung der Elektronenkonzentration über den Rohrquerschnitt mittels radial verschiebbarer Sonden nach der Langmuirschen Methode gemessen. Für Drucke größer als 1 Torr treten in den verwendeten weiten Röhren Abweichungen von der Bessel-Verteilung auf. Die Elektronentemperatur bleibt über dem Rohrquerschnitt konstant.

Die experimentell gefundenen Elektronenbeweglichkeiten fallen gut in den Bereich der theoretisch zu begründenden Werte. Die erreichte Meßgenauigkeit läßt allerdings noch keine eindeutige Entscheidung zwischen den verschiedenen Beweglichkeitsformeln zu.

I. Einleitung

In einer Theorie, die den Gradienten der positiven Säule auf die im Plasma vor sich gehenden Elementarprozesse zurückführen will, wird die Verbindung zwischen der Elektronentemperatur, deren Größe durch die Trägerbilanz bestimmt ist, und dem sich einstellenden Gradienten durch die Leistungs-

bilanz hergestellt¹⁻⁴). In diese geht als wesentliche Größe die Elektronenbeweglichkeit ein.

Die Elektronenbeweglichkeit für sehr schwache Ströme im Argon ist schon recht eingehend untersucht worden (experimentell⁵⁻⁸), theoretisch^{9,10}), ältere Zusammenfassung¹¹). Dagegen sind Elektronenbeweglichkeiten im Niederdruckplasma außer im Fall des Quecksilberdampfes¹²) noch kaum experimentell bestimmt worden. Für das Quecksilberdampfplasma stimmen dabei nach Ludwig⁴) die beobachteten Elektronenbeweglichkeiten kaum größenordnungsmäßig mit den nach der „Langevinschen Beweglichkeitsformel“ berechneten Werten überein.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist zu überprüfen, wie weit im Fall des nicht-isothermen Argonplasma die theoretischen Werte für die Elektronenbeweglichkeit mit den experimentellen in Einklang stehen.

II. Berechnung der Elektronenbeweglichkeit

1. Die Beweglichkeit als Funktion der Elektronentemperatur

Unter Langevinscher Beweglichkeitsformel wird ein Ausdruck der Form

$$b = \alpha \frac{e}{m} \left(\frac{\lambda}{v} \right)_{\text{Mittel}} \quad (1)$$

verstanden, wo b die Beweglichkeit, α eine Konstante der Größenordnung 1, λ die mittlere freie Weglänge und v die ungeordnete Geschwindigkeit der geladenen Teilchen bedeuten. Die Mittelung ist mittels der jeweils vorliegenden Geschwindigkeitsverteilung vorzunehmen, wobei im allgemeinen bei Elektronen wegen des Ramsauer-Effektes auch die mittlere freie Weglänge dem Mittelungsprozeß zu unterwerfen ist. Die verschiedenen Theorien unterscheiden sich in der Wahl der Konstanten α , in der Art der Mittelung und in der zugrunde gelegten Verteilungsfunktion.

Sondenmessungen in der positiven Säule der Niederdruckentladung in Edelgasen und Metaldämpfen zeigen, daß in sehr vielen Fällen eine Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen realisiert ist. Abweichungen von der dabei notwendigen Geradlinigkeit der halblogarithmisch aufgetragenen Sondencharakteristik konnten vielfach auf gestörte Meßmethodik (Verunreinigungen der Sondenoberfläche, ungünstige Sondenformen, Sekundäremission u. a.) oder auf Schwingungen in der Entladung zurückgeführt werden (z. B. ^{13,14})).

¹) R. Seeliger, Naturwiss. **39**, 78 (1952).

²) G. Mierdel, Wiss. Veröff. Siemens-Konzern **17**, 277 (1938).

³) E. Ludwig, Z. angew. Phys. **5**, 377 (1953).

⁴) E. Ludwig, Z. angew. Phys. **5**, 421 (1953).

⁵) R. A. Nielsen, Physic. Rev. **50**, 950 (1936).

⁶) E. D. Klema u. J. S. Allen, Physic. Rev. **77**, 661 (1950).

⁷) L. Colli u. U. Facchini, Riv. sci. Instrum. **23**, 39 (1952).

⁸) J. M. Kirshner u. D. S. Toffolo, J. appl. Phys. **23**, 594 (1952).

⁹) D. Barbieri, Physic. Rev. **84**, 653 (1951).

¹⁰) W. J. Graham u. A. J. Ruhlig, Physic. Rev. **94**, 25 (1954).

¹¹) L. B. Loeb, Fundamental processes of electrical discharges in gases, New York 1939.

¹²) W. L. Granowski, Der elektrische Strom im Gas I (Deutsche Übersetzung aus dem Russ.). Berlin 1955.

¹³) M. A. Easley, J. appl. Phys. **22**, 590 (1951).

¹⁴) G. Wehner u. G. Medicus, J. appl. Phys. **23**, 1035 (1952).

Nach einem Mittelungsprozeß über eine Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung, die im folgenden stets zugrunde gelegt werden soll, erhält man die gemittelte Größe, in unserem Fall die Elektronenbeweglichkeit, primär als Funktion der Elektronentemperatur T_- . Da ja nun T_- selbst aus Sondenmessungen direkt bestimmt werden kann, braucht man im Bereich der Niederdruckentladungen T_- nicht erst durch E/p auszudrücken, wie es im Fall der sehr schwachen Ströme im Gas notwendig ist, um experimentell überprüfbare Formeln zu erhalten. Eine Umwandlung von $b(T_-)$ in eine Funktion von E/p (wie z. B. in¹⁵⁾), erschwert vielmehr eine experimentelle Überprüfung der Elektronenbeweglichkeit im Plasma, da ja dabei eine eventuelle Diskrepanz mit dem Experiment auch auf einer unzulänglichen Leistungsbilanz, mittels der T_- eliminiert wird, beruhen kann.

2. Formeln für die Elektronenbeweglichkeit

Bei der nun folgenden Zusammenstellung der speziellen Beweglichkeitsformeln kann man sich nach der kürzlich erschienenen Arbeit von Schirmer¹⁶⁾ im wesentlichen kurz fassen.

Die Theorie von Drude nimmt an, daß jedes Elektron zwischen zwei Stößen gegen schwere Teilchen eine ungestörte Fallbewegung im konstanten äußeren elektrischen Feld E ausführt und die Elektronen unmittelbar nach einem solchen Stoß eine kugelsymmetrische Geschwindigkeitsverteilung besitzen (s. z. B. 17)). Hiernach ergibt sich für die Elektronenbeweglichkeit die Formel

$$b^{(1)} = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \overline{\left(\frac{\lambda}{v} \right)}, \quad (2)$$

wobei der Querstrich, wie stets im folgenden, die Mittelung

$$\overline{A} = \int_0^\infty A(v) F(v) dv$$

mittels der (kugelsymmetrischen) Geschwindigkeitsverteilung $F(v)$ bedeutet. Für die Gültigkeit von (2) ist dabei vorauszusetzen, daß die von einem Elektron während der freien Flugdauer zusätzlich gewonnene Geschwindigkeit in Feldrichtung $u(v)$ klein gegen seine Anfangsgeschwindigkeit v ist. Demnach muß für die maßgeblichen Elektronen

$$E \ll 4 \frac{m v^2}{e \lambda} \quad (3)$$

erfüllt sein. Die mittlere freie Weglänge λ ist aus dem Transportquerschnitt (Querschnitt für die Impulsübertragung) zu berechnen.

Einige Autoren geben bei derselben Mittelungsart in der Endformel einen anderen Faktor α an. Nach Weizel¹⁸⁾ wäre zu (2) zur Berücksichtigung der

¹⁵⁾ J. Dosse u. G. Mierdel, Der elektrische Strom im Hochvakuum und im Gas, Leipzig 1946.

¹⁶⁾ H. Schirmer, Z. Physik 142, 1 (1955).

¹⁷⁾ N. A. Kapzow, Elektr. Vorgänge in Gasen und im Vakuum (Übersetzg. aus dem Russ.), Berlin 1955.

¹⁸⁾ W. Weizel, Lehrbuch der theor. Physik II, Berlin 1950.

Streuung der freien Flugdauern ein Faktor 2 hinzuzufügen, der aber nach unserer Meinung nicht gerechtfertigt ist¹⁹⁾. Vielfach^{20) 16)} wird Formel (2) durch einen Faktor $4/3$ korrigiert, um für den Fall, daß starr-elastische Kugeln als Streuzentren fungieren, Übereinstimmung mit dem Resultat der Lorentz-schen Theorie (5) zu erhalten. Da aber bei stark geschwindigkeitsabhängigem Stoßquerschnitt diese Übereinstimmung doch wieder verloren geht, fehlt in diesem Fall eine echte Begründung dafür, daß

$$b^{(2)} = \frac{2}{3} \frac{e}{m} \left(\frac{\lambda}{v} \right) \quad (4)$$

zuverlässiger als (2) ist. (S. auch²¹⁾).

Die Lorentzsche Theorie liefert unter der Voraussetzung, daß der kugelsymmetrische Anteil der Verteilungsfunktion durch eine Maxwell-Boltzmann-Verteilung

$$F(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{v^2}{w^3} e^{-\frac{v^2}{w^2}}, \quad w^2 = \frac{2kT_-}{m} \quad (5)$$

dargestellt wird, für die Beweglichkeit den Ausdruck¹⁶⁾:

$$b^{(3)} = \frac{2}{3} \frac{e}{m} \frac{(\lambda v)}{w^2}; \quad w^2 = \frac{2kT_-}{m}. \quad (6)$$

Die weitere Voraussetzung für die Gültigkeit von (6), nämlich daß die durch das äußere Feld verursachte Störung der Verteilungsfunktion klein gegen den kugelsymmetrischen Anteil der Verteilungsfunktion ist, gewinnt hierbei die Gestalt

$$E \ll \frac{kT_-}{e\lambda}. \quad (7)$$

Sowohl in (2) und (4) als auch in (6) bleibt die Wechselwirkung der Elektronen untereinander unberücksichtigt, d. h. man setzt voraus, daß die Elektronen viel häufiger mit schweren Teilchen als untereinander in intensive Wechselwirkung treten (s. z. B.²²⁾). Von dieser Voraussetzung kann man sich auch nicht vollständig mit dem Hinweis auf den Impulserhaltungssatz befreien, wonach die Summe der in Feldrichtung gewonnenen Geschwindigkeiten, die allein für den Stromtransport maßgeblich ist, erhalten bleibt; denn dieser Satz läßt keine Rückschlüsse auf die tatsächliche Änderung der mittleren freien Flugdauern und damit der mittleren Triftgeschwindigkeit zu,

¹⁹⁾ Weizel mittelt die in Feldrichtung im freien Fall zurückgelegte Strecke s_1 auch über die freien Flugdauern τ_1 , bevor er die so gewonnene mittlere Fallstrecke s_1 durch die mittlere freie Flugdauer τ dividiert, um die mittlere Triftgeschwindigkeit $u = s_1/\tau$ zu erhalten. Jedoch benötigen die Elektronen, die auf Grund der Streuung der freien Flugdauern eine längere Strecke in Feldrichtung zurücklegen, dazu auch eine längere Zeit τ_1 und nicht die mittlere Zeit τ . Die Streuung der freien Flugdauern wäre also allenfalls durch eine Mittelung über $u_1 = s_1/\tau_1$ zu berücksichtigen, was aber keinen zusätzlichen Faktor einbringt.

²⁰⁾ R. Becker, Theorie der Elektrizität II, Leipzig 1949.

²¹⁾ P. M. Davidson, Proc. phys. Soc. B 67, 159 (1954).

²²⁾ A. A. Ware, Proc. phys. Soc. A 67, 859 (1954).

wenn Elektronenstöße eingeschaltet werden²³⁾. Andererseits dürften solche Elektronenwechselwirkungen doch merklich sein, damit sich überhaupt eine Maxwell'sche Geschwindigkeit einstellen kann, die man ja im allgemeinen nicht auf Grund von Atomstößen herleiten kann (s. z. B. ¹²⁾).

Für den Fall, daß jedes Elektron während der Zeit zwischen zwei Zusammenstößen mit schweren Teilchen sehr oft mit anderen Elektronen in intensive Wechselwirkung tritt, kann man eine weitere Spezialform von (1) herleiten. Unter solchen Bedingungen hat nämlich jedes Elektron vor einem Stoß mit einem schweren Teilchen im Mittel einen Geschwindigkeitszuwachs in Feldrichtung von der Größe der mittleren Triftgeschwindigkeit u gewonnen, unabhängig davon, wie groß seine freie Flugdauer war. Unmittelbar nach jedem Stoß liegt eine kugelsymmetrische Geschwindigkeitsverteilung vor, d. h. bei jedem Stoß wird im Mittel die Energie $mu^2/2$ in thermische Energie der Elektronen (bzw. der Atome) umgesetzt. Ein Elektron der Geschwindigkeit v stößt v/λ mal in der Sekunde mit schweren Teilchen zusammen. Alle n Elektronen im cm^3 mit der Verteilung $f(v)$ erleiden also

$$n \cdot v_e = n \int \frac{v}{\lambda} f(v) d^3 v$$

derartige Zusammenstöße. Dabei dissipieren sie insgesamt die Energie $n v_e m u^2/2$. Diese muß gleich der von ihnen aus dem Felde aufgenommenen Leistung $n \cdot e \cdot u \cdot E$ sein. Hieraus ergibt sich:

$$u = \frac{e}{m} \frac{2}{v_e} E.$$

Wenn die Triftgeschwindigkeit klein gegenüber der mittleren thermischen Geschwindigkeit ist, kann man bei der Berechnung von v_e die unmodifizierte Maxwell-Boltzmann-Verteilung (5) benutzen und erhält:

$$b^{(4)} = 2 \frac{e}{m} \frac{1}{\left(\frac{v}{\lambda}\right)}. \quad (8)$$

Schließlich sei zum Vergleich noch die Mittelungsart von Mierdel²⁾

$$b^{(5)} = \frac{e}{m} \frac{1}{v} \frac{1}{\left(\frac{1}{\lambda}\right)} \quad (9)$$

erwähnt, die mehr eine rechentechnische Bedeutung hat.

Die nach den verschiedenen Formeln mittels Maxwell'scher Geschwindigkeitsverteilung berechneten Beweglichkeiten können stark voneinander abweichen, wie man sieht, wenn man einmal spezielle Annahmen über die Abhängigkeit $\lambda(v)$ macht.

²³⁾ Entsprechend (2) erlangt ein langsames Elektron wegen $u \approx \lambda/v$ eine wesentlich größere Triftgeschwindigkeit als ein schnelles Elektron, zumal, wenn wie bei den schweren Edelgasen wegen des Ramsauer-Effektes in dem in Frage kommenden Geschwindigkeitsbereich λ mit wachsender Geschwindigkeit kleiner wird. Dann wird aber bei Elektronenstößen im Mittel von dem langsameren Elektron Impuls in Feldrichtung an das schnellere übertragen. Da aber die Flugdauer eines schnellen Elektrons relativ sehr klein ist, wird dieser dem schnellen Elektron zusätzlich verliehene Impuls in Feldrichtung praktisch sofort durch einen Stoß gegen ein schweres Teilchen dissipiert. Dies ist im Endeffekt gleichbedeutend mit einer Verkürzung der freien Flugdauer des langsameren Elektrons und damit einer Verkleinerung der Beweglichkeit gegenüber dem Fall der vernachlässigten Elektronenstöße.

3. Die Transportquerschnitte und ihre Verarbeitung

Bei der nun folgenden Berechnung der Beweglichkeit gemäß (2), (4) und (8) setzen wir voraus, daß die Stöße der Elektronen gegen die Ionen zu vernachlässigen sind. Dann ist die mittlere freie Weglänge allein durch Atomstöße bestimmt, also $\lambda = 1/n_G \cdot \sigma_t$, wo n_G die Anzahl der Atome im cm^3 und σ_t der Transportquerschnitt sind. σ_t kann aus Ramsauer-Querschnitt und der Winkelverteilung der relativen Streuintensität bei derselben Elektronen-

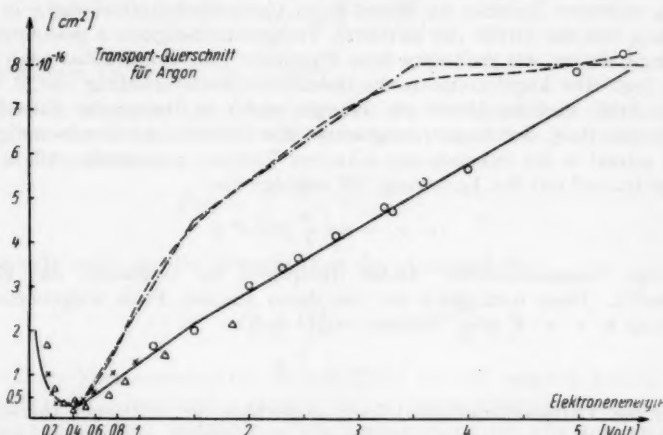


Abb. 1. Der Transport-Querschnitt für Argon. Die ausgezogenen bzw. geraden Kurven wurden bei den Mittelungen zugrunde gelegt. \triangle Gaertner, \times Ramsauer, \circ Barbieri (nach Ramsauer-Kollath), --- Graham-Ruhlig

geschwindigkeit berechnet werden^{24) 25)}. Derartige Berechnungen sind von Golik und Gvosdover²⁶⁾ und kürzlich erneut von Barbieri⁹⁾ für Helium, Neon und Argon nach Streumessungen von Ramsauer und Kollath²⁷⁾ durchgeführt worden, und zwar für Argon bei Elektroenergien $> 1 \text{ eV}$. Für Energien $< 1 \text{ eV}$ liegen wegen experimenteller Schwierigkeiten keine Messungen der Winkelverteilung der relativen Streuintensität vor. Hier darf man aber unbedenklich die von Ramsauer²⁸⁾ und Gaertner²⁹⁾ gemessenen Ramsauer-Querschnitte auch als Transportquerschnitte verwenden, da nach Holtsmark³⁰⁾ und Voss³¹⁾ die Streuung in diesem Energiebereich im wesentlichen der Partialwelle nullter Ordnung zuzuschreiben ist, die eine kugelsymmetrische Streuung liefert, für die ja Ramsauer- und Transportquerschnitt zusammenfallen. Die so zusammengetragenen Werte für σ_t

²⁴⁾ R. Kollath, Ann. Physik 15, 485 (1932).

²⁵⁾ S. D. Gvosdover, Phys. Z. SU 12, 164 (1937).

²⁶⁾ L. J. Golik u. S. D. Gvosdover, J. exp. theor. Phys. (russ.) 8, 1151 (1938).

²⁷⁾ C. Ramsauer u. R. Kollath, Ann. Physik 12, 529 (1932).

²⁸⁾ C. Ramsauer, Ann. Physik 3, 536 (1929).

²⁹⁾ H. Gaertner, Ann. Physik 8, 139 (1931).

³⁰⁾ J. Holtsmark, Z. Physik 55, 437 (1925).

³¹⁾ W. Voss, Z. Physik 83, 581 (1933).

sind in Abb. (1) wiedergegeben. Zur bequemen Durchführung der Mittelungen wurde der Verlauf von σ_t durch

$$\begin{aligned}\sigma_t &= 0,1222 \cdot 10^{-16} / U & 0 \leq U \leq 0,45 \\ \sigma_t &= (1,81 \cdot U - 0,543) \cdot 10^{-16} & 0,45 \leq U \leq 1,5 \\ \sigma_t &= 1,45 \cdot 10^{-16} \cdot U & 1,5 \leq U\end{aligned}$$

beschrieben, was nach Abb. 1 eine gute Approximation an die Meßpunkte darstellt (σ_t in cm^2 , Elektronenenergie U in Volt). Abb. 2a zeigt die hiermit nach (2), (4), (6) und (8) berechneten Elektronenbeweglichkeiten für Elektronentemperaturen zwischen 10000 und 30000° K, wobei ein Gasdruck $p = 1$ Torr und eine Gastemperatur von 0° C zugrunde gelegt wurden. In dasselbe Diagramm sind schließlich noch die von Mierdel²⁾ nach (9) berechneten Werte eingetragen, wobei der Querschnitt von ihm durch $\sigma = 1,69 \cdot 10^{-16} U$ approximiert wurde.

Neuerdings wurde versucht, die Querschnitte mittels quantentheoretischer Beziehungen aus den Phasen η_l der l -ten Partialwelle der gestreuten Elektronenwellen zu berechnen. Die η_l ihrerseits können aus einer Analyse der Winkelverteilung der relativen Streuintensitäten gewonnen werden³¹⁾. Von Westin³²⁾ wurde unter kritischer Durchsicht des experimentellen Materials eine solche η_l -Analyse für He, Ne und Ar durchgeführt, auf Grund deren Graham und Ruhlig¹⁰⁾ die Querschnitte berechneten. Der von ihnen dargestellte Transportquerschnitt für Argon ist ebenfalls in Abb. 1 eingetragen. Approximiert man diese Werte durch

$$\begin{aligned}\sigma_t &= 0 \cdot 1222 \cdot 10^{-16} / U & 0 \leq U \leq 0,45 \\ \sigma_t &= (4,04 \cdot U - 1,543) \cdot 10^{-16} & 0,45 \leq U \leq 1,5 \\ \sigma_t &= (1,74 \cdot U + 1,89) \cdot 10^{-16} & 1,5 \leq U \leq 3,5 \\ \sigma_t &= 8 \cdot 10^{-16} & 3,5 \leq U\end{aligned}$$

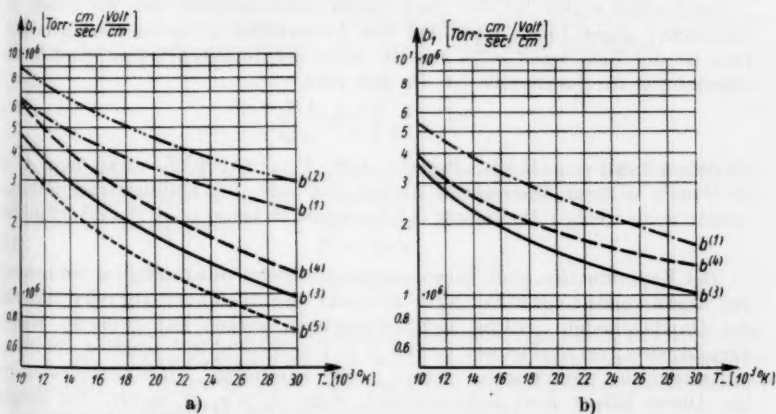


Abb. 2. Die Elektronenbeweglichkeit $b_1 = b p_0$ bei $p_0 = 1$ Torr und 0° C in Argon in Abhängigkeit von der Elektronentemperatur T , berechnet nach Querschnittswerten von a) Ramsauer, Gaertner, Barbieri, b) Graham, Ruhlig

³²⁾ S. Westin, Kgl. Norske Videnskab. Selskab. Skrift. Nr. 2 (1946).

wie in Abb. 1 gezeigt wird, und führt die entsprechenden Mittelungen durch, erhält man die in Abb. 2b für $p = 1$ Torr und 0°C dargestellten Elektronenbeweglichkeiten.

Die Abweichungen von den zuerst angegebenen Werten Abb. 2a werden aber nicht ausreichen, um durch das Experiment entscheiden zu lassen, welche Querschnittswerte zuverlässiger sind. Wir möchten die ersten Werte vorziehen, da diese weniger indirekt erhalten worden sind.

Erwartungsgemäß fallen die nach (2) und (4) berechneten Beweglichkeiten besonders groß aus, weil die langsamen Elektronen wegen des Querschnittsminimums einen großen Beitrag zum Stromtransport liefern. Dagegen sind die nach (6) und (8) berechneten Beweglichkeiten nicht wesentlich durch die langsamen Elektronen bestimmt und daher relativ unempfindlich gegenüber irgendwelchen Änderungen des Wirkungsquerschnitts für kleine Elektronenenergien.

4. Der Anwendbarkeitsbereich

Wir haben noch zu überprüfen, wie weit die Voraussetzung (3) für die Herleitung von (2) bzw. (7) für die Herleitung von (6) erfüllbar ist. Mit $m \cdot v^2/2 = eU$ und $\lambda = 1/p \cdot n_1 \sigma_i$ läßt sich (3) auch schreiben: $E/p \ll 4 n_1 \cdot U \cdot \sigma_r$. Im ungünstigsten Fall für kleine Elektronenenergien folgt mit $\sigma_i = 0,1222 \cdot 10^{-18}/U$ und $n_1 = 3,56 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^{-3}$:

$$E/p \ll 1,5. \quad (10)$$

Die Bedingung (7) läßt sich bei Einsetzung des minimalen Querschnitts darstellen durch

$$E/p \ll T_-/11600. \quad (11)$$

(11) braucht weniger streng erfüllt zu sein, da bei der Mittelung (6) die langsamen Elektronen nicht so sehr kritisch die Beweglichkeit beeinflussen. In beiden Formeln (10) und (11) ist E in Volt/cm und p in Torr einzusetzen.

Schließlich wurde bei den Rechnungen vorausgesetzt, daß die Stöße der Elektronen gegen Ionen gegenüber den Atomstößen zu vernachlässigen sind. Dies ist der Fall, wenn $\sigma_i \gg x \sigma_a$ ist, wo x der Ionisierungsgrad und σ_i der Querschnitt für Ionenstöße ist, für den man

$$\sigma_i = \frac{e^4}{(k T_-)^2} \ln \frac{k T_-}{e^2 n^{\frac{1}{2}}}$$

schreiben kann (s. z. B. ³³). Bei $n = 10^{12}$, $T_- = 15000^\circ \text{K}$ erhält man $\sigma_i \approx 10^{-13} \text{ cm}^2$. (Dieser Querschnitt ändert sich mit der Ladungsträgerkonzentration n nur wenig.) Bedingung (17) ist demnach bei $\sigma_i = 10^{-16} \text{ cm}^2$ erfüllt für

$$x \ll 10^{-3}. \quad (12)$$

Bei Experimenten sind Verunreinigungen nicht vollständig zu vermeiden. Bei Argon kommt vor allem N_2 in Betracht, eventuell auch Hg oder Material der Oxydkathoden. Solche Verunreinigungen wirken auf zweierlei Weise. Einmal wird λ (v) verkleinert gemäß $\lambda = 1/n_G \sigma_i + n_a \sigma_{ia}$, wenn n_a die Konzentration der Beimengung und σ_{ia} der zugehörige Transportquerschnitt ist. Dieser Effekt wird nicht merklich, wenn $\sigma_i \gg \sigma_{ia} n_a/n_G$ ist. Bei Zusatz von Stickstoff zu Argon tritt demnach im Querschnittsminimum ($U = 0,45 \text{ Volt}$, $\sigma_i = 0,3 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$, $\sigma_{i\text{N}_2} = 7 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$) noch keine Veränderung von λ um 20 % auf, wenn $n_a/n_G = 1\%$ beträgt.

³³) H. Maecker, T. Peters u. H. Schenk, Z. Physik **140**, 119 (1955).

Die zweite Wirkung von Verunreinigungen des Gases besteht in einer Änderung der Ionisierungsbedingungen in der Entladung, was zu einer Änderung der Elektronentemperatur T_- führt. Wenn z. B. das Fremdgas leichter zu ionisieren ist als das Grundgas (verwirklicht für Hg in A), so reichen schon kleinere Elektronentemperaturen aus, durch Stoßionisation die Trägerverluste zu decken. Da wir aber von vornherein b als Funktion von T_- bestimmt haben, ohne zu fragen, in welcher Höhe sich T_- einstellt, kann dieser Effekt die Anwendbarkeit unserer Formeln nicht beeinträchtigen.

Der große Einfluß von geringen Beimengungen von N_2 zu A auf die Elektronenbeweglichkeit im Fall der sehr schwachen Ströme im Gas, wo b nur als Funktion von E/p angegeben wird^{6) 7)}, dürfte ein solcher „Elektronentemperatureffekt“ sein; Beimengung von Stickstoff wird die Wahrscheinlichkeit, daß die Elektronen große Energiebeträge durch unelastische Stöße verlieren, stark vergrößern. Dies wird bei konstant gehaltenem E/p zu einem Absinken der mittleren Elektronenenergie und damit gemäß Abb. 2 zu einer Vergrößerung der Beweglichkeit führen. Aus dem gleichen Grunde kann man wegen der starken Abhängigkeit der Beweglichkeit von T_- gar nicht erwarten, daß man im Plasma die gleiche Elektronenbeweglichkeit findet wie bei schwachem Strom im Gas, da sich in beiden Fällen die effektiven Elektronentemperaturen stark unterscheiden werden, auch dann, wenn E/p übereinstimmt.

III. Experimentelle Bestimmung der Elektronenbeweglichkeit

1. Theoretische Grundlagen der Messung

Die Messung der Elektronenbeweglichkeit b im nichtisothermen Plasma gründet sich auf die Beziehung

$$i = e N b E \quad (13)$$

zwischen dem Entladungsstrom i und dem Gradienten E der positiven Säule. Die Anzahl N der Elektronen pro cm Säulenlänge kann man aus dem radialen Verlauf der Trägerkonzentration $n(r)$ durch Integration gewinnen:

$$N = 2\pi \int_0^R n(r) r dr. \quad (14)$$

$n(r)$ seinerseits kann aus Sondenmessungen bestimmt werden, (s. z. B. ³⁴⁾). Hat die Langmuir-Sonde die wirksame Sondenoberfläche F , so gilt für den Elektronen-Sättigungsstrom i_s zur Sonde

$$i_s = \frac{n \bar{v}}{4} \cdot F, \quad \bar{v} = \sqrt{\frac{8 k T_-}{\pi m}}. \quad (15)$$

T_- und i_s sind aus der Langmuirschen Sondencharakteristik zu entnehmen. Ist b_1 die Elektronenbeweglichkeit bei $p = 1$ Torr und einer Neutralgastemperatur $T_0 = 273^\circ \text{K}$, so beträgt bei einem auf die gleiche Gastemperatur T_0 bezogenen Druck p_0 die Elektronenbeweglichkeit

$$b = b_1/p_0. \quad (16)$$

³⁴⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck, Elektr. Gasentladungen I/II, Berlin 1932/34.

2. Apparatur und Meßbereich

Die Messungen wurden an Entladungsröhren der in³⁵⁾ beschriebenen Konstruktion angestellt, wobei der Rohrdurchmesser 12 bzw. 13,6 cm betrug. Die Sonden bestanden aus Wolframdraht von 0,09 mm Durchmesser und hatten eine wirksame Länge von 5 bis 6 mm. Zur Unterdrückung anodischer Störschwingungen wurde nach Pupp³⁶⁾ an der Anode eine stromschwache Hilfsentladung betrieben. Die Messungen wurden bei Entladungen in den Bereichen $1,5 \leq i \leq 4$ A und $0,7 \leq p \leq 3$ Torr bei Füllung mit reinem Argon ausgeführt. Die Beschränkung auf diesen Meßbereich und die Verwendung sehr weiter Röhre hatte folgende Gründe:

Bei Drucken wesentlich kleiner als 1 Torr ist es schwer, in einem weiten Rohr mit Argon-Füllung einen längs der Säule konstanten Gradienten zu erhalten, wohl auch deshalb, weil sich bei niedrigem Druck die Verunreinigungen stärker bemerkbar machen können. Für Drucke größer als 3 Torr schnürt sich die Entladung merklich ein, was offenbar mit einer stärkeren Erwärmung des Gases in Rohrmitte und damit einer merklich verringerten Gasdichte verknüpft ist, die man ohne genauere Messung der Neutralgastemperatur schwer übersehen kann. Außerdem treibt in diesem Fall die Konvektionsströmung den Entladungskanal in dem horizontal gelagerten Rohr nach oben, so daß man mit den seitlich angebrachten Sonden nicht in die Säulenmitte gelangen kann.

Damit einerseits die theoretisch hergeleiteten Ausdrücke für die Elektronenbeweglichkeit gelten können und andererseits die Langmuirsche Sonden-theorie anwendbar ist, dürfen nicht in merklichem Umfang Schwingungen in der Entladung auftreten. Diese machen sich bei Niederdruckentladungen besonders im NF-Bereich im Zusammenhang mit laufenden Schichten³⁷⁻³⁹⁾ bemerkbar. Sie verschwinden für Ströme, die größer als eine vom Druck abhängige Grenzstromstärke i_G sind. Für $p > 1$ Torr Argon beträgt i_G etwa 1,5 A, bei 0,7 Torr ist i_G etwa 2 A. Die Schwingungsfreiheit wurde durch Beobachtung der Brennspannung mittels eines Schleifenoszillographen überprüft, der bis zu Frequenzen von 3000 Hz empfindlich war. In dem angegebenen Bereich waren die Amplituden etwa vorhandener Schwingungen kleiner als 0,1 V.

Bei den hohen Stromstärken sind zum Stromtransport sehr viele Ladungsträger pro cm Säulenlänge erforderlich. Ist das Rohr eng, so ist auch die Ladungsträgerkonzentration und damit der Elektronen-Sättigungsstrom zur Sonde sehr groß. Eine sehr dünne Sonde gerät unter solchen Umständen leicht noch vor Erreichen dieses Sättigungsstromes ins Glühen und wird dadurch für Meßzwecke unbrauchbar. Arbeitet man jedoch in diesem Fall mit dicken Sonden, so werden im Sättigungsbereich der Entladung einige 100 mA, das sind etwa 10 % des Entladungsstromes, entnommen, was die Entladung zumindest in der Umgebung der Sonde doch merklich stören wird. In einem sehr weiten Rohr jedoch, wie es hier Verwendung fand, ist auch bei relativ hoher Stromstärke die Ladungsträger-Konzentration so gering, daß

³⁵⁾ K. Rademacher u. K. Wojaczek, Ann. Physik 17, 293 (1956).

³⁶⁾ W. Pupp, Physik. Z. 33, 844 (1932).

³⁷⁾ T. Donahue u. G. H. Dieke, Physic. Rev. 81, 248 (1951).

³⁸⁾ L. Pekarek, Czechoslov. Journ. Phys. 4, 221 (1954).

³⁹⁾ A. B. Stewart, J. Opt. Soc. Am. 45, 651 (1955).

man noch mit sehr feinen Sonden arbeiten kann. Außerdem hat die Verwendung eines weiten Rohres den Vorteil, daß man den radialen Verlauf der Trägerdichte verhältnismäßig genau messen kann, da der Rohrdurchmesser groß gegenüber der Sondenlänge ist. Drittens ist in einem weiten Rohr der reduzierte Gradient E/p der positiven Säule kleiner als in einem engen Rohr, so daß die Bedingungen (10) bzw. (11) leichter zu erfüllen sind.

3. Durchführung der Einzelmessung

Bei festgehaltenem Entladungszustand wurden mit einer der radial beweglichen Sonden an 6 verschiedenen Stellen zwischen Rohrmitte und Rohrwand die Sondencharakteristiken aufgenommen. Die Sondenspannung wurde auf Kathodenpotential bezogen. Die Einstellung und Ablesung der Meßwerte erfolgte direkt.

Abb. 3 zeigt eine solche Schaar von Sondencharakteristiken für verschiedene Abstände r von Rohrmitte bei $p = 1,5$ Torr, $i = 2$ A und einen Rohrdurchmesser von 12 cm. Die Geradlinigkeit der Charakteristiken bestätigt, daß eine Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen vorliegt. Die zugehörige Temperatur ist im allgemeinen sehr gut über den Rohrquerschnitt konstant. Abweichungen um $\pm 5\%$ vom Mittelwert liegen im Bereich der Auswerte-Genauigkeit. Bei einigen Messungen zeigte sich ein Gang der Elektronentemperatur über den Querschnitt. Das dürfte aber auf eine zunehmende Verschmutzung der Entladung während des Messens zurückzuführen sein; daher wurden solche Meßreihen nicht berücksichtigt.

Eine größere Schwierigkeit besteht in der Festlegung des Knickpunktes der Charakteristik, aus dem der Elektronen-Sättigungsstrom bestimmt wird. Er wurde im allgemeinen durch eine nichtlineare Extrapolation von Teilen der Charakteristik im Ansauggebiet gewonnen, die nicht allzuweit vom Anlaufgebiet entfernt lagen. Eine lineare Extrapolation von entfernteren Teilen des Ansauggebietes liefert dagegen um etwa 15 bis 20 % größere Werte für i_s . Diese Unsicherheit bei der Bestimmung von i_s und damit von N ist als eventueller systematischer Fehler im Auge zu behalten.

Eine andere mehr theoretisch begründete Extrapolationsmethode für Zylindersonden, die zunächst das Plasmapotential festzulegen sucht (z. B.³⁴⁾), liefert ebenfalls keine zuverlässigen Werte, da in diesem Fall über eine sehr

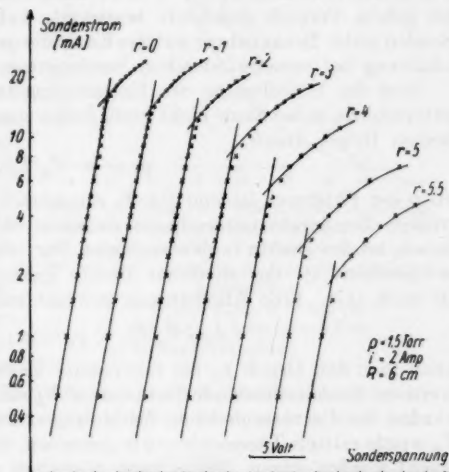


Abb. 3. Sondencharakteristiken für A , $p = 1,5$ Torr, $i = 2$ Amp, $R = 6$ cm. Parameter ist der Abstand r von Rohrmitte

lange Strecke extrapoliert werden muß. Ein von Nölle⁴⁰⁾ vorgeschlagenes Verfahren, mittels einer kleinen der Sondengleichspannung überlagerten Wechsellspannung das Plasmapotential durch das Wechselstrommaximum zu bestimmen, ergab offensichtlich für den Elektronensättigungsstrom zu kleine Werte. Dies dürfte darauf zurückzuführen sein, daß diese Methode allenfalls den Beginn der Abweichung von der Geradlinigkeit festzulegen gestattet; kleine Unregelmäßigkeiten in der Sondencharakteristik in Knickpunktnähe, wie sie manchmal in Form von seitlichen Versetzungen beobachtet werden konnten, stören dabei aber die Festlegung eines solchen Punktes.

Aus der radialen Trägerdichteverteilung wurde durch graphische Integration die Anzahl N der Träger pro Längeneinheit der Säule gewonnen. Der Gradient wurde wie in³⁸⁾ unter Zuhilfenahme einer benachbarten Sonde bei jedem Versuch gesondert bestimmt, wobei die Spannungsdifferenz der Sonden unter Bezugnahme auf das Kathodenpotential in einer Kompensationschaltung bei verschwindendem Sondenstrom gemessen wurde.

Sind die Totvolumina des Entladungsgefäßes klein und die Temperaturunterschiede in der Säule nicht groß, findet man den in (16) eingehenden reduzierten Druck durch

$$p_0 = p \cdot T_0/T_G, \quad (17)$$

wo p der Fülldruck ist und für T_0 Zimmertemperatur einzusetzen ist. Wenn größere Temperaturunterschiede zwischen Säulenmitte und Rohrwand auftreten, ist die Dichte in den zentralen Partien geringer als am Rande. Dementsprechend ist der zu dieser Dichte gehörige reduzierte Druck geringer als nach (17). Eine Abschätzung gewinnt man durch

$$p_B \cdot T_0/T_B < p_0 < p \cdot T_0/T_G, \quad (18)$$

wenn man den Druck p_B bei brennender Entladung und die maximale in der positiven Säule auftretende Temperatur T_B mißt. Für die Drucke 1 und 2 Torr wurden für die verschiedenen Entladungsstromstärken p_B und T_B bestimmt. T_B wurde mittels Thermoelemente gemessen, die zusätzlich in Rohrmitte angebracht worden waren. Dabei kann höchstens eine zu hohe Temperatur abgelesen werden, was aber bei der Abschätzung (18) nicht stört. Es zeigte sich, daß, wenn in (17) $T_G = 323^\circ \text{K}$ gesetzt wird, der relative Fehler für p_0 nach (18) weniger als 10% beträgt. Daher wurde in (16) stets der sich aus dem Fülldruck p durch

$$p_0 = \frac{273}{323} p = 0,845 p \quad (19)$$

errechnende Druck p_0 eingesetzt.

4. Meßergebnisse und Diskussion

Die Messungen wurden bei 0,7, 1, 1,5, 2 und 3 Torr und Stromstärken von 1,5, 2, 3 und 4 A mit Hilfe verschiedener Sonden durchgeführt. Die gefundenen Trägerverteilungen über den Querschnitt zeigen mehr oder weniger deutliche Abweichungen von der theoretisch geforderten Bessel-Verteilung^{41) 42)}, wie Abb. 4 zeigt. Die gemessenen Verteilungen sind hierbei im

⁴⁰⁾ E. Nölle, Physikertagung Wiesbaden 1955 (Referat).

⁴¹⁾ W. Schottky, Physik. Z. **25**, 635 (1924).

⁴²⁾ E. Spenke, Z. Physik **127**, 221 (1950).

Punkt $r = 2,6$ cm der Bessel-Verteilung angeglichen worden. Die größere Abweichung bei höherem Druck dürfte mit der Dichteverminderung in Rohrmitte auf Grund der Gaserwärmung zusammenhängen (s. auch ⁴³⁾ ⁴⁴⁾).

Abb. 5 zeigt neben den theoretischen Werten die gemessenen Beweglichkeiten der Elektronen in der positiven Säule der Argon-Niederdruckentladung. Die vertikalen Striche durch die Meßpunkte deuten die Unsicherheit der Einzelmessung von etwa $\pm 25\%$ an. Die Meßwerte fallen durchaus in den theoretisch zu erwartenden Bereich und zeigen auch den Anstieg der Beweglichkeit mit kleiner werdender Elektronentemperatur. Da E/p_0 zwischen 0,1 und 0,4 V/cm · Torr liegt und der Ionisationsgrad α weniger als 10^{-4} beträgt, sind die Voraussetzungen (10) bzw. (11) und (12) für die Gültigkeit der theoretischen Werte erfüllt.

Am besten werden unsere Meßwerte durch $b^{(4)}$ nach (8) wiedergegeben. Daß die Lorentzschen Werte $b^{(3)}$, die theoretisch am besten fundiert zu sein scheinen, etwas überschritten werden, könnte neben einer Ungenauigkeit der Querschnittswerte seine Ursache darin haben, daß man eventuell bei Drucken > 1 Torr die Elektronendichte dadurch zu gering mißt, daß sich in der Umgebung der Sonde auch außerhalb der Langmuir-Schicht eine stärkere Trägerverarmung trotz der Verwendung der sehr feinen Sonden herausbildet¹²⁾. Am schlechtesten vermag offensichtlich die nach der korrigierten Drudeschen Formel (4) berechnete Beweglichkeit $b^{(2)}$ die Meßwerte wiederzugeben, auch dann, wenn man die Transportquerschnitte nach Graham und Ruhlig zugrunde legt (Abb. 2b). (4) ist also auch vom experimentellen Standpunkt aus zu

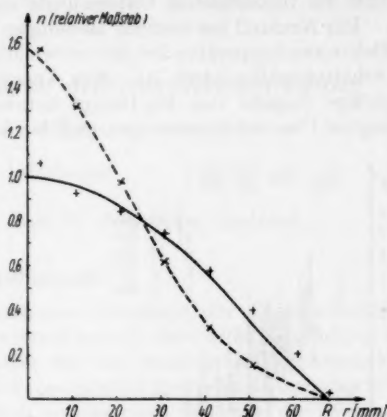


Abb. 4. Relative Trägerdichteverteilung über den Rohrquerschnitt bei 0,5 und 3 Torr. Die experimentellen Verläufe sind bei $r = 2,6$ cm der normierten Bessel-Verteilung angepaßt

× 3 Torr, 3 Amp, $R = 6,8$ cm
+ 0,5 Torr, 4 Amp, $R = 6,8$ cm
— Bessel-Verteilung

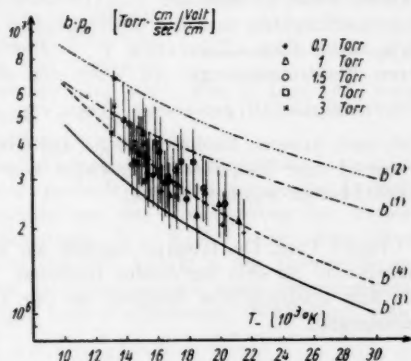


Abb. 5. Elektronenbeweglichkeit in der positiven Säule der Argon-Niederdruckentladung in Abhängigkeit von der Elektronentemperatur T_e .

⁴³⁾ K. S. W. Champion, Proc. phys. Soc. B 65, 329, 345 (1952).

⁴⁴⁾ R. G. Fowler, Proc. phys. Soc. B 68, 130 (1955).

verwerfen. Zur Siebung der anderen Beweglichkeitsformeln sollen die Messungen an anderen Gasen wiederholt werden, deren Querschnittsverläufe die theoretischen Unterschiede stärker hervortreten lassen.

Ein Nachteil bei unseren Messungen ist noch, daß der Bereich, in dem die Elektronentemperatur bei den verwendbaren Drucken und Strömen variierte, verhältnismäßig klein ist. Ein Versuch, die Elektronentemperatur durch geringe Zugabe von Hg-Dampf herabzusetzen, hatte zwar Erfolg; jedoch zeigten Übersichtsmessungen, daß hierbei anscheinend die Beweglichkeit sehr

viel kleiner ausfällt als nach Abb. 2a und den Überlegungen von II, 4 zu erwarten wäre. Dieser Effekt wird gegenwärtig noch weiter untersucht.

Abb. 6 schließlich zeigt die gemessenen Elektronenbeweglichkeiten im Argonplasma in Abhängigkeit von E/p_0 . In dasselbe Diagramm sind zum Vergleich die entsprechenden Beweglichkeiten für den Fall des schwachen Stroms im Argon gestrichelt eingezeichnet. Diese Werte, der Arbeit⁷⁾ entnommen, sind etwa um die Hälfte kleiner als die von uns gefundenen. Dies liegt nach unserer Meinung daran, daß in beiden Fällen die „effektiven Elektronentemperaturen“ verschieden sind. Dabei ist allerdings im Schwachstromfall die Elektronentemperatur für Argon nicht vollkommen eindeutig zu definieren. Be-

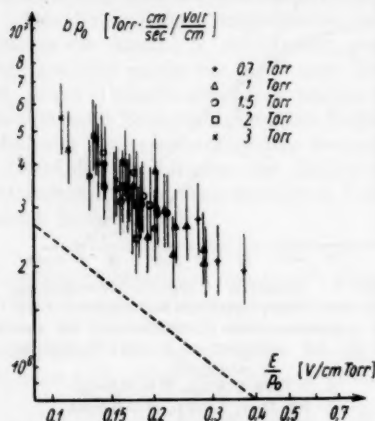


Abb. 6. Elektronenbeweglichkeit in der positiven Säule der Argon-Niederdruckentladung in Abhängigkeit von E/p_0

stimmt man T_- aus der Einsteinschen Beziehung zwischen dem Diffusionskoeffizienten und der Beweglichkeit, so erhält man nach¹²⁾ z. B. für $E/p_0 = 0,2 \text{ V/cm} \cdot \text{Torr}$ etwa $T_- = 23000^\circ \text{K}$, während sich aus der mittleren Elektronenenergie ein Wert von etwa 10000°K errechnet. Der im Schwachstromfall gemessene Wert von etwa $1,4 \cdot 10^4 \left(\frac{\text{cm}}{\text{sec}} / \frac{\text{Volt}}{\text{cm}} \right) \text{Torr}$ läßt sich nach unseren Rechnungen gut auf Grund von $T_- = 23000^\circ \text{K}$ verstehen, während eine Elektronentemperatur von 10000°K entschieden höhere Beweglichkeiten ergeben müßte.

Herrn Prof. Dr. Rompe danken wir herzlich für die Anregung zu dieser Arbeit und für sein förderndes Interesse. Fräulein Ch. Janiecki danken wir für ihre unermüdliche Sorgfalt bei der Durchführung der oft langwierigen Messungen.

Berlin, Institut für Strahlungsquellen der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin.

Bei der Redaktion eingegangen am 23. Juli 1956.

Zur Theorie der stationären Mikrowellenentladung

Von W. Flügge

Mit 8 Abbildungen

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstage gewidmet

Inhaltsübersicht

Unter Verzicht auf die vereinfachende Annahme der Quasineutralität werden Formeln entwickelt, die die Charakteristik einer Glimmentladung bei Mikrowellen beschreiben. Als Beispiel für die numerische Durchrechnung wird Argon gewählt und hierbei die experimentell gefundene Form der Wirkungsquerschnitte für elastischen Stoß, ionisierenden Stoß und die Anregung der Linie mit 11,6 V Ionisierungsspannung berücksichtigt. Die Übereinstimmung mit den Messungen ist befriedigend.

Einleitung

Wir betrachten eine Mikrowellenentladung in der üblichen Form eines kapazitiv beschwerten Hohlraumresonators mit dem Elektrodenabstand d . In den Entladungsraum legen wir ein Koordinatensystem in der aus Abb. 1 ersichtlichen Weise. Nehmen wir an, daß d klein sei gegen die seitlichen Abmessungen der Elektroden, dann kann die Entladung in radialer Richtung als homogen betrachtet werden, und alle Entladungsparameter hängen nur noch von x ab. Weiter wollen wir voraussetzen, daß die Entladung stationär ist und daß $d \ll \lambda$ sei (λ Wellenlänge der anregenden Hochfrequenzspannung). Damit wird erreicht, daß die Feldstärke im Hohlraum von x unabhängig ist, solange die Entladung noch nicht gezündet hat. Bei brennender Entladung denken wir die Feldstärke entstanden aus der Überlagerung der weiterhin ortsunabhängigen erregenden Feldstärke $\mathcal{E} = E_0 e^{i\omega t}$ und dem Raumladungsfeld E . In Analogie zu dem üblichen Ansatz in der Theorie der positiven Säule wollen wir die mittlere Elektronenenergie sowie Ionentemperatur und Gastemperatur als unabhängig von x annehmen. Schließlich soll als Randbedingung gelten $n_e\left(\pm \frac{d}{2}\right) = n_+\left(\pm \frac{d}{2}\right) = 0$.

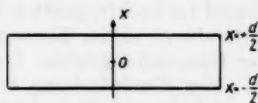


Abb. 1. Lage der Koordinaten

Am Rande sei vermerkt, daß die obige Annahme, alle Entladungsparameter seien unabhängig vom Orte, zu einer äußerst einfachen Ableitung der Herlin und Brownschen Zündbedingung¹⁾ führt. Die Kontinuitätsgleichung lautet

¹⁾ M. A. Herlin u. S. C. Brown, Physic. Rev. 74, 291 (1948).

dann

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = D_e(t) \frac{\partial^2 n_e}{\partial x^2} + \nu_i(t) n_e$$

(D_e Diffusionskoeffizient der Elektronen, ν_i Ionisationskoeffizient). Diese Gleichung läßt sich mit einem Produktansatz sofort integrieren, es wird

$$n_e(x, t) = A \exp \left[- \int_{t_0}^t (D_e A^{-2} - \nu_i) dt \right] \cos(x A^{-1}).$$

Hierbei ist A die Anfangskonzentration der Elektronen und λ die Separationskonstante, die sich aus der Randbedingung zu $\lambda = d/\pi$ ergibt. Die Aufheizung des Elektronengases und damit das Anwachsen von ν_i bewirkt nun, daß der zuerst positive Integrand sein Vorzeichen umkehrt, bis schließlich die Elektronenkonzentration so groß geworden ist, daß der Einfluß der positiven Ionen nicht mehr vernachlässigt werden kann. Der Augenblick dieses Vorzeichenwechsels stellt den Zeitpunkt der Zündung dar, in ihm gilt die Zündbedingung $\nu_i/D_e = \pi^2/d^2$. Die Feldstärke nun, bei der die Elektronenkonzentration dieses Minimum erst für $t \rightarrow \infty$ erreicht, ist nach der Definition von Herlin und Brown die Zündfeldstärke. Bei ihr brennt also die Entladung stationär bei einer Elektronenkonzentration, die durch Wahl von A beliebig klein gemacht werden kann.

Analog zur Zündbedingung gilt für eine brennende quasineutrale Entladung die Gleichgewichtsbedingung $\nu_i/D_a = \pi^2/d^2$ (D_a = ambipolarer Diffusionskoeffizient) und man wird erwarten, daß die Charakteristik der Entladung diese beiden Bedingungen als Grenzfälle mit umfaßt.

Weiter ist folgendes von Bedeutung: Die Ladungsträger bewegen sich einmal im hochfrequenten Feld in einer Art Zitterbewegung, und zum andern diffundieren sie im Konzentrationsgefälle nach außen, wobei sie der Wirkung des Raumladungsfeldes E ausgesetzt sind. Hier werden folgende Annahmen zu einer Vereinfachung helfen: Die positiven Ionen werden vom HF -Feld gar nicht beeinflusst, unterliegen also nur der Diffusion und dem Raumladungsfeld. Die Elektronen können aus dem angelegten Wechselfeld Energie aufnehmen nur durch die Pendelbewegung, während beim Energieverlust neben den Stoßverlusten die Energieabgabe an die positiven Ionen durch das Raumladungsfeld eine Rolle spielt.

Genau umgekehrt liegen die Dinge, wenn es auf die räumliche Verteilung der Elektronen ankommt, sofern die Frequenz der äußeren Spannung genügend hoch ist. Es läßt sich dann die ganze Amplitude der Pendelbahn genügend genau als Punkt darstellen²⁾. In allen Überlegungen, in denen die räumliche Verteilung der Elektronen eine Rolle spielt, genügt es also, nur Diffusion und Raumladungsfeld zu berücksichtigen.

²⁾ Ein Zahlenbeispiel mag dies illustrieren: Die Pendelamplitude wird bekanntlich am größten im Vakuum. Integriert man die Bewegungsgleichung eines Elektrons im Vakuum im periodischen Kraftfeld, so wird die Amplitude $E_0 = e e_0 / (m \omega^2)$. Bei einer Wellenlänge von 10 cm und einem Scheitelwert der Feldstärke von $E_0 = 1 \cdot 10^3$ V/cm ergibt das $s_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ cm.

Allgemeine Theorie

Mit den oben zusammengestellten Bedingungen und Annahmen benutzen wir für die Rechnung folgende Grundgleichungen: Die Kontinuitätsgleichung

$$v_i n_e = \frac{dj_e}{dx}, \quad (1)$$

die Diffusionsgleichungen

$$j_e = -D_e \frac{dn_e}{dx} - n_e b_e E, \quad (2a)$$

$$j_+ = -D_+ \frac{dn_+}{dx} + n_+ b_+ E, \quad (2b)$$

die Poissonsgleichung

$$\frac{dE}{dx} = \frac{e}{\epsilon_0} (n_+ - n_e), \quad (3)$$

die Ambipolaritätsbedingung

$$j_e = j_+ \quad (4)$$

und die Energiebilanzgleichung

$$\frac{d}{dt}(eU) \equiv 0 = \frac{e^2 E_0^2}{m} \frac{v_e}{2 v_e^2 + \omega^2} - 2 \frac{m}{M} e v_e (U - U_0) - e v_i V_i - \Sigma e v_n V_n - e b_e E^2. \quad (5)$$

Zu dieser letzten Gleichung ist noch folgendes zu sagen: U ist der lineare zeitliche Mittelwert der Elektronentemperatur in Volt. Das erste Glied der rechten Seite stellt die im Mittel aus dem Feld aufgenommene Energie dar³⁾. Im zweiten Term steht die Differenz $U - U_0$ (U_0 = Gastemperatur), weil die elastischen Stöße bei Temperaturgleichgewicht ja keinen Energieverlust mehr bedeuten. v_i und V_i sind Ionisierungskoeffizient und Ionisierungsspannung, v_n und V_n Anregungskoeffizient und Anregungsspannung des n -ten Anregungszustandes.

Aus den Gln. (1) und (2a) folgt unmittelbar

$$j_e + \frac{D_e}{v_i} \frac{d^2 j_e}{dx^2} = -\frac{b_e}{v_i} E \frac{dj_e}{dx}. \quad (6)$$

Um die zweite Differentialgleichung für die beiden Größen j_e und E zu gewinnen, werden die Gln. (2) und (4) kombiniert und n_+ mit Hilfe von (3) eliminiert. Wird weiter noch das Glied $E dj_e/dx$ aus Gl. (6) eingesetzt, so folgt

$$j_e + \frac{D_a}{v_i} \frac{d^2 j_e}{dx^2} = \frac{\epsilon_0 b_+}{e} \frac{b_e}{b_e + b_+} E \frac{dE}{dx} - \frac{\epsilon_0 D_+}{e} \frac{d^2 E}{dx^2},$$

wobei D_a wie oben der ambipolare Diffusionskoeffizient ist gemäß der bekannten Definition

$$D_a = \frac{D_e b_+ + D_+ b_e}{b_e + b_+}.$$

Hier setzen wir vereinfachend $\frac{b_e}{b_e + b_+} = 1$ und führen die dimensionslose Koordinate $z = \frac{2x}{d}$ ein, dann erhält das Gleichungssystem schließlich die

³⁾ Die von n Elektronen aufgenommene Energie ist der Realteil von $n e \mathcal{E} w$; hierbei ist die Driftgeschwindigkeit w Lösung der Lorentzschen Bewegungsgleichung, vgl. S. C. Brown, Proc. Inst. Radio Engr. **39**, 1493 (1951).

Form

$$\begin{aligned} j_e + \frac{4 D_e}{v_i} \frac{d^2 j_e}{dz^2} &= - \frac{2 b_e}{v_i} \frac{d j_e}{dz} E \\ j_e + \frac{4 D_e}{v_i} \frac{d^2 j_e}{dz^2} &= \frac{2 \varepsilon_0 b_+}{e d} E \frac{dE}{dz} - \frac{4 \varepsilon_0 D_+}{e d^2} \frac{d^2 E}{dz^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Zu einer einfachen Lösung dieses Systems verhilft eine Beschränkung auf kleine z -Werte, also auf Gebiete, die dem geometrischen Mittelpunkt der Entladung naheliegen⁴⁾. Enthielten die Gln. (7) keine zweiten Differentialquotienten, so läge ein linearer Ansatz sehr nahe. So jedoch brauchen wir gewissermaßen lineare Funktionen mit nicht verschwindender zweiter Ableitung. Etwas derartiges findet sich beispielsweise in der Reihenentwicklung von Winkelfunktionen. Aus diesem Grunde wollen wir den Ansatz

$$j_e = A \sin \alpha z; \quad E = B \sin \alpha z$$

benutzen, die Winkelfunktionen nach dem Einsetzen in Reihen entwickeln und diese nach dem linearen Glied abbrechen. Es wird also

$$j_e = A \alpha z; \quad \frac{dj_e}{dz} = A \alpha; \quad \frac{d^2 j_e}{dz^2} = -A \alpha^3 z.$$

Damit bekommen wir zugleich ein Kriterium in die Hand für die Größe des Intervalles, in dem die Lösung Gültigkeit besitzt; z muß so klein bleiben, daß mit hinreichender Genauigkeit gilt $\sin 2 \alpha z = 2 \alpha z$. (Das Argument $2 \alpha z$ kommt durch die Produkte in (7) herein.) Der Wert von α läßt sich auf folgende Weise bestimmen: Vermöge Gl. (1) muß $\frac{dj_e}{dz}$ bei $z = 0$ sein Maximum haben und irgendwie nach außen abnehmen, bis schließlich bei $z = \pm 1$ der Wert Null erreicht wird. Ebenso folgt nach Gl. (3) mit der Randbedingung $n_+ = n_e = 0$ für $z = 1$ auch $\left(\frac{dE}{dz}\right)_{z=1} = 0$. Beides läßt sich durch $\alpha = \pi/2$ erreichen; anders ausgedrückt, die Festsetzung $\alpha = \pi/2$ gibt der Krümmung der Funktionen j_e und E einen anscheinend vernünftigen Wert. Trotzdem wird der ganze Ansatz noch einiger Rechtfertigung bedürfen und die kann nur aus den damit erzielten Ergebnissen kommen.

Von den beiden Konstanten A und B ist nur eine willkürlich, nämlich A , die mit der Elektronenkonzentration n_0 in der Mitte der Entladung durch $A = v_i n_0 d / \pi$ verknüpft ist.

Mit diesem Ansatz führt das Gleichungssystem durch Koeffizientenvergleich auf die Beziehungen

$$B = \frac{v_i d}{b_e \pi} \left(\frac{D_e}{v_i} \frac{\pi^2}{d^2} - 1 \right), \quad (8)$$

$$\frac{v_i n_0 d}{\pi} \left(1 - \frac{D_e}{v_i} \frac{\pi^2}{d^2} \right) = \frac{\varepsilon_0 b_+}{e b_e^2 \pi} \left(\frac{D_e}{v_i} \frac{\pi^2}{d^2} - 1 \right)^2 + \frac{\varepsilon_0 D_+ v_i \pi}{e b_e d} \left(\frac{D_e}{v_i} \frac{\pi^2}{d^2} - 1 \right) \quad (9)$$

und schließlich geben Gl. (3) und (8) zusammen noch

$$n_{+,0} = n_0 + \frac{\varepsilon_0}{e} \frac{v_i}{b_e} \left(\frac{D_e}{v_i} \frac{\pi^2}{d^2} - 1 \right). \quad (10)$$

Diese 3 Gleichungen verknüpfen die Werte der Größen n_+ , n_e , U und E in der Entladungsmitte, von denen eine, im allgemeinen ja wohl n_e , willkürlich vorgegeben werden kann. Dann ist also Gl. (9) die Bestimmungsgleichung für

⁴⁾ In einer späteren Arbeit soll versucht werden, diese Beschränkung zu vermeiden.

die Elektronentemperatur U in Abhängigkeit von der Elektronenkonzentration n_0 , und wir entnehmen der Gleichung sofort die Aussagen: Bei $n_0 = 0$ muß die rechte Seite der Gleichung verschwinden, was sicher dann der Fall ist, wenn die Klammern einzeln gleich Null sind, d. h. aber, wenn die Zündbedingung erfüllt ist. Läßt man umgekehrt n_0 gegen unendlich gehen, so behält die rechte Seite der Gleichung einen endlichen Wert, also muß die links stehende Klammer verschwinden. Das bedeutet aber, daß dann die Gleichgewichtsbedingung für eine brennende, quasineutrale Entladung erfüllt ist und man entnimmt Gl. (10), daß in der Tat

$$\lim_{n_0 \rightarrow \infty} \frac{n_+ - n_0}{n_0} = 0.$$

Schließlich ist noch der Einwand möglich, daß die rechte Seite der Gl. (9) Null werden kann, ohne daß die Klammern einzeln verschwinden. Dann führt eine leichte Umrechnung auf die Gleichung

$$\frac{n_+}{D_a} \cdot \frac{b_+}{b_e + b_+} = \frac{\pi^2}{d^2}.$$

Hieraus folgt mit den gebräuchlichen Vereinfachungen $D_a = D_e \frac{b_+}{b_e}$ und $\frac{b_+}{b_e + b_+} = \frac{b_+}{b_e}$ wieder die Zündbedingung. Wir können daher sagen, daß Gl. (9) zu dem Ergebnis führt, daß eine stationäre Entladung im Limes verschwindender Elektronenkonzentration dann und nur dann möglich ist, wenn die Zündbedingung erfüllt ist. Gl. (9) umfaßt also tatsächlich die beiden in der Einleitung erwähnten Bedingungen als Grenzfälle.

Es sei noch die Bemerkung erlaubt, daß eine stationäre Entladung mit $\lim_{n_0 \rightarrow 0} n_+ \rightarrow 0$ erfordert, denn eine unipolare Trägeransammlung würde ja auseinanderlaufen, also nicht stationär sein. Auch diese Tatsache wird durch Gl. (10) richtig wiedergegeben, denn für $n_0 = 0$ verschwindet ja der letzte Summand wegen der Zündbedingung⁶⁾. Damit dürfte wohl unser Lösungsansatz seine Existenzberechtigung ausreichend nachgewiesen haben.

Wenn nun für eine bestimmte Elektronenkonzentration die zugehörigen Werte der Elektronentemperatur, der äußeren Feldstärke und der Ionenkonzentration berechnet sind, kann die zu diesen Werten gehörige Stromdichte bestimmt werden nach⁶⁾

$$J = (\sigma + i \omega \epsilon_0) \mathcal{E}. \quad (11)$$

Wir wollen σ mit dem schon von Everhart und Brown⁷⁾ zitierten Zusammenhang $\sigma = i \omega \epsilon_0 (\epsilon - 1)$ auf die Ecclesische Beziehung zurückführen, wobei wir aber die Plasmabindungskraft berücksichtigen müssen, weil das Feld \mathcal{E} wirbelfrei ist, worauf schon Rompe und Steenbeck im Plasmabericht⁸⁾ hingewiesen haben. Weil ferner unser Plasma nicht mehr quasi-

⁶⁾ Damit braucht noch keine Quasineutralität gefordert zu werden, denn die Summanden können – und werden sogar – von verschiedener Größenordnung klein werden.

⁷⁾ σ ist natürlich komplex anzusetzen.

⁸⁾ E. Everhart and S. C. Brown, Physic. Rev. **76**, 839 (1949).

⁹⁾ Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften **18**, 257 (1939) (S. 312).

neutral ist, wird unter Umständen der Einfluß der positiven Ionen merklich und soll daher ebenfalls berücksichtigt werden. Damit gilt

$$\sigma = \sigma_1 - i \sigma_2$$

$$\sigma_1 = \frac{\epsilon_0 \omega_0^2 \nu_e}{\nu_e^2 + \omega^2 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2} + \frac{e^2 n_+ \nu_+}{M (\nu_+^2 + \omega^2)}; \quad \sigma_2 = \frac{\epsilon_0 \omega \omega_0^2 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)}{\nu_e^2 + \omega^2 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2} + \frac{e^2 n_+ \omega}{M (\nu_+^2 + \omega^2)} \quad (12)$$

Hierbei ist $\omega_0 = \sqrt{\frac{e^2 n_e}{\epsilon_0 m}}$ die Plasmaeigenfrequenz.

Wollte man nun Gl. (12) in (11) einsetzen, um die Charakteristik auszurechnen, so würden wir nur wenig Freude erleben, da mit Ausnahme sehr hoher Werte von n_e nur der Ausdruck $i \omega \epsilon_0 \mathcal{E}$ dargestellt würde. Gelingt es dagegen, den Verschiebungsstrom zu eliminieren, wie das anscheinend in der Arbeit von Krasik, Alpert und McCoubrey⁹⁾ der Fall ist, so folgt

$$J = (\sigma_1 - i \sigma_2) E_0 e^{i \omega t} = E_0 \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} e^{i(\omega t - \varphi)}$$

$$\tan \varphi = \sigma_2 / \sigma_1$$

Numerische Auswertung

Um einen Vergleich mit der Erfahrung durchführen zu können, wenden wir die Formeln auf eine Entladung in Argon an, bei einem äußeren Feld von 10 cm Wellenlänge, wobei wir folgende Voraussetzungen zugrunde legen wollen: Die Temperatur des Grundgases wird stets zu 400° K angenommen, an Elementarprozessen werden berücksichtigt elastischer Stoß, ionisierender Stoß und anregender Stoß für den Term mit 11,6 V Anregungsspannung. Für die beiden letzten Stoßarten wird angenommen, daß sie nur im Einfachstoß aus dem Grundzustand heraus erfolgen. Für die Beweglichkeiten wird angesetzt

$$b_e = \frac{e}{m \nu_e}; \quad b_+ = \frac{e}{M \nu_+}; \quad b_+ N = \text{const.}$$

Um einen ersten Überblick zu erhalten, soll dabei der Einfachheit halber die Maxwell'sche Energieverteilung genügen, die nach den Ergebnissen von Margenau und Hartmann¹⁰⁾ für Mikrowellen eine erste Näherung bietet.

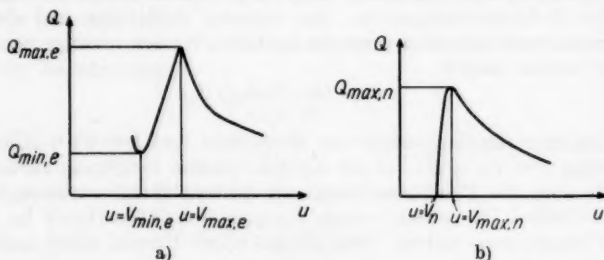


Abb. 2. Wirkungsquerschnitt (schematisch) a) für elast. Stoß, b) für unelast. Stoß

⁹⁾ S. Krasik, D. Alpert and A. O. McCoubrey, Physic. Rev. **76**, 722 (1949).

¹⁰⁾ H. Margenau and L. M. Hartmann, Physic. Rev. **73**, 309 (1948).

Für die Wirkungsquerschnitte mögen die Approximationen von Fabrikant¹¹⁾ dienen in der gleichen Weise wie bei Ludwig¹²⁾, allerdings mit der schon erwähnten Einschränkung, daß nur der direkte Übergang vom Grundzustand aus berücksichtigt wird. Im einzelnen werden folgende Werte benutzt (für die Bezeichnungen siehe Abb. 2a und 2b).

für elastischen Stoß ¹³⁾	für anregenden Stoß ¹⁴⁾	für ionisierenden Stoß ¹⁵⁾
$Q_{\min, e} = 4,4 \cdot 10^{-17} \text{ cm}^2$	$Q_{\max, a} = 4 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$	$Q_{\max, i} = 3,21 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$
$Q_{\max, e} = 1,56 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$	$V_a = 11,6 \text{ V}$	$V_i = 15,7 \text{ V}$
$V_{\min, e} = 0,56 \text{ V}$	$V_{\max, a} = 13,7 \text{ V}$	$V_{\max, i} = 50 \text{ V}$
$V_{\max, e} = 12 \text{ V}$		

Die Wirkungsquerschnitte werden dargestellt durch

$$Q_e = \begin{cases} Q_{\min, e} \sqrt{\frac{V_{\min, e}}{u}} & \text{für } u \leq V_{\min, e} \\ Q_{\max, e} \frac{u - V_{\min, e}}{V_{\max, e} - V_{\min, e}} \exp \left[1 - \frac{u - V_{\min, e}}{V_{\max, e} - V_{\min, e}} \right] & \text{für } u > V_{\min, e} \end{cases}$$

$$Q_n = Q_{\max, n} \frac{u - V_n}{V_{\max, n} - V_n} \exp \left[1 - \frac{u - V_n}{V_{\max, n} - V_n} \right]; \quad n = a, i.$$

Für jede Stoßart wird nun die Anzahl der Stöße eines Elektrons zu $\nu = N s$ angesetzt, wobei N die Gasdichte ist und s , die sogenannte Stoßausbeute, das Integral des Wirkungsquerschnitts über die Verteilungsfunktion darstellt.

$$s_n = \int_{\frac{V_n}{U}}^{\infty} \sqrt{\frac{2eu}{m}} Q_n \frac{4}{\sqrt{\pi}} \exp \left[-\frac{u}{U} \right] \frac{1}{2} \sqrt{\frac{u}{U}} d\left(\frac{u}{U}\right); \quad n = e, a, i.$$

Hierbei ist zur Unterscheidung die Energie da, wo sie Integrationsvariable ist, mit dem Buchstaben u bezeichnet, während U nach wie vor die „Temperatur“ bedeutet. Wir erhalten so

$$s_e = \sqrt{\frac{2eV_{\min}}{m}} Q_{\min, e} \left\{ \Phi \left(\sqrt{\frac{V_{\min, e}}{U}} \right) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{V_{\min, e}}{U}} \exp \left[-\frac{V_{\min, e}}{U} \right] \right\} \\ + \sqrt{\frac{8eU}{\pi m}} Q_{\max, e} f_e(U) \frac{V_{\min, e}}{V_{\max, e} - V_{\min, e}} \exp \left[1 - \frac{V_{\min, e}}{U} \right] \\ f_e(U) = \frac{a_e + 2 \frac{U}{V_{\min, e}}}{a_e^2}, \quad a_e = 1 + \frac{U}{V_{\max, e} - V_{\min, e}}$$

¹¹⁾ W. A. Fabrikant, Bull. Acad. Sci. USSR **305** (1938), zitiert bei ¹²⁾.

¹²⁾ E. H. Ludwig, Z. angew. Physik **5**, 377 (1953).

¹³⁾ Massey-Burhop, Electronic and Ionic Impact Phenomena, Oxford 1952, S. 9 und 15.

¹⁴⁾ Landolt-Börnstein I, 1. S. 329.

¹⁵⁾ Massey-Burhop, Electronic and Ionic Impact Phenomena, Oxford 1952, S. 38.

und für die andern beiden Prozesse gilt

$$s_n = A_n f_n(U) \exp \left[1 - \frac{V_n}{U} \right]$$

$$A_n = \sqrt{\frac{8e}{\pi m}} \frac{V_n \cdot Q_{\max, n}}{V_{\max, n} - V_n}; \quad f_n = \frac{a_n + 2 \frac{U}{a_n}}{a_n^2}$$

$$a_n = 1 + \frac{U}{V_{\max, n} - V_n}.$$

Mit diesen Stoßausbeuten gibt Gl. (9) für verschiedene Drucke bei $d = 1$ cm die in Abb. 3 aufgetragenen Elektronentemperaturen in Abhängigkeit von der Elektronenkonzentration. Die Kurven A bis D lassen die Möglichkeit erkennen,

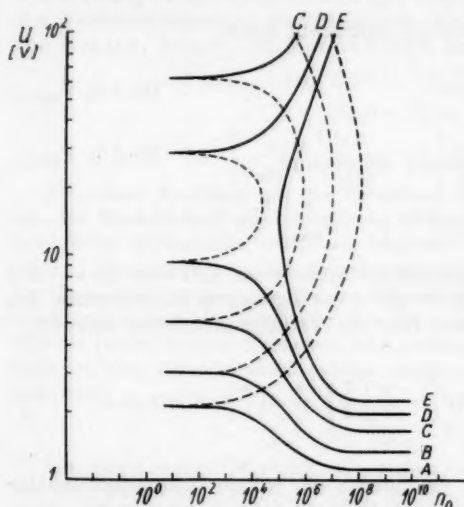


Abb. 3. Elektronentemperaturen

A	$N = 1 \cdot 10^{17}$	$P = \sim 3$ Torr
B	$= 3 \cdot 10^{16}$	$= \sim 1$ Torr
C	$= 1 \cdot 10^{16}$	$= \sim 0,3$ Torr
D	$= 5 \cdot 10^{15}$	$= \sim 0,15$ Torr
E	$= 3 \cdot 10^{15}$	$= \sim 0,1$ Torr

Zwischengebiet zwischen den beiden Zündpunkten, in der Abb. 3 gestrichelt gezeichnet, ist nach den hier entwickelten Formeln sicher physikalisch sinnlos, da Gl. (10) für dieses Gebiet negative Werte von n_+ liefert. Die Kurve E in Abb. 3 gilt für einen so kleinen Druck, daß die Zündbedingung nicht mehr erfüllbar ist. Daß es überhaupt einen kleinsten Druck gibt, für den die Zündbedingung gerade noch erfüllt werden kann, sieht man sofort, wenn die Zündbedingung auf die Stoßausbeuten umgeschrieben wird. Sie lautet dann nämlich

$$\frac{s_e s_f}{U} = \frac{\text{const.}}{N^2}; \quad \text{const.} = \frac{2e\pi^2}{3m}.$$

die Entladung sowohl bei relativ niedriger, wie auch bei außerordentlich hoher Elektronentemperatur zu zünden. Diese beiden Möglichkeiten lassen sich dadurch erklären, daß es gemäß der Zündbedingung nur darauf ankommt, daß die Anzahl der ionisierenden Stöße gerade den Trägerverlust durch die Diffusion deckt, wobei es gleichgültig ist, ob dieser Wert auf der Ionisierungskurve vor oder hinter dem Optimum zu suchen ist. Ob die Zündpunkte hoher Elektronentemperatur physikalisch sinnvoll sind, d. h., ob sich hier die Zündung einer Entladung realisieren läßt, erscheint fragwürdig, da sich in diesem Gebiet eine steigende Charakteristik ausbildet, so daß es unwahrscheinlich erscheint, daß sich die erforderlichen Feldstärken im Plasma aufrechterhalten lassen. Das

Die zu den Elektronentemperaturen der Abb. 3 gehörigen Werte der Feldstärken zeigt Abb. 4, wieder in Abhängigkeit von n_0 . Die Bezeichnungen der Kurven sind die gleichen wie in Abb. 3. Nach der Lösung der Gl. (9) läßt sich

nun auch $n_{+,0}$ nach Gl. (10) bestimmen und damit das Verhältnis $\frac{n_{+,0}}{n_0}$. Für den untersuchten Druckbereich ist dies Verhältnis nur wenig druckabhängig, so daß in Abb. 5 nur die Kurven für $N = 1 \cdot 10^{17}$ und $5 \cdot 10^{16}$ gezeichnet sind.

Die dritte, nur für große $\frac{n_{+,0}}{n_0}$ -Werte gezeichnete Kurve gilt für die hohen

Elektronentemperaturen der Kurve D aus Abb. 3. Es zeigt sich wieder, daß der Begriff Quasineutralität nur bei hinreichend hohen Elektronenkonzentrationen angewendet werden darf. Schließlich seien noch die Zündfeldstärken in Abhängigkeit von der Gasdichte angegeben (Abb. 6). Hier wird der obere, zurückgekrümmte Teil der Kurve durch die Zündungen bei den hohen Elektronentemperaturen gebildet.

Um die Formeln unmittelbar mit Meßwerten vergleichen zu können, wurden noch einige Rechnungen für einen Entladungsraum von $d = 0,57$ cm durchgeführt. So zeigt Abb. 7 die reduzierte Zündfeldstärke (E_0/p) über pd zusammen mit der von Krasik, Alpert und McCoubrey⁹⁾ gemessenen Kurve. Die bei höheren Drucken recht beträchtlichen Abweichungen dürften vielleicht zu einem Teil darauf zurückzuführen sein, daß die Maxwellsche Energieverteilungsfunktion benutzt wurde.

Endlich wurde noch eine Kurve für die Brennfeldstärke bei konstantem Entladungsstrom berechnet, und zwar in Anlehnung an die unterste Kurve in der Abb. 12 der Arbeit von Krasik, Alpert und McCoubrey⁹⁾. Für diese Kurve geben die Verfasser einen Entladungsstrom von $5 \cdot 10^{-3}$ A (Scheitelwert) an; das entspricht bei der von ihnen angenommenen gleichförmigen Verteilung über den Querschnitt einer Stromdichte von etwa $1 \cdot 10^{-3}$ A cm⁻². Zu beachten ist, daß hier der Abszissenmaßstab auf pR umgeändert ist,

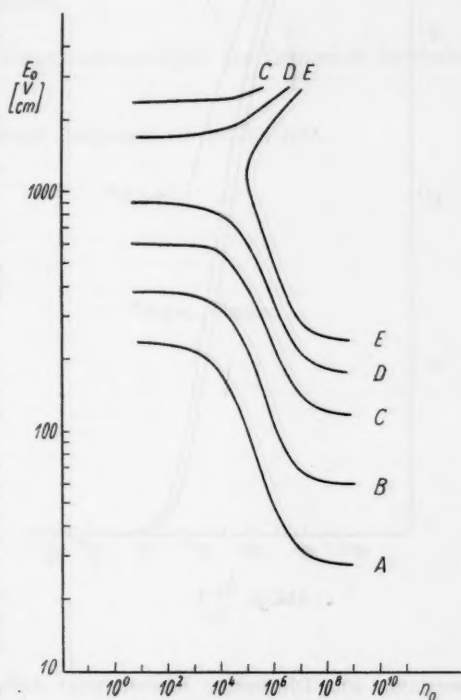


Abb. 4 Brennfeldstärken

wobei der zu d äquivalente Rohrradius R durch

$$\frac{\pi}{d} = \frac{2,405}{R}$$

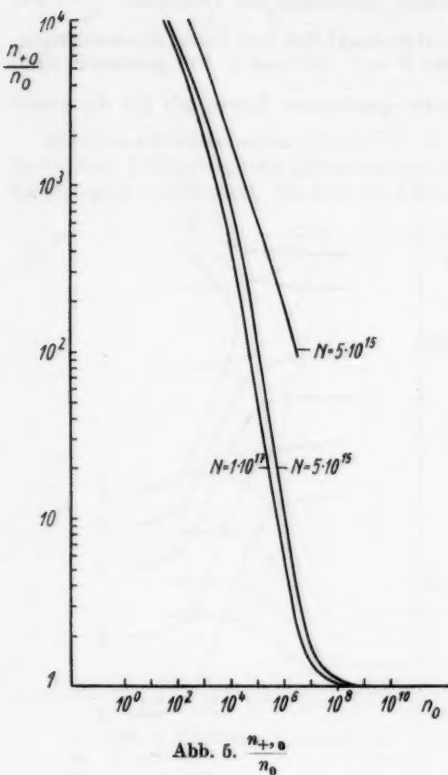


Abb. 5. $\frac{n_{+0}}{n_0}$

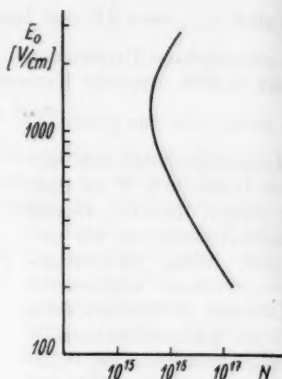


Abb. 6. Zündspannung

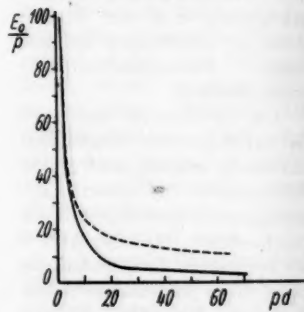


Abb. 7. Zündfeldstärke bei $d = 0,57$ cm
--- gemessen nach Anm. 9),
— berechnet

bestimmt ist. Die beiden Kurven zeigt Abb. 8. Die zwischen beiden vorhandenen Abweichungen dürften wohl hauptsächlich darauf zurückzuführen sein, daß in der Energiebilanz nur die Anregung einer einzigen Spektrallinie berücksichtigt wurde und erst in zweiter Linie auf die Benutzung der Maxwellverteilung.

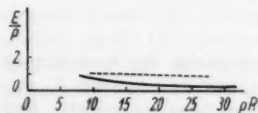


Abb. 8. Brennfeldstärke bei $J_0 = 1 \cdot 10^{-3}$ A/cm² (Scheitelwert)
--- gemessen nach Anm. 9),
— berechnet

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die in Abb. 8 wiedergegebene Brennfeldstärke der experimentellen Erfahrung wesentlich näher kommt, als die bisherigen Berechnungen. Es erscheint daher wahrscheinlich, daß man durch eine Ausdehnung der Lösung der Differential-

gleichungen (7) auf den ganzen Entladungsraum, Benutzung einer geeigneten Verteilungsfunktion und Berücksichtigung mehrerer Spektrallinien zu einer guten theoretischen Beschreibung der brennenden Entladung kommen wird. Dabei wäre es interessant, zu erfahren, ob die in Gl. (12) eingehende Plasmaresonanz so etwas ähnliches wie die Unstetigkeiten der Charakteristik erzeugt. Ein Einfluß auf die Phasenlage von Strom und Feldstärke ist doch jedenfalls beim Betrachten von Gl. (12) zu erwarten.

Herrn Professor Dr. R. Seeliger möchte ich an dieser Stelle für wertvolle Diskussionen recht herzlich danken.

Greifswald, Institut für Gasentladungsphysik der Deutschen Akademie der Wissenschaften.

Bei der Redaktion eingegangen am 10. Juli 1956.

Die Zündung positiver Säulen aus einem Niederdruckplasma heraus

Von G. Mierdel

Mit 8 Abbildungen

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstage gewidmet

Inhaltsübersicht

Ein gleichstromgespeistes Plasma steht mit einem engen Glasrohr in Verbindung, in dem sich eine verschiebbare Anode befindet. Die Messung der Zündspannung, bei der die Anode einen nur durch äußere Schaltmittel begrenzten Strom führen kann, abhängig von der Stellung der Zündanode und den übrigen Entladungsparametern gibt interessante Hinweise über die elektrischen Verhältnisse im Zündrohr, insbesondere folgt daraus eine endliche Länge für das Eindringen des Plasmas von der Hilfsentladung aus in das Zündrohr. Damit ergeben sich grundsätzlich zwei voneinander verschiedene Arten der Zündung, je nachdem ob die Anode sich innerhalb oder außerhalb des Plasmas befindet.

1. Aufgabenstellung

Die vorliegende Arbeit bringt einen weiteren Beitrag zum Problem der Zündung langer positiver Säulen, das bereits in früheren Arbeiten des Verfassers^{1) 2)} sowohl theoretisch als auch experimentell behandelt worden ist. Auch von anderer Seite sind Beiträge zu dieser Frage geleistet worden, so namentlich von W. Bartholomeyzyk und E. Wolter³⁾, die sich hauptsächlich mit der Feldverteilung unmittelbar vor der Zündung beschäftigten. Die die gesamte Fragestellung sehr erschwerende Feldverzerrung durch Oberflächenladungen wurde vom Verf. in der oben genannten Arbeit dadurch umgangen, daß durch besondere Maßnahmen — Innenanstrich mit Hydrokollag — ein homogenes Feld erzwungen wurde, wodurch dann die Zündverhältnisse übersichtlich und auch für die Anwendung der theoretischen Überlegungen geeignet gemacht wurden. Diese experimentelle Erleichterung ist nun allerdings in den weitaus meisten Fällen nicht durchzuführen und ist gerade dort nicht am Platze, wo die Frage technisches Interesse bietet, nämlich bei der Zündung eines Gleichrichterarmes aus dem Plasma der Erregerbogen

¹⁾ G. Mierdel u. M. Steenbeck, Z. Physik **106**, 311 (1937).

²⁾ G. Mierdel, Wiss. Veröff. Siemens, XVIII, 3 (1939) S. 68.

³⁾ W. Bartholomeyzyk u. E. Wolter, Ann. Physik **36**, 485 (1939) und **37**, 124 (1940).

oder eines zu einer benachbarten Anode brennenden Bogens, wie sie bei Glasgleichrichtern mit und ohne Gittersteuerung eine hervorragende Rolle spielt. Um dieser technischen Fragestellung näher zu kommen, wurden die im folgenden beschriebenen Versuche und Messungen durchgeführt.

2. Versuchsanordnung

Zur Durchführung der hier beschriebenen Messungen wurde das in Abb. 1 skizzierte Versuchsrohr benutzt: Zwischen einer genügend leistungsfähigen technischen Oxydkatode K und einer Grafitanode A wurde eine unselbständige Entladung mit konstanter Stromstärke unterhalten. Die letztere wurde meist auf 1 A eingestellt, konnte jedoch für spezielle Messungen bis auf 5 A gesteigert werden. Diese Hilfsentladung erfüllte das gesamte Volumen des Rohres mit einem angenähert gleichmäßig leuchtenden Plasma. In dieses Plasma ragte nun von der Seite her ein Glasrohr G mit 1,5 bzw. 2,0 cm lichter Weite hinein, innerhalb dessen die Säulenzündung vonstatten gehen sollte. Um die Länge der zu zündenden Säule variieren zu können, war die im Inneren des Rohres angebrachte fast lumenfüllende Scheibenelektrode, die Zündanode A_z , in axialer Richtung magnetisch verschiebbar angeordnet. Die Stromzuleitung zur Zündanode geschah durch eine Spirale dünnen Drahtes, die mit geringer Federspannung vorbelastet stets in dem entladungsfreien Raum hinter A_z lag. Parameter der Zündspannungsmessungen waren die wirksame Rohrlänge L — Abstand der Zündanode von der plasmaseitigen Rohröffnung —, die Stromstärke I_h der Hilfsentladung und der Gasdruck p .

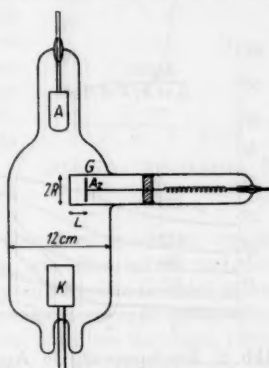


Abb. 1. Aufbau des Versuchsrohrs

Als Füllgas wurden Quecksilberdampf und Argon (aus Gasflasche ohne besondere Reinigung entnommen) verwendet. Der Hg-Dampfdruck konnte in der üblichen Weise durch Temperaturänderung variiert und nach der Taupunktmethode gemessen werden.

3. Meßverfahren

Die Messung der Zündspannung U_z geschah in der üblichen Weise durch langsames Hochregeln einer an der Zündanode liegenden, durch Siebmittel genügend geglätteten Gleichspannung mittels eines von Hand bewegten Potentiometers. Abgelesen wurde der unmittelbar vor der Zündung erreichte Maximalwert, der dann als Zündspannung gelten konnte. Durch einen ausreichenden Vorschaltwiderstand wurde der Strom in der gezündeten Säule begrenzt. Alle Potentiale sind auf das der Kathode bezogen. Die simultane Messung der Brennspannung der Hilfsentladung gestatten dann auch die Festlegung des Potentials der Rohrmündung, die, wie durch gelegentliche Sondenmessung belegt werden konnte, stets etwa 2 V — Anodenfall! — niedriger war als das Anodenpotential.

4. Meßergebnisse

Die Zündspannungsmessungen waren stets mit der erforderlichen Genauigkeit reproduzierbar. Insbesondere machten sich keine Störungen durch äußere Streufelder oder Wandladungen bemerkbar, was wahrscheinlich seinen Grund in der vollständigen Abschirmung durch das Plasma der Hilfsentladung hatte, das ja das Innenrohr von außen umspülte.

Abb. 2 gibt eine Anzahl von Messungen der Zündspannung in Argon abhängig von der wirksamen Rohrlänge L und mit dem Fülldruck p als Parameter wieder. Diese Kurvenschar läßt sogleich den für das folgende wesent-

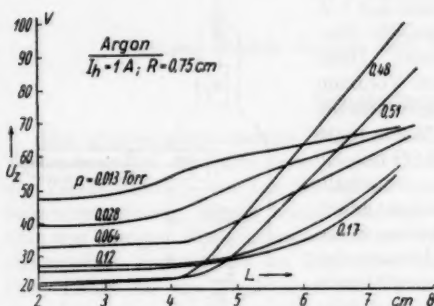


Abb. 2. Zündspannung in Argon, abhängig von der Rohrlänge

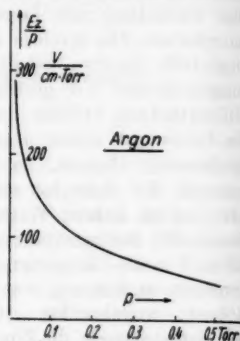


Abb. 3. Reduzierte Zündfeldstärke (Grenzwerte für große L) in Argon, abhängig vom Gasdruck

lichen Habitus erkennen: Bis zu einer Säulenlänge von etwa 4 cm ist die Zündspannung praktisch von der Säulenlänge unabhängig, steigt dann aber mit steigendem L an, wobei die Steilheit der Kurven — dU_z/dL — vom Gasdruck abhängt. Im ersten Bereich konstanter Zündspannung ist diese jeweils etwa um 2 V niedriger als die bei Argon mit dem Gasdruck stark veränderliche Brennspannung (Anodenspannung) der Hilfsentladung, d. h. sie unterscheidet sich nicht wesentlich von dem an der Rohröffnung herrschenden Plasmapotential. Im übrigen kann man feststellen, daß die Kurven $U_z \dots L$ bei höheren Ar-Drucken unmittelbar nach Überschreiten der genannten kritischen Rohrlänge von etwa 4 cm in einen geradlinigen Anstieg übergehen, während bei niedrigen Drücken sich noch ein Übergangsgebiet bemerkbar macht. Die schließlich erreichte Steilheit der Kurven $U_z \dots L$, die wir natürlich als Zündfeldstärke E_z bezeichnen können, nimmt mit dem Gasdruck p zu. Trägt man aber E_z/p gegen p auf, so erhält man den in Abb. 3 gezeichneten Verlauf. Ein Vergleich mit den Messungen, die früher vom Verf. ²⁾ in einem Rohr durchgeführt wurden, das zur Beseitigung störender Wandaufladungen innen mit Hydrokollag bestrichen wurde — s. Bild 9 der angeführten Arbeit — zeigt, daß nunmehr d. h. ohne Homogenisierung des Feldes die für die Zündung erforderlichen E/p -Werte erheblich höher liegen als im homogenen Feld. Wir werden auf diesen Einfluß der Wandladungen noch später ausführlicher zurückkommen.

In Hg-Dampf sind die Zündspannungsmessungen noch genauer und besser reproduzierbar als in Argon, was wahrscheinlich mit der in diesem Falle zu erzielenden größeren Reinheit der Gasfüllung — das Rohr lag dauernd an der Pumpe — zusammenhängt. Die Zündspannung U_z ist überdies innerhalb des untersuchten Druckintervalles von 2,5 bis 50 m Torr vom Druck vollkommen unabhängig, so daß die mit dem Gasdruck als Parameter aufgetragenen Meßkurven zusammenfallen (Abb. 4). Auch hier zeigt sich wieder der schon in Abb. 2 erkannte typische Verlauf der Zündkurven: Im wesentlichen konstante Zündspannung innerhalb einer Rohrlänge von etwa 5 cm und nachfolgender relativ steiler Anstieg. Darüber hinaus zeigen nun die in Hg-Dampf gemessenen Kurven ein flaches Minimum in der Nähe der kritischen Zündlänge, für die wir später eine plausible Deutung geben werden.

Die Kurven der Abb. 2 und 4 wurden mit einem Hilfsstrom von 1 A gemessen. Führt man nun entsprechende Messungen mit größeren Hilfsströmen durch, so ergeben sich natürlich Absenkungen der Zündspannung, wie dies schon mehrfach andererseits an ähnlichen Anordnungen festgestellt wurde. Als Beispiel führen wir die in Quecksilberdampf gemessenen Kurven der Abb. 5 an, wo bei einem Druck von 3,6 m Torr — der Dampfdruck hat auch hier wieder keinen merklichen Einfluß auf die Zündspannung — die L -Abhängigkeit

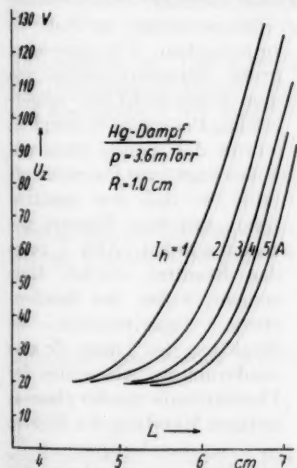


Abb. 5. Zündkurven in Quecksilberdampf bei verschiedenen Stromstärken der Hilfsentladung

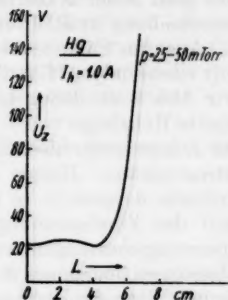


Abb. 4. Zündkurven in Quecksilberdampf

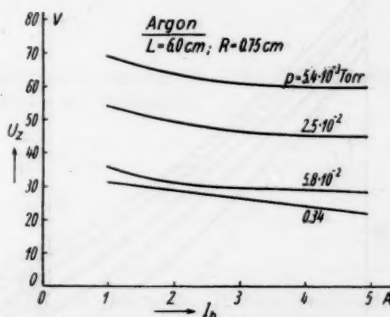


Abb. 6. Absenkung der Zündspannung in Argon bei zunehmendem Hilfsstrom

der Zündspannung mit der Stromstärke der Hilfsentladung als Parameter aufgetragen ist. Wie man daraus ersieht, wird für kleine Rohrlängen L die Zündspannung der Säule durch die Stromstärke der Hilfsentladung, also auch durch die an der Rohrmündung herrschende Trägerdichte nicht merklich

beeinflusst. Oberhalb einer nunmehr mit dem Strom wachsenden „kritischen“ Rohrlänge L_k jedoch ergeben sich beträchtliche Erniedrigungen der Zündspannung mit wachsender Trägerdichte an der Rohrmündung. In erster, aber nur ganz roher Näherung lassen sich die Kurven der Abb. 5 durch Parallelverschiebung in Richtung der L -Achse ineinander überführen.

Auch im Falle des Argons läßt sich eine Herabsetzung der Zündspannung mit wachsendem Hilfsstrom bzw. wachsender Trägerdichte feststellen, für die wir Abb. 6 als Beleg bringen⁴⁾. Diese Kurven beziehen sich auf eine konstante Rohrlänge von $L = 6$ cm bei einer Rohrweite von 1,5 cm. Dieser Wert für L liegt sicher oberhalb der kritischen Länge und zwar für alle verwendeten Stromstärken. Hätten wir dieselbe Abhängigkeit für ein L kleiner als das kritische dargestellt, so würde sich wie im Falle des Hg keine Stromabhängigkeit der Zündspannung zeigen. Ehe wir weitere Einzelheiten der Zündspannungsmessungen anführen, wollen wir nunmehr zu einer Gruppe von Messungen übergehen, deren Ergebnisse uns dann schon einen genügend sicheren Anhalt über die Deutung der Zündspannungsmessungen, insbesondere über die Rolle des schon erwähnten kritischen Abstandes L_k verschaffen werden. Es handelt sich um die Untersuchung des in das Zündrohr hineindiffundierenden Plasmaschlauches mit Hilfe von Sondenmessungen.

5. Untersuchung des Plasmas im Rohr vor der Säulenzündung

Die im vorhergehenden Abschnitt als Zündanode dienende verschiebbare Platte wurde als Sonde benutzt, um damit den Plasmazustand im Rohr zu

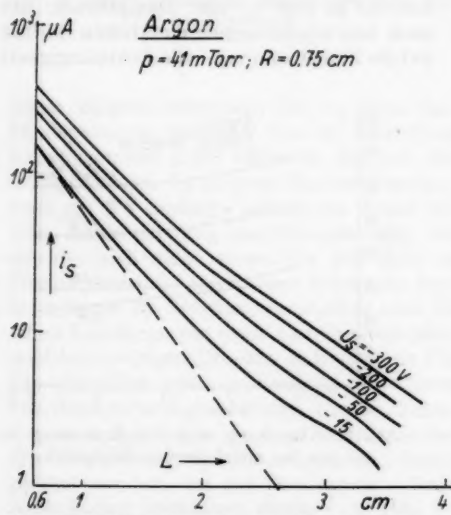


Abb. 7. Positive Ionenströme, abhängig von der effektiven Rohrlänge

untersuchen. Um eine allzu große Stromentnahme aus dem sicher nicht sehr trägerreichen Plasma zu vermeiden, wurde der Sonde stets ein hohes negatives Potential erteilt, so daß nur positive Ionen aus dem Plasma gezogen wurden. Abb. 7 zeigt das Resultat solcher Messungen, wobei der Sondenstrom — logarithmisch — als Funktion der Länge L , also wiederum des Abstandes der Plattensonde von der plasmaseitigen Mündung des Rohres mit der Sondenspannung U_s als Parameter aufgetragen wurde. Die Kurven sind nicht geradlinig, sondern nach oben konkavgekrümmt. Um aus ihnen den räumlichen Verlauf der Plasma-

⁴⁾ Ähnliche Meßergebnisse in Neon haben W. Bartholomeyczzyk und E. Wolter (l. c.) veröffentlicht.

dicke $n = f(L)$ abzuleiten, muß man sie noch einer Korrektur unterziehen: Infolge der relativ hohen negativen Sondenspannung (bis zu -300 V!) bildet sich vor der ebenen Sonde eine Langmuir-Schicht positiver Raumladung aus und deren Dicke d ist von der Länge L in Abzug zu bringen, um den wahren Zusammenhang zwischen Sondenstrom und Trägerdicke zu erhalten. Denn die negativ geladene Sonde nimmt ja stets den Strom auf, der als ungerichteter Strom (random-current) das ungestörte Plasma verläßt und das Ende des ungestörten Plasmas hat dann von der Rohrmündung den Abstand $L - d$.

Die Berechnung der Schichtdicke d darf nun nicht nach der nur für das Vakuum geltenden Child-Langmuir-Formel

$$G = \frac{4}{9} \epsilon_0 \sqrt{\frac{2 q_0}{M}} \cdot U_s^{3/2} \cdot d^{-2} \quad (1)$$

durchgeführt werden (G = Stromdicke zur Sonde, U_s = Sondenspannung), sondern wir müssen die Zusammenstöße der positiven Träger in der Schicht berücksichtigen, d. h. die Driftgeschwindigkeit u , die die Ionen im Felde E und beim Gasdruck p erhalten. Bereits eine einfache Überschlagsrechnung über die zu erwartenden Feldstärken in der Raumladungsschicht läßt erkennen, daß wir uns ganz überwiegend in demjenigen Wertebereich für E/p befinden, wo das Wurzelgesetz

$$u = k \sqrt{\frac{E}{p}} \quad (2)$$

anzuwenden ist. Durch die Messungen von J. A. Hornbeck⁵⁾ sind wir über die Driftgeschwindigkeit von Edelgasionen gut informiert und können daher die Konstante k der obigen Gleichung entnehmen. Sie ergibt sich zu

$$k = 8,17 \frac{m^{1/2} \cdot \text{Torr}^{1/2}}{s \cdot V^{1/2}} \quad (3)$$

Wie behandeln die Raumladungsschicht vor der Sonde in erster Näherung als ebenes Problem und gehen von der Poisson-Gleichung

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} = - \frac{dE}{dx} = \frac{-\rho}{\epsilon_0} \quad (4)$$

aus. Die Raumladung ρ bringen wir durch

$$G = \rho \cdot u = \rho \cdot k \cdot \sqrt{\frac{E}{p}}$$

mit meßbaren Größen in Zusammenhang und erhalten so für den Feldstärkeverlauf die Differentialgleichung

$$\frac{dE}{dx} = \frac{G \cdot \sqrt{p}}{\epsilon_0 k \cdot \sqrt{E}}$$

oder

$$\sqrt{E} \cdot dE = \frac{G \cdot \sqrt{p}}{\epsilon_0 k} \cdot dx.$$

⁵⁾ J. A. Hornbeck, Physic. Rev. 84, 615 (1951).

Beiderseitige Integration ergibt:

$$\frac{2}{3} E^{3/2} = \frac{G \cdot \sqrt{p}}{\epsilon_0 k} \cdot x$$

mit der Grenzbedingung: $E = 0$ für $x = 0$. Daraus folgt für $E(x)$:

$$E(x) = \left[\frac{1,5 G \cdot \sqrt{p}}{\epsilon_0 k} \right]^{2/3} \cdot x^{3/2}$$

und damit der Potentialabfall über der Schicht:

$$\Delta U = \int_0^d E(x) \cdot dx = \left[\frac{1,5 G \cdot \sqrt{p}}{\epsilon_0 k} \right]^{2/3} \cdot \frac{3}{5} d^{5/2} = |U_s|.$$

Für die Schichtdicke d selber erhalten wir dann

$$d = \left[\frac{5}{3} U_s \right]^{2/5} \cdot \left[\frac{\epsilon_0 k}{1,5 G \cdot \sqrt{p}} \right]^{2/5}. \quad (5)$$

Mit Hilfe dieser Gleichung wurden nun für einige Punkte der Kurvenschar der Abb. 7 die Schichtdicken berechnet und von dem jeweiligen L -Wert in Abzug gebracht. Auf diese Weise ergibt sich als Mittel die dort gestrichelt eingezeichnete Kurve, die nun recht gut angenähert eine Gerade ist. Wir vergleichen diesen Befund mit der aus der Theorie von W. Schottky und J. v. Issendorff⁶⁾ folgenden Aussage, nach der die Trägerdichte in einem kreisförmigen Rohr mit dem Innenradius R , das an seinem einen Ende mit einem Plasma der Dichte n_0 in Berührung steht, in folgender Weise als Funktion der Längskoordinate L und der Radialkoordinate r gegeben ist:

$$n(r, L) = n_0 \cdot J_0 \left(\frac{r}{R/2,405} \right) e^{-\frac{L}{R/2,405}}. \quad (6)$$

Hierin ist $J_0(z)$ die Bessel-Funktion 0-ter Ordnung vom Argument z . Lassen wir die Radialabhängigkeit der Trägerdichte außer acht, was durch die Art der Sondenmessung — Integration und Mittelwertbildung über den gesamten Rohrquerschnitt — automatisch geschieht, so muß mit einem exponentiellen Abklingen der Trägerdichte und damit auch des Sondenstromes längs der Rohrachse, also in der L -Koordinate, gerechnet werden, wobei sich als diejenige Länge, innerhalb der die Trägerdichte um den Faktor $1/e$ abklingt, der Wert $s = R/2,405$ ergibt. In unserem Falle folgt aus der Neigung der korrigierten Geraden nach Abb. 7 ein $s = 0,4$ cm, während die Theorie entsprechend einem Rohrradius von $R = 0,75$ cm etwa $s = 0,31$ cm erwarten läßt. Die Übereinstimmung ist also besser als nur größenordnungsmäßig.

Ähnliche Kurven, wie sie Abb. 7 zeigt, wurden auch in Hg-Dampf gemessen. Eine Korrektur in der angegebenen Weise konnte jedoch mangels genauerer Kenntnisse des zugehörigen k -Wertes der Gleichung (5) nicht durchgeführt werden. Grundsätzlich deutet der Verlauf der Kurven auch in diesem Falle darauf hin, daß die sachgemäße Anbringung der Korrektur den theoretisch geforderten Verlauf $n(L)$ ergeben würden.

Mit der experimentellen Bestätigung des exponentiellen Trägerabfalles in der Achse des Rohres, die man wohl nach dem Vorstehenden als gesichert

⁶⁾ W. Schottky u. J. v. Issendorff, Z. Physik **31**, 181 (1925).

ansehen darf, ist nun aber immer noch keine Erklärung für die Existenz einer kritischen Länge L_k gegeben, die bei allen Zündspannungsmessungen in Erscheinung tritt. Es bedarf also noch weiterer Überlegungen mit dem Ziele, die Gültigkeit des exponentiellen Abfalles der Trägerdichte nach Gl.(6) zu beschränken.

Grundsätzlich bietet sich dazu zunächst folgende Möglichkeit für die Einführung eines naturgegebenen „Endes“ des in das Rohr eindringenden Plasmaschlauches: Es ist klar, daß man mit der Trägerdichte eines Plasmas nicht beliebig herabgehen kann, ohne daß das Plasma aufhört ein solches zu sein. Bis zu welchen Trägerdichten man ein Plasma noch als ein Plasma ansehen kann, hängt von den Dimensionen seiner Begrenzung ab. Man wird nicht fehl gehen in der Festsetzung, daß für die Definition eines echten Plasmas notwendig ist, daß die Debye-Länge D , die ja ein Maß für die Reichweite der Energieübertragung von Teilchen zu Teilchen ist, nicht in die Größenordnung der Gefäßdimensionen, also in unserem Falle des Rohrradius R kommen darf. Für die Debye-Länge gilt in Abhängigkeit von Elektronentemperatur T und Trägerdichte n ⁷⁾

$$D = \sqrt{\frac{e_0 k T}{q_0^2 n}} = 69 \sqrt{\frac{T}{n}} \quad [\text{m}; ^\circ\text{K}, \text{m}^{-3}]. \quad (7)$$

Für die Elektronentemperatur T müssen wir, da es sich bei dem in das Rohr hineindiffundierenden Plasma um ein durch elektrische Felder nicht mehr genährtes, also absterbendes Plasma handelt, Zimmertemperatur ($T = 300^\circ\text{K}$) einsetzen, womit sich dann aus der Bedingung $D \approx R \approx 10^{-2}\text{m}$ eine Grenz-Trägerdichte von $n = 1,5 \cdot 10^{10}\text{m}^{-3}$ ergibt. Nun kann man aus der Dichte des von der Sonde aufgenommenen Diffusionsstromes die Trägerdichte am Orte der Sonde bzw. an der plasmaseitigen Schichtgrenze berechnen und der mit der Abfalllänge s erfolgende Trägerdichteabfall in L -Richtung gestattet dann die gerade wegen des Exponentialabfalles recht genaue Ermittlung desjenigen L -Wertes, für den die Trägerdichte auf den Grenzwert $1,5 \cdot 10^{10}\text{m}^{-3}$ abgeklungen ist. Es ergeben sich dafür Werte, die sämtlich etwa bei 7 bis 8 cm liegen, also sicher größer sind als die durch Zündspannungsmessungen ermittelte kritische Länge L_k , für die wir 4 bis 5 cm gefunden hatten. Es ist aber auch andererseits befriedigend, daß wir aus der Debyeschen Länge D einen zu langen Plasmaschlauch erhalten, denn ungeachtet aller weiteren noch vorhandenen Ursachen für die Begrenzung des Plasmaschlauches muß natürlich die Debye-Länge den höchsten Grenzwert für L_k ergeben.

Zu einer weiteren und mit den Ergebnissen der Zündspannungsmessungen durchaus befriedigend übereinstimmenden Begrenzung der Plasmalänge gelangen wir durch Berücksichtigung der sich zwischen Plasmaschlauch und innerer Rohrwand ausbildenden Raumladungszone, die ihre Entstehung der ambipolaren Trägerdiffusion verdankt. Jedes Flächenelement der Rohrwand empfängt bekanntlich eine gleich große Einstromung positiver Ionen und Elektronen, was wegen des Massenunterschiedes das Zustandekommen einer der Wand vorgelagerten positiven Raumladung bewirkt. Vernachlässigt man die Raumladung der Elektronen vollständig, so ergibt sich ein einfacher Zusammenhang zwischen der Dichte G_a des ambipolaren Diffusionsstromes zur Wand,

⁷⁾ Vgl. z. B. R. Rompe u. M. Steenbeck, *Ergebn. exakt. Naturwissensch.* 18, 257 (1939).

der Schichtdicke δ und der über der Schicht liegenden Spannung U_a , für die wir die sogenannte „Kontaktspannung“

$$U_c = \frac{k T^-}{q_0} \ln \sqrt{\frac{M^+}{m_e}} \quad (8)$$

einsetzen müssen.

Die spezielle Formulierung dieser Beziehung hängt natürlich von den zugrunde gelegten Annahmen ab, d. h. ob wir gaskinetische Zusammenstöße der Ionen berücksichtigen oder nicht und welches Beweglichkeitsgesetz wir benutzen: Grundsätzlich läßt sich aber schon von vornherein folgendes aussagen: Mit wachsender Rohrlänge L nimmt zugleich mit der Trägerdichte auch der ambipolare Diffusionsstrom ab und daher wächst bei konstant bleibendem Kontaktpotential die Dicke δ der Raumladungsschicht an. Das Plasma muß sich also mit zunehmender Entfernung von der Rohrmündung, also vom speisenden Plasma der Hilfsentladung, immer mehr von der Wand zurückziehen, der Querschnitt des Plasmaschlauches wird also immer kleiner. Wenn nun die Schichtdicke δ gerade gleich dem Rohrradius R geworden ist, ist das Plasma zu einem Schlauch mit dem Durchmesser 0 zusammengeschrunft und dadurch ist die Grenzlänge des eindringenden Plasmaschlauches gegeben.

Die genauere Berechnung der Grenzlänge des Plasmas unter Berücksichtigung der Zylindersymmetrie und Heranziehung eines passenden Beweglichkeitsgesetzes ist mit diskutablen mathematischem Aufwand nicht möglich. Wohl aber können wir mit sinngemäßen Vernachlässigungen zu einem Ergebnis für die Grenzlänge gelangen, das wegen des exponentiellen Abfalles der Trägerdichte unempfindlich gegenüber jeglicher Variation der eingehenden Zahlenwerte ist und sehr gut mit den aus den Zündspannungsmessungen sich ergebenden L_k -Werten übereinstimmt.

Wir nehmen nach wie vor das Schottky-v. Issendorffsche Gesetz (6) für den Trägerdichteabfall in L -Richtung an, müssen jedoch berücksichtigen, daß der effektive Radius der Plasmasäule nicht mehr konstant bleibt, sondern mit abnehmender Trägerdichte des Plasmas ebenfalls abnimmt, da ja die Schichtdicke mit abnehmendem Diffusionsstrom zur Wand anwächst. Wir können daher von der Schottky-v. Issendorffschen Beziehung (6) nur als Differentialgesetz Gebrauch machen, indem wir für die Trägerdichte n in der Rohrachse schreiben:

$$\frac{dn}{n} = - \frac{2,405 \, dL}{r} \quad (9)$$

Hierin ist r der Radius des Plasmarmumpfes, der, wie die schematische Abb. 8 zeigt, gleich der Differenz Rohrradius R minus Schichtdicke δ ist. Was die

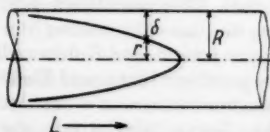


Abb. 8. Zur Berechnung der Grenzlänge des Plasmas

Wahl des Raumladungsgesetzes anbelangt, so stehen wir hier wieder vor der Frage, welches Beweglichkeitsgesetz Anwendung findet. Wir entscheiden uns diesmal für das Child-Langmuirsche Hochvakuumgesetz, und zwar aus folgendem Grund: Längs des überwiegenden Teiles der Abklinglänge L ist der ambipolare Diffusionsstrom relativ groß und dementsprechend die Schichtdicke δ nur sehr klein

verglichen mit dem Rohrradius und erst kurz vor dem Ende der Säule wächst δ auf Beträge an, die mit dem Rohrradius vergleichbar sind. Wir begehen

also keinen großen Fehler, wenn wir Zusammenstöße in der Schicht vernachlässigen und mit dem Freifall der Ionen rechnen, was längs des größten Teiles der Plasmalänge exakt und für den Rest wenigstens angenähert zutrifft. Aus dem gleichen Grund können wir auch von der Zylindersymmetrie des Feldes absehen und mit ebenem Feld rechnen. Die Dichte G_a des radial verlaufenden Diffusionsstromes ist dann also gegeben durch

$$G_a = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \sqrt{\frac{2 q_0}{M}} \cdot U_c^{3/2} \cdot \delta^{-2}. \quad (10)$$

Andererseits ist G_a durch die an der Plasmagrenze herrschende Trägerdichte $n(r)$ gegeben, die wir jedoch der axialen Trägerdichte n proportional setzen können. Da weiterhin die Spannung über der Schicht, die wir gleich der Kontaktspannung U_c setzen müssen, nach Gl. (8) konstant ist, können wir also die Beziehung zwischen der axialen Trägerdichte n und der Schichtdicke δ unter Zusammenfassung aller auftretenden Faktoren zu einer Konstanten A in der einfachen Form hinschreiben:

$$n = \frac{A}{\delta^2}. \quad (11)$$

Ein Vergleich mit der oben abgeleiteten Gl. (5), die sich auf der Annahme des Wurzelgesetzes für die Driftgeschwindigkeit gründet, zeigt, daß in diesem Falle die Beziehung zwischen n und δ lauten würde:

$$n = \frac{A'}{\delta^{2,5}},$$

so daß also der funktionelle Zusammenhang in beiden Fällen nicht sehr voneinander abweicht und daher auch der Fehler in der Nähe des Plasmaendes, wo die strenge Anwendung des Wurzelgesetzes am Platze wäre, nicht allzu groß werden dürfte.

Führen wir nunmehr durch Berücksichtigung von

$$\delta + r = R$$

an Stelle des Plasmaradius r die Schichtdicke δ in die Gl. (9) ein, so resultiert

$$\frac{dn}{n} = - \frac{2,405 \cdot dL}{R - \delta}$$

und andererseits entnehmen wir aus Gl. (11)

$$\frac{dn}{n} = - \frac{2}{\delta} \cdot d\delta.$$

Die Gleichsetzung beider Ausdrücke für dn/n ergibt dann

$$(R - \delta) \cdot \frac{d\delta}{\delta} = 1,202 \cdot dL$$

und nach Integration auf beiden Seiten folgt hieraus:

$$R \cdot \ln \delta - \delta = 1,202 L + C.$$

Die Integrationskonstante C wird durch die Grenzbedingung festgelegt, daß für $L = 0$, d. h. also am Eingang des Rohres, die Schichtdicke einen vorgegebenen Wert δ_0 haben soll, so daß dann also

$$C = R \cdot \ln \delta_0 - \delta_0$$

wird. Die endgültige Beziehung zwischen δ und L lautet dann also

$$R \cdot \ln \frac{\delta}{\delta_0} - (\delta - \delta_0) = 1,202 L \quad (12)$$

und unsere Grenzlänge (= kritische Länge) L_g ist dann dadurch gegeben, daß die Schichtdicke gerade gleich dem Rohrradius R geworden ist. Es wird also unter Vernachlässigung von δ_0 gegenüber R schließlich

$$L_g = 0,83 R \left(\ln \frac{R}{\delta_0} - 1 \right). \quad (13)$$

Es ist bemerkenswert, daß infolge Herausfallens der Konstanten A aus der Rechnung die speziellen Plasmakonstanten (Masse und Ladung der Ionen, Elektronentemperatur) nur noch insoweit die Grenzlänge beeinflussen, als sie den Wert von δ_0 bestimmen.

Diese am Rohreingang auftretende Schichtdicke muß nun noch berechnet werden. Dazu ist die Kenntnis der Dichte G_a des ambipolaren Diffusionsstromes zur Wand erforderlich. Wir können sie aus der Divergenz der Strömung der positiven Ionen berechnen, die wegen des Fehlens von Neuerzeugung im Rohr verschwinden muß.

Wir grenzen an der plasmaseitigen Öffnung des Rohres durch 2 senkrecht zur Rohrachse stehende ebene Flächen mit dem kleinen Abstand ΔL einen zylindrischen Raum der Größe $\Delta V = R^2 \cdot \pi \cdot \Delta L$ ab und berechnen die aus dessen Mantelfläche ausströmende Ionenmenge, die aus Gründen der Kontinuität natürlich gleich der Differenz der durch die beiden Kreisflächen des Zylinders fließenden ambipolaren Diffusionsströme ist. Wenn wir der Einfachheit wegen von der radialen Verteilung der Trägerdichte zunächst einmal absehen, also mit einem über den Rohrquerschnitt gemittelten Wert $n(L)$ rechnen, der dann nur noch eine Funktion von L ist, und zwar mit L exponentiell abfällt, gewinnen wir folgende Gleichung zur Bestimmung der Dichte G_a des radial verlaufenden Diffusionsstromes der positiven Ionen:

$$\Delta L \cdot R^2 \pi \cdot D_a \cdot \frac{d^2 n}{dL^2} = \frac{G_a}{q_0} 2 R \pi \cdot \Delta L, \quad (14)$$

und wegen

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{3,405 L}{R}}$$

wird daraus:

$$G_a = \frac{5,8}{2} \cdot \frac{D_a \cdot q_0 \cdot n_0}{R}, \quad (15)$$

wobei n_0 die am Eingang des Rohres herrschende Trägerdichte ist. Für den ambipolaren Diffusionskoeffizienten D_a können wir in einer abklingenden Säule, in der Temperaturgleichgewicht besteht, schreiben^{*)}

$$D_a = 2 D^+$$

und mit Hilfe der Einsteinschen Beziehung

$$\frac{D^+}{b^+} = \frac{k T^+}{q_0}$$

erhalten wir den Zusammenhang mit der Beweglichkeit der Ionen. Damit wird aus (15):

$$G_a = \frac{5,8 \cdot k T^+ \cdot b^+ \cdot n_0}{R}. \quad (16)$$

^{*)} J. Dosse u. G. Mierdel, Der elektr. Strom im Hochvakuum und in Gasen, Leipzig 1945, S. 169.

Zur quantitativen Auswertung führen wir nun Zahlenwerte ein, wobei wir zunächst die Daten der Abb. 2 zugrunde legen wollen (Argon, $R = 0,75$ cm). Die Beweglichkeit der A^+ -Ionen können wir wieder aus der schon genannten Publikation von J. A. Hornbeck (l. c.) entnehmen zu

$$b^+ = \frac{0,11}{p} \left[\frac{\text{m}^2}{\text{V} \cdot \text{s}} \right]$$

mit $T^+ = 300^\circ\text{K}$ wird so:

$$G_a = 3,5 \cdot 10^{-19} \frac{n_0}{p} \quad [\text{A m}^{-2}; \text{m}^{-3}, \text{Torr}]. \quad (17)$$

Die Ionendichte n_0 am Anfang des Rohres wurde durch eine feine Drahtsonde gemessen. Die Messung von n_0 durch die relativ großflächige Zündanode selbst ist wegen des großen Trägerentzuges nicht genügend zuverlässig. Damit ist also G_a grundsätzlich bekannt und wir sind beispielsweise auch in der Lage, die am Rande des Plasmas herrschende Trägerdichte n_R , die nach der ursprünglichen Schottky-Theorie näherungsweise gleich 0 gesetzt wird, zu berechnen. Denn der als „randomcurrent“ gegebene Diffusionsstrom ist nach einer bekannten gaskinetischen Formel:

$$G_a = \frac{1}{4} n_R \cdot v^+ \cdot q_0,$$

wobei $v^+ = 381$ m/s die mittlere thermische Geschwindigkeit der Argon-Ionen oder Atome bei Zimmertemperatur ist. Die Gleichsetzung beider G_a -Werte ergibt

$$\frac{n_R}{n_0} = \frac{14 \cdot 10^{-9}}{v^+ \cdot q_0 \cdot p} = 2,3 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{1}{p},$$

d. h. bei $p = 1$ Torr ist die Trägerdichte am Rand 2,3 % des über den Rohrquerschnitt gemittelten Wertes, so daß also für diesen Fall die Näherung $n_R = 0$ zutrifft. Wird hingegen p um den Faktor 100 etwa kleiner, so ist deutlich $n_R \neq 0$ und die Säule nähert sich der Freifallsäule, bei der die Trägerweglängen mit dem Rohrradius vergleichbar werden.

Aus der radialen Diffusionsstromdichte G_a ergibt sich nach Gl. (10) die Schichtdicke δ_0 am Eingang des Rohres, wenn wir U_e mit dem durch die Gl. (8) gegebenen Kontaktpotential identifizieren. Mit der Masse des Argonions folgt hierfür der Wert $U_e = 0,145$ V, der natürlich als konstant längs der Innenwand anzusehen ist.

Unter Berücksichtigung von Gl. (17) erhalten wir dann die Schichtdicke als Funktion direkt meßbarer Größen:

$$\delta_0 = 3,68 \cdot 10^4 \sqrt{\frac{p}{n_0}}. \quad (18)$$

Für die beiden in Abb. 2 berücksichtigten Extremalwerte des Gasdruckes $p = 0,013$ bzw. $0,51$ Torr wurden die Trägerdichten $n_0 = 1,75 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$ bzw. $8,2 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$ gemessen, womit sich dann nach Gl. (18) für die am Eingang herrschende Schichtdicke $\delta_0 = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ bzw. $2,9 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ berechnet und damit endlich nach Gl. (13)

$$L_g = 3,5 \text{ cm bzw. } 4,3 \text{ cm.}$$

6. Diskussion der Ergebnisse

Die direkte experimentelle Bestätigung für die Existenz einer endlichen Plasmalänge L_p etwa durch die Erweiterung der in Abb. 7 dargestellten Messungen des Ionenstromes zu einer verschiebbaren Elektrode über den hypothetischen Wert von L_p hinaus ist wegen der zu erwartenden Störeffekte — Photoeffekt, Sekundäremission durch Ionen und metastabile Atome usw. — nicht erfolgversprechend und aus diesem Grund auch nicht versucht worden. Dagegen legt die gute Übereinstimmung der hier berechneten Grenzlängen 3,5 bzw. 4,3 cm mit den Längen, an denen nach Abb. 2 die Zündspannung merklich anzusteigen beginnt, den Gedanken nahe, daß hier ein ursächlicher Zusammenhang besteht.

Damit ergibt sich nun zwanglos die Deutung für den in Abb. 2 und weiterhin auch in Abb. 4 und 5 dargestellten Verlauf der Zündspannung über L : Solange die Zündanode noch innerhalb des Plasmaschlauches liegt, also für $L < L_p$, besteht die Zündung nur in einer Wiederbelebung des abklingenden Plasmas. Zu dieser Wiederbelebung ist ein Gradient notwendig, der gleich dem Gradienten der brennenden Säule im Rohr ist, also im wesentlichen durch Rohrweite und Gasdruck in bekannter Weise bestimmt wird. Irgendwelche Unstetigkeiten treten bei dieser Art Zündung nicht in Erscheinung, da ja keine Raumladungswolken aufgebaut werden und auch der Säulengradient nicht wesentlich vom Strom abhängt, wenn man von kumulativen Effekten absieht, die während der Zündung sicher keine Rolle spielen werden.

Da der Gradient der brennenden Säule relativ niedrig ist, so ist auch die Zündspannung gering und ihre Proportionalität mit der Länge der Säule tritt bei dem hier gewählten Spannungsmaßstab nicht in Erscheinung, so daß sich damit die in erster Näherung konstante Zündspannung erklärt.

Ist hingegen $L > L_p$, befindet sich also die Zündanode außerhalb des Plasmaschlauches, so ist die Neuzündung einer noch nicht vorionisierten Gasstrecke erforderlich, wobei allerdings das pfriemenförmig auslaufende Plasmaende als Elektronenlieferant für die zu zündende Entladung tätig ist. Der Unterschied im Verhalten bei der Zündung für $L < L_p$ bzw. $L > L_p$, den wir durch die Bezeichnungen „Wiederbelebung“ und „Neuzündung“ charakterisiert haben, tritt auch experimentell insofern in Erscheinung, als man im ersten Fall die gesamte Zündkennlinie $i(U)$ punktweise stabilisieren und messen kann, während im zweiten Fall ein für alle Zündvorgänge typischer Sprung der Stromstärke auftritt und sich in diesem Bereich die $i(U)$ -Kennlinie nicht stabilisieren läßt. Wir kommen auf diesen Zündmechanismus weiter unten zurück und wollen hier zunächst noch einige weitere Bemerkungen über die Grenzlänge L_p des Plasmas anknüpfen.

Zunächst sei darauf hingewiesen, daß wegen des speziellen Baues der Gl. (13) und (18) die Größe der eingehenden Entladungsparameter, also etwa des Diffusionskoeffizienten oder der Trägerdichte, die Grenzlänge L_p nur sehr wenig beeinflusst, so daß man nicht hoffen kann, aus der Grenzlänge, die man ja nunmehr am Verlauf der Zündspannung recht genau ermitteln kann, nun etwa Diffusionskoeffizienten oder Trägerdichten mit größerer Genauigkeit zu ermitteln, als sie von den bisherigen Meßverfahren geliefert werden. Eine gewisse Unsicherheit in der Messung von L_p liegt auch noch darin, daß man nicht annehmen kann, daß die Formel von Schottky und v. Issendorff

Gl. (6) schon von der Mündung des Rohres an exakt gilt, da ja eine gewisse Anlaufstrecke zur Erreichung der durch Gl. (6) beschriebenen Dichteverteilung notwendig ist. Damit wird also der Beginn der L -Markierung unsicher.

Nachdem die Frage der Druckabhängigkeit von L_g durch unsere im Anschluß an die Kurven der Abb. 2 durchgeführten Rechnungen beantwortet ist — nach Gl. (18) kommt es auf das Verhältnis n_0/p an, das im vorliegenden Fall mit wachsendem p zunimmt, so daß also auch die Grenzlänge L_g mit p etwas ansteigt — wollen wir noch den Einfluß der Stromstärke I_h der Hilfsentladung diskutieren, der ja ebenfalls sofort aus Gl. (18) folgt, denn die Trägerdichte n_0 ist natürlich *et. par.* dem Strom I_h proportional. Daraus ergibt sich also eine mit steigender Stromstärke anwachsende Grenzlänge, d.h. das Plasma erstreckt sich um so weiter in das Rohr hinein, je höher der Strom I_h ist.

Wir wollen die genauere Gesetzmäßigkeit noch am Beispiel der Abb. 5 prüfen. Wir verzichten dabei auf die Berechnung der Grenzlänge aus Trägerdichte und Diffusionskoeffizient, da der letztere für Hg-Dampf nicht genau genug bekannt ist und wollen die Berechnung an diejenige Grenzlänge anschließen, die sich aus dem Zündspannungsverlauf bei $I_h = 1$ A ergibt. Sie ist etwa 4,4 cm. Daraus läßt sich nun nach Gl. (13) der zugehörige δ_0 -Wert berechnen, den wir übernehmen und auf die anderen Hilfsstromstärken 2 bis 5 A umrechnen, indem wir nach Gl. (18) die Schichtdicke jeweils der Wurzel aus der Stromstärke umgekehrt proportional ansetzen.

Die so ermittelten δ_0 -Werte geben dann in Gl. (13) eingesetzt ohne weiteres die Grenzlängenwerte L_g in ihrer Abhängigkeit vom Hilfsstrom I_h . Das Ergebnis zeigt folgende Tabelle:

$\frac{I_h}{A}$	$\frac{L_g}{cm}$
1	4,4
2	4,7
3	4,9
4	5,0
5	5,1

Man sieht aus Abb. 5, daß auch hier wieder die Grenzlängen des Plasmas recht gut mit den Stellen übereinstimmen, an denen die Zündspannungskurve sich zu erheben beginnt.

In der gleichen Weise lassen sich auch die Kurven der Abb. 6 deuten, die den Gang der Zündspannung mit der Stromstärke I_h bei festgehaltenem L -Wert — $L = 6,0$ cm — und für verschiedene Drucke in Argon beschreiben. In allen Fällen liegt hier die Zündanode außerhalb der Grenzlänge und der leichte Abfall der Zündspannung mit wachsender Stromstärke kommt dadurch zustande, daß die Grenzlänge wiederum mit steigendem Strom langsam anwächst, wodurch sich also die Zündspannung in derselben Weise ändert, wie bei Annäherung der Zündanode an das Plasmaende. Die Änderung der Zündspannung ist deswegen nicht sehr ausgesprochen, weil wegen Gl. (13) und (18) das Plasmaende nur sehr wenig mit dem Strom vorwächst.

Eine weitere Bemerkung betrifft den schon oben erwähnten Befund, daß die Zündspannung mitunter an der Stelle, wo wir uns das Säulenende zu denken haben, also kurz vor ihrem Anstieg, ein flaches, aber deutliches Minimum durchläuft, was besonders ausgeprägt im Hg-Dampf zu beobachten ist (vgl. Abb. 4). Das Zustandekommen dieses Minimums kann man sich vielleicht so vorstellen: Gegen Ende des Plasmaschlauches zu ist die Trägerdichte schon so weit abgeklungen, daß man nicht mehr unter allen Umständen von Quasineutralität und Raumladungsfreiheit wird sprechen können. Durch die für den Zündversuch positiv geladene Zündanode werden aus dem Plasma

Elektronen angesaugt und die positiven Ionen werden abgestoßen. In der dadurch vor der Elektrode entstehenden negativen Raumladungsschicht fällt nunmehr die gesamte außen angelegte Spannung ab und wegen ihrer relativ großen Ausdehnung in Richtung auf die Hilfsentladung zu kann es hier zur Stoßionisation kommen, womit dann der Zündvorgang einsetzt und sich gegebenenfalls durch die Raumladungswolke der positiven Ionen getragen längs des Rohres fortpflanzt.

Quantitativ noch schwerer zu übersehen ist der Vorgang der Zündung außerhalb des Plasmaschlauches, da man hier weitgehend mit Störungen des Zündfeldes durch Aufladungen der Rohrwandung rechnen muß.

Die gute Reproduzierbarkeit der Zündspannungswerte berechtigt jedoch zu der Aussage, daß die Größe und Verteilung der Oberflächenladung auf der Glaswand nicht von kleinen unübersehbaren Zufälligkeiten abhängt, sondern einer bestimmten Gesetzmäßigkeit gehorcht. Qualitativ kann man sich die Entstehung und Struktur der Wandladungen und ihre Wirkung auf den Zündvorgang folgendermaßen vorstellen: Beim Anlegen einer positiven Spannung an die Zündanode werden Elektronen aus dem Plasmaende abgesogen, vom Felde erfaßt und durch den Gasraum geschleift. Dabei geht eine bestimmte Anzahl von ihnen durch Diffusion zur Glaswand verloren, wo sie die negative Wandladung erzeugen. Nehmen wir eine ideale Isolierfähigkeit der Glaswand an, so wird sich diese Aufladung bei konstanter Anodenspannung bis zu einem schnell erreichten Grenzwert steigern, der das weitere Herandiffundieren von Elektronen durch das abstoßende Radialfeld verhindert. Ist die Isolation des Wandmaterials nicht vernachlässigbar klein, so stellt sich ein Gleichgewichtszustand zwischen Ladungsverlust und Elektronendiffusion zur Wand ein. Wird die Anodenspannung weiter gesteigert, so nimmt natürlich auch die Wandladung zu, bis wiederum der Gleichgewichtszustand (Wandstrom = 0) erreicht ist. Die so auf der Wand befindliche Ladung wirkt nun nach Art einer ausgedehnten Zylinderlinse auf den weiteren Elektronenstrom zur Anode ein — zum Unterschied gegenüber elektronenoptischen Geräten sind hier die Teilchenbahnen wegen der Zusammenstöße mit den Richtungen des elektrischen Feldes identisch — und zwar fokussieren sie ihn nach der Zylinderachse zu. Die Feldverhältnisse entsprechen jetzt vollkommen denen im Eingitter-Thyratron, bei dem das negativ geladene Steuergitter die Rolle der Wandladungen übernimmt. Gerade so wie dort hängt das Zustandekommen der Zündung davon ab, ob die durch Stoßionisation vor der Anode erzeugten positiven Ionen zahlreich genug sind, um den raumladungsbegrenzten Elektronenstrom zu erhöhen und ob daran anschließend eine gegenseitige Steigerung von Ursache und Wirkung einsetzt, die zur Zündung erforderlich ist. Damit ist die Frage der hier behandelten Art von Zündung auf die Theorie der Gitterzündung zurückgeführt, die schon recht weitgehend in der Literatur behandelt wurde⁹⁾.

7. Zusammenfassung

Durch Aufnahme der Zündspannung in einem zylindrischen Rohr abhängig von dessen effektiver Länge, wobei das eine Ende des Rohres in ein Plasma einmündet, wird die Existenz zweier Bereiche festgestellt, innerhalb derer der Zündmechanismus verschieden abläuft.

⁹⁾ Vgl. z. B. K. Siebertz, E. u. M. 68, 360 (1951).

Die Erklärung für diese Unterteilung liegt darin, daß das in das Rohr eindringende Plasma bei einer recht genau berechenbaren Eindringlänge sein natürliches Ende findet und nicht nach einer Exponentialfunktion beliebig weit ausläuft.

Der Grund für das Vorhandensein einer endlichen Grenzlänge des eindringenden Plasmas liegt in der mit zunehmender Eindringtiefe wachsenden Raumladungsschicht zwischen Plasma und Wand, die schließlich das Plasma verdrängt.

Die Abhängigkeit der Grenzlänge von den Entladungsparametern wird diskutiert und in Einklang mit den Messungen der Zündspannung befunden, die an der Stelle des Plasmaendes einen deutlich erkennbaren Knick aufweisen.

Außerhalb des Plasmas gelten für die Zündung die bekannten Überlegungen aus der Theorie der Gitterzündung.

Dresden, Institut für Allgemeine Elektrotechnik der Technischen Hochschule.

Bei der Redaktion eingegangen am 3. Juli 1956.

Erhaltung und Invarianz¹⁾

Von Hans-Georg Schöpf

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstage gewidmet

Inhaltsübersicht

Ein abgeschlossenes System muß bei Gültigkeit gewisser Prinzipien des Raumes und der Zeit Invarianzforderungen genügen, aus denen die Erhaltungssätze für Energie, Impuls, Drehimpuls sowie der Schwerpunktsatz ableitbar sind.

Diejenigen Schüler des verehrten Jubilars, die ihm nicht in sein spezielles Arbeitsgebiet gefolgt sind, werden sich besonders seines philosophisch zu nennenden Interesses dankbar erinnern, das er grundsätzlichen Begriffen der Physik entgegenbringt und mit einer möglichst anschaulichen Behandlungsart zu verbinden weiß. Ein solcher Begriff ist die zeitliche Erhaltung einer physikalischen Größe. Verschwindet ein Quantum von ihr aus irgendeinem Raumbezirk, so muß es in einem anderen wieder aufzufinden sein, und da es, wenn man die ganze Welt betrachtet, kein Woanders mehr gibt, gilt ein Erhaltungssatz für die in der ganzen Welt vorhandene betreffende Quantität. Nun sind Betrachtungen über die ganze Welt spekulativ, und so benutzen wir stattdessen den Begriff des abgeschlossenen Systems, um Erhaltungssätze auszusprechen. Verbinden wir das mit dem Begriff der Nahwirkung, der in klassischen Feldtheorien zu Hause ist, so muß der Überschuß des Flusses der erhalten bleibenden Größe durch die Oberfläche eines Volumenelements die dort statthabende lokale Änderung kompensieren, weshalb wir bekanntermaßen die Erhaltung durch eine Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial g}{\partial t} + \operatorname{div} \mathfrak{s} = 0 \quad (1)$$

beschreiben, wenn g die Dichte und \mathfrak{s} die Strömungsdichte unserer Quantität ist. Um wieder zum integralen Erhaltungssatz zu kommen, wandelt man das Raumintegral über die Divergenz nach dem Gaußschen Satz in ein Oberflächenintegral um, von dem man naheliegenderweise annimmt, daß es bei Integration über den ganzen Raum verschwindet.

Historisch ist nun der Erhaltungsbegriff mit dem der Substanz verknüpft, die eben als Träger ihrer wechselnden Eigenschaften im Laufe der Zeit erhalten bleibe. Das ist indessen schwerlich haltbar. Denn seitdem sich die Relativitätstheorie der Feldtheorie bemächtigt hat, ist der Äther als Substrat der Feldeigenschaften hinfällig geworden, und will man auf der Existenz eines

¹⁾ Im wesentlichen Auszug aus Greifswalder Dissertation.

solchen Trägers bestehen, bleiben dafür nur Raum und Zeit selbst übrig. Für diese gelten aber keine physikalischen Erhaltungssätze. Gleichwohl stehen die fundamentalen physikalischen Erhaltungssätze für 1. Energie, 2. Impuls, 3. Drehimpuls, und auch der Schwerpunktssatz in einem tiefen Zusammenhang mit unseren Vorstellungen von Raum und Zeit.

Und zwar handelt es sich um die Prinzipien

1. der Gleichberechtigung aller Zeitstellen, d. h. der Homogenität der Zeit,
2. der Gleichberechtigung aller Raumstellen, d. h. der Homogenität des Raumes,
3. der Gleichberechtigung aller räumlichen Richtungen, d. h. der Isotropie des Raumes.

Sie bringen zum Ausdruck, daß der Raum und die Zeit als solche ein physikalisches System in keinerlei Weise beeinflussen. Wo diese Prinzipien nicht in Kraft sind, wie in der allgemeinen Relativitätstheorie, gelingt bekanntlich die Verallgemeinerung unserer Erhaltungssätze nur unbefriedigend. Dem Begriffsfüge der nicht-allgemein-relativistischen Physik gemäß haben wir uns auf Inertialsysteme zu beschränken.

Wir tun das, und wenden uns zunächst dem Begriff des abgeschlossenen Systems zu, der ja mit dem der Erhaltung eng verbunden ist. Selbstverständlich ist das abgeschlossene System eine Idealisation, aber eine für die klassische Physik sehr nützliche und fortwährend gebrauchte. Am allgemeinen wird es wie folgt zu definieren sein: Ein abgeschlossenes System ist ein solches, dessen physikalische Eigenschaften in keiner Weise von den übrigen physikalischen Realitäten der Welt beeinflußt werden. Folglich muß es insbesondere auch von deren zeitlichen Änderungen und von seiner Lage relativ zu ihnen unabhängig sein.

Denken wir dementsprechend unser System

1. zu einem anderen Zeitpunkt anlaufend,
2. in einer beliebigen Richtung, die wir zur x -Richtung machen, versetzt,
3. mit allen seinen Teilen um eine Achse, die wir zur z -Achse machen, mit gleichem Winkel verdreht,

aber sonst mit denselben Anfangsbedingungen begabt! Dann darf es sich von dem nicht variiert gedachten System nicht unterscheiden, sofern wir die oben genannten Prinzipien des Raumes und der Zeit als gültig annehmen.

Mathematisch ausgedrückt heißt das nichts anderes, als daß die Ausdrücke, welche die physikalischen Eigenschaften unseres Systems beschreiben, unter folgenden Transformationsgruppen invariant bleiben sollen:

$$\text{I} \quad t \rightarrow t + \tau$$

$$\text{II} \quad x \rightarrow x + \xi$$

$$\text{III} \quad \varphi \rightarrow \varphi + \psi.$$

(τ , ξ und ψ seien Konstanten. Zur Untersuchung der Variation 3 sollen Zylinderkoordinaten eingeführt sein.) Unser Begriff der Erhaltung gegenüber dem Fluß der Zeit kommt also mit dem der Erhaltung im Sinne von Invarianz gegenüber einer Gruppe in Zusammenhang.

Für das natürliche mechanische System ist er in der Literatur²⁾ mehr oder minder vollständig untersucht worden. Aus heuristischen Gründen sei es gestattet, ihn hier bis in die Einzelheiten zu verfolgen. Der Mechanismus sei durch die Lagrangeschen Gleichungen

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0 \quad k = 1 \dots f \quad (2)$$

beschrieben, wobei

$$L = T - U(q) \quad (3)$$

sein soll. Ferner möge der Mechanismus aus N Massenpunkten aufgebaut gedacht werden. Unseren Überlegungen entsprechend, wird

$$L \rightarrow L \quad (4)$$

unter den Transformationen I, II, III zu fordern sein.

Wenden wir uns der Transformation I zu, bei der natürlich

$$q_j \rightarrow q_j \quad j = 1 \dots f$$

vorauszusetzen ist, so folgt einfach

$$\frac{\partial L}{\partial t} = 0.$$

Da sich nach (2)

$$-\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{d}{dt} \left\{ \sum \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i - L \right\}$$

berechnet, bleibt somit der in der Klammer stehende Ausdruck erhalten. Unter unseren Voraussetzungen gilt also

$$T + U = E = \text{konst.} \quad (5)$$

Wir bekommen somit den Erhaltungssatz der Energie.

Zum Studium der Transformation II seien für die N Massenpunkte des Mechanismus kartesische Koordinaten

$$x_1 \dots x_N$$

$$y_1 \dots y_N$$

$$z_1 \dots z_N$$

eingeführt. Die x -Koordinaten können wir durch folgende ersetzen:

$$X_1 = x_1; \quad X_2 = x_2 - x_1; \quad \dots \quad X_N = x_N - x_1.$$

Aus dem Begriff der Abgeschlossenheit folgt nun, daß Bindungen nur von den Relativkoordinaten der Massenpunkte abhängig sein können, anderenfalls die Bewegung des Mechanismus von seiner Lage im Raum abhängig wäre. Somit können beim abgeschlossenen System immer folgende generalisierte Koordinaten eingeführt werden:

$$q_1 = X_1 \quad (6)$$

$$q_i = q_i(X_2 \dots X_N; y_1 \dots z_N) \quad i = 2 \dots f.$$

²⁾ Siehe z. B. E. T. Whittaker, *Analytische Dynamik*, Springer 1924, § 39; Hund, *Mechanik*, Leipzig 1948, § 68.

Da die generalisierten Koordinaten die Konfiguration des Systems vollständig beschreiben, müssen die Gleichungen (6) auflösbar sein, also

$$\begin{aligned} X_1 &= x_1 = q_1 \\ X_i &= F_i(q_2 \dots q_f) \quad i \neq 1 \\ x_i &= q_i + F_i \\ y_j &= f_j(q_2 \dots q_f) \\ z_j &= g_j(q_2 \dots q_f). \end{aligned}$$

Daraus folgt insbesondere:

$$\frac{\partial y_j}{\partial q_1} = \frac{\partial z_j}{\partial q_1} = 0; \quad \frac{\partial x_j}{\partial q_1} = 1 \quad (7)$$

für alle j .

Unter der Transformation II transformieren sich diese generalisierten Koordinaten folgendermaßen:

$$\begin{aligned} q_1 &\rightarrow q_1 + \xi \\ q_i &\rightarrow q_i \quad i \neq 1. \end{aligned} \quad (8)$$

Aus (4) folgt dann, daß L von q_1 nicht abhängen kann. q_1 ist also eine zyklische Koordinate, so daß nach (2)

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = \text{konst} \quad (9)$$

geschrieben werden kann. Nun ist allgemein:

$$\frac{\partial \dot{x}_j}{\partial \dot{q}_k} = \frac{\partial x_j}{\partial q_k}. \quad (10)$$

Deswegen und wegen (3) kann geschrieben werden:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} = \sum m_j \left\{ \dot{x}_j \frac{\partial x_j}{\partial q_1} + \dot{y}_j \frac{\partial y_j}{\partial q_1} + \dot{z}_j \frac{\partial z_j}{\partial q_1} \right\}.$$

Nach (9) und (7) erhalten wir schließlich:

$$\sum m_j \dot{x}_j = \text{konst}. \quad (11)$$

Das ist aber der Erhaltungssatz für die x -Komponente des Impulses! Selbstverständlich ist nach der Art der Voraussetzungen hiermit auch die Erhaltung für alle Impulskomponenten abgeleitet.

Wenn wir nun die Bedeutung der Invarianz des Mechanismus unter der Transformation III untersuchen wollen, beschreiben wir die N Massenpunkte durch Zylinderkoordinaten

$$\begin{aligned} \varphi_1 \dots \varphi_N \\ r_1 \dots r_N \\ z_1 \dots z_N. \end{aligned}$$

Dann bleiben zunächst alle Überlegungen und Formeln bis (10) richtig, wenn wir überall x_j durch φ_j , y_j durch r_j und z_j durch z_j ersetzen. Benutzen wir für die kinetische Energie des Systems die Form

$$T = \frac{1}{2} \sum m_j r_j^2 \dot{\varphi}_j^2 + \text{Glieder ohne } \dot{\varphi},$$

so wird

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} = \sum m_j r_{ij}^2 \dot{\varphi}_j = \text{konst.} \quad (12)$$

Wir bekommen somit den Erhaltungssatz des Drehimpulses.

Für den abgeschlossenen Mechanismus folgen also die Erhaltungssätze für Energie, Impuls und Drehimpuls aus der Forderung nach Homogenität der Zeit, so wie nach Homogenität und Isotropie des Raumes. Diese Forderung und die damit zusammenhängenden Invarianzforderungen sind aber nicht nur für Mechanismen zu stellen. Fließen aus ihnen in physikalischen Theorien, die andere physikalische Realitäten als Mechanismen beschreiben, wiederum Erhaltungssätze, so ist naheliegend, sie als solche für die genannten Größen zu deuten. Man hat also erstens den Zusammenhang zwischen Erhaltung und Invarianz und zweitens die vorgeschlagene Interpretation zu untersuchen.

Das erste geschieht durch den Satz von Emmy Noether³⁾, den wir folgendermaßen formulieren wollen: Ist ein Integral

$$I = \int \dots \int L(u_i; u_{i,k}) dx_1 \dots dx_n \quad (13)$$

mit

$$k = 1, 2, \dots, n$$

$$u_i = u_i(x_1 \dots x_n)$$

$$u_{i,k} = \frac{\partial u_i}{\partial x_k}$$

bis auf eine Divergenz $C_{k,k}$ (Summationskonvention in Kraft) invariant gegenüber einer endlichen kontinuierlichen Gruppe, deren infinitesimale Transformationen

$$x'_i = x_i + \Delta x_i \quad (14)$$

$$u'_i = u_i + \Delta u_i$$

lauten, so gilt mit den Eulerschen Ableitungen

$$\frac{DL}{Du_i} = \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial L}{\partial u_{i,k}} - \frac{\partial L}{\partial u_i} \quad (15)$$

und

$$\delta u_i = \Delta u_i - u_{i,i} \Delta x_i \quad (16)$$

die Beziehung

$$\frac{DL}{Du_i} \delta u_i = \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ C_k - \frac{\partial L}{\partial u_{i,k}} \Delta u_i + \left(\frac{\partial L}{\partial u_{i,k}} u_{i,i} - \delta_{ik} L \right) \Delta x_i \right\}. \quad (17)$$

Offenbar ordnen sich die oben abgeleiteten Erhaltungssätze für den Mechanismus diesem Satz unter. Denn mit L ist auch $\int L dt$ gegenüber den Gruppen I, II, III invariant. Die in (17) stehende Divergenz wird zur totalen Ableitung nach t , der einzigen unabhängigen Variablen; und schließlich kann (2) in der Form

$$\frac{DL}{Dq_k} = 0 \quad (2)$$

geschrieben werden. Wir untersuchen hier noch, was sich aus dem speziellen Relativitätsprinzip, d. h. der Gleichberechtigung aller Interalsysteme für den abgeschlossenen Mechanismus ergibt. Hier ist Invarianz unter den Galilei-

³⁾ Göttinger Nachrichten 1918, S. 235.

Transformationen zu fordern, also unter den Transformationen

$$x \rightarrow x + v t, \quad (IV)$$

wenn wir die Relativgeschwindigkeit, die in die Transformation eingeht, der Einfachheit halber in die x -Richtung gelegt haben. Wir können die generalisierten Koordinaten wie bei (6) wählen, so daß $q_1 = x_1$ eine zyklische Koordinate und

$$\begin{aligned} \Delta q_1 &= v t \\ \Delta q_i &= 0 \quad i \neq 1 \end{aligned}$$

wird. Jedoch bleibt L jetzt nur noch bis auf eine vollständige zeitliche Ableitung invariant. Und zwar wird:

$$\begin{aligned} \dot{x}_j &\rightarrow \dot{x}_j + v \\ \dot{x}_j^2 &\rightarrow \dot{x}_j^2 + 2v \dot{x}_j \\ \dot{y}_j &\rightarrow \dot{y}_j \\ \dot{z}_j &\rightarrow \dot{z}_j. \end{aligned}$$

(v soll eine infinitesimale Größe sein.) Somit ist

$$\Delta L = \Delta T = \Delta \frac{1}{2} \sum m_j \dot{x}_j^2 = v \sum m_j \dot{x}_j = \frac{d}{dt} v \sum m_j x_j$$

zu beachten. Dann liefert (17) und (2):

$$0 = \frac{d}{dt} \left\{ v \sum m_j x_j - \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} v t \right\}$$

oder unter Berücksichtigung von (11):

$$\text{konst} = \sum m_j x_j - G_1 t. \quad (18)$$

(G_1 ist die x -Komponente des Gesamtimpulses.) Man gewinnt also den Schwerpunktsatz.

In der klassischen Feldtheorie sind die unabhängigen Koordinaten $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$, $x_4 = i c t$. In (13) lassen wir dementsprechend n von 1 bis 4 laufen. Die Feldtheorie soll wie üblich durch die Forderung erzeugt werden, daß das Integral (13) stationär sein möge; die Feldgleichungen lauten also einfach:

$$\frac{DL}{Du_i} = 0. \quad (19)$$

Vom Standpunkt der speziellen Relativitätstheorie wird man nun die Gruppen I und II folgendermaßen zusammenfassen:

$$\begin{aligned} \Delta x_i &= \xi_i \\ \Delta u_i &= 0 \quad i = 1 \dots 4. \end{aligned} \quad (20)$$

Die ξ_i sind konstant und infinitesimal. Damit wird die vierparametrische Gruppe der Verschiebungen des Koordinatenursprungs im Minkowski-Raum erzeugt.

Ebenso wird man die Gruppen III und IV in nachstehender Weise zusammenfassen:

$$\Delta x_i = \beta_{ij} x_j \quad (21)$$

$$\Delta u_i = \beta_{ij} S_{ij}^{lm} u_m$$

Die Größen

$$\beta_{ij} = -\beta_{ji} \quad (22)$$

sind infinitesimal und konstant. S ist ein auf u wirkender Operator, dessen Gestalt durch die geometrische Natur der Feldgrößen u bestimmt wird. Durch (21) wird die eigentliche Lorentz-Gruppe inklusive der räumlichen Drehungen erzeugt. Gefordert wird nun die Invarianz des Integrals (13) unter der aus (20) und (21) aufgebauten Gruppe. Die anschauliche Rechtfertigung dieser Forderung ist in den eingangs gemachten Darlegungen zu suchen.

Setzen wir jetzt (20) in (17) ein und berücksichtigen (19), so kommt mit

$$T_{ik} = u_{i,i} \frac{\partial L}{\partial u_{i,k}} - \delta_{ik} L \quad (23)$$

die Beziehung

$$T_{i,k,k} = 0 \quad i = 1 \dots 4. \quad (24)$$

Das sind insgesamt vier Erhaltungssätze der Form (1), die wir ja mit $s_4 = i c g$ auch

$$s_{k,k} = 0$$

schreiben können. Den von uns erläuterten Gesichtspunkten zufolge müßte es sich um die Erhaltung von Energie und Impuls handeln. Nun müssen die drei Impulskomponenten und die mit i/c multiplizierte Energie einen Vierervektor bilden. Dem kann Genüge getan werden, wenn man den Tensor T_{ik} aus der Energiedichte W , der Impulsdichte g , der Energiestromdichte \mathfrak{S} und dem räumlichen Spannungstensor t nach dem Schema

$$(T_{ik}) = \left(\begin{array}{c|c} t & -i c g \\ \hline -\frac{i}{c} \mathfrak{S} & W \end{array} \right) \quad (25)$$

zu einem Energie-Impulstensor zusammensetzt. Übrigens müßte der Tensorcharakter von (23) noch bewiesen werden. Ein Beweis, der von sehr allgemeinen Voraussetzungen über die geometrische Natur der Größen u_i ausgeht, hat Bellinfante⁴⁾ erbracht.

Der Tensor (23) ist unter dem Namen kanonischer Tensor bekannt. Doch wird im allgemeinen seine Brauchbarkeit als Energie-Impulstensor bestritten, da er, gewöhnlich unsymmetrisch, zu Unklarheiten bezüglich der Formulierung des Drehimpuls- und Schwerpunktsatzes Anlaß gibt. So wie dem Vierervektor des Impulses und der Energie der zweistufige Tensor ihrer Dichten und Strömungsdichten entspricht, so gehört zu dem zweistufigen Drehimpulstensor ein dreistufiger Dichtentensor I_{ijk} , und der Erhaltungssatz für den Drehimpuls wird durch Kontinuitätsgleichungen

$$I_{ijk,k} = 0 \quad (26)$$

ausgedrückt. Nun pflegt man für I_{ijk} in an sich naheliegender Weise den Tensor

$$M_{ijk} = x_i T_{jk} - x_j T_{ik} \quad (27)$$

zu wählen. Verschwände seine Divergenz nach (26), so erhielte man durch Integration über den ganzen Raum, wenn Oberflächenintegrale keinen Beitrag geben,

$$\frac{d}{dt} \int (x_i g_j - x_j g_i) dV = 0 \quad (28a)$$

$$\frac{d}{dt} \int x_j W dV = c^2 G_j = \text{konst.} \quad (28b)$$

⁴⁾ Physica 7, 449 (1940).

Die Interpretation dieser Gleichung als Drehimpuls- und Schwerpunktsatz ist ohne Schwierigkeiten möglich.

Tatsächlich ist aber nach (24)

$$M_{ijk,k} = T_{ji} - T_{ij}, \quad (29)$$

d. h. die fragliche Divergenz verschwindet nur bei symmetrischem Energie-Impulstensor. Aus diesem Grunde pflegt man den kanonischen Tensor zu symmetrisieren.

Die konsequente Durchführung des von uns eingeschlagenen Gedankenganges ergibt indessen ein anderes Bild. Hier müßte Drehimpuls und Schwerpunktsatz durch die Noetherschen Relationen gegeben sein, die aus der Invarianz des Wirkungsintegrals unter der Gruppe (21) fließen. Setzen wir also (21) in (17) ein und berücksichtigen (19), so kommt

$$0 = \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ - \frac{\partial L}{\partial u_{i,k}} \beta_{ij} S_{ij}^{i;m} u_m + T_{ik} \beta_{ij} x_j \right\}.$$

Da wegen der Antisymmetrie der β_{ij} nur deren sechs unabhängig sind, so kommt mit (27) und

$$\frac{\partial L}{\partial u_{i,k}} (S_{ji}^{i;m} - S_{ij}^{i;m}) u_m = S_{jik} = -S_{ijk} \quad (30)$$

der Erhaltungssatz

$$0 = (S_{ijk} + M_{ijk})_{,k} = I_{ijk,k}. \quad (31)$$

Der Tensor der Dichten bzw. Strömungsdichten des Drehimpulses ($i, j \neq 4$) setzt sich also aus deren zwei zusammen. Während der eine, M_{ijk} , explizit von den Koordinaten abhängt, ist das für den zweiten, S_{ijk} , nicht der Fall und ebenso nicht für

$$\frac{i}{c} \int S_{ij4} dV = s_{ij} = -s_{ji}. \quad (32)$$

Das legt nun nahe, die S_{ijk} als Spindichte bzw. Spinströmungsdichte, die s_{ij} als Gesamtspin des Feldes — in halbquantentheoretischer Auffassung der zum Felde gehörigen Teilchen — aufzufassen, während entsprechend die M_{ijk} als Dichte bzw. Strömungsdichte des orbitalen Drehimpulses anzusehen wären. In der Theorie, die mit dem symmetrisierten Tensor arbeitet, ist demgegenüber eine derartige Aufspaltung nur für den Tensor des gesamten Drehimpulses möglich, nicht für den Dichtentensor⁵⁾.

In der skalaren Theorie verschwindet nach (21) und (30) S_{ijk} . Gemäß (29) muß dann T_{ik} symmetrisch sein. Das ist in der Tat der Fall. Denn bei skalaren Feldgrößen muß die Lagrange-Funktion unbedingt die Form (33)

$$L = L(u_i; u_m; \dots u_{i,j} u_{m,j} \dots) \quad (33)$$

haben, und es folgt

$$T_{ik} = \frac{\partial L}{\partial u_{i,j} u_{m,j}} (u_{i,i} u_{m,k} + u_{m,i} u_{i,k}) - \delta_{ik} L = T_{ki}. \quad (33a)$$

Dies akzeptiert, wären Felder, die spinlosen Teilchen korrespondieren, durch skalare Theorien zu beschreiben. Allgemein wäre der Spin durch die geometrische Natur der Feldgrößen bestimmt, der orbitale Drehimpuls dagegen davon unabhängig. Ist in der nichtskalaren Theorie der kanonische Tensor symme-

⁵⁾ Hund, *Materie als Feld*, Springer 1954, S. 322f.

trisch, hätte man von einer Entkopplung von orbitalen und Spindrehimpuls zu sprechen, insofern beide für sich erhalten blieben. Das träfe für alle Lösungen der Feldgleichungen zu, wenn L die Gestalt (33) hat.

In der hier besprochenen Theorie hängt nach (31) und (29) der antisymmetrische Anteil des kanonischen Tensors mit der Spindichte allgemein durch die Beziehung

$$T_{ij} - T_{ji} = S_{ijk,k} \quad (34)$$

zusammen.

Diese Beziehung gilt natürlich nicht nur für $i, j \neq 4$ und kann daher sofort zur Formulierung des Schwerpunktsatzes herangezogen werden. Wir haben nach (31), (34) und (29)

$$\begin{aligned} M_{j4k,k} + S_{j4k,k} &= 0 \\ &= (x_j T_{4k} - x_4 T_{jk})_{,k} + T_{j4} - T_{4j}. \end{aligned}$$

Durch Integration über den Raum folgt daraus:

$$\frac{d}{dt} \int x_j W dV - c^2 G_j + (c^2 G_j - \bar{S}_j) = 0.$$

Dabei ist

$$\bar{S}_j = \int S_j dV.$$

Im Unterschied zu (28b) haben wir somit die allgemeinere Beziehung

$$\frac{d}{dt} \int x_2' W dV = \bar{S}_j,$$

die im Fall des symmetrischen Tensors in (28b) übergeht. Ansonsten tritt an die Stelle des integralen Impulses die integrale Energieströmung. Definieren wir die Komponenten X_j des Schwerpunktes durch

$$X_j \int W dV = \int x_j W dV \quad j = 1, 2, 3 \quad (35)$$

und beachten, daß

$$\int W dV = E = \text{konst}$$

ist, so schreibt sich der Schwerpunktsatz:

$$\frac{d}{dt} X_j = \frac{\bar{S}_j}{E}. \quad (36)$$

Relativistisch konsistent ist diese Begriffsbildung, wenn die \bar{S}_j zusammen mit $i c E$ einen Vierervektor bilden. Das ist dann der Fall, wenn mit

$$T_{ik,k} = 0$$

auch

$$T_{ki,k} = 0 \quad (37)$$

ist. Dann ist überdies \bar{S}_j konstant, und (36) bringt den Satz von der gleichförmigen Bewegung des Schwerpunkts zum Ausdruck, der dann auch für den unsymmetrischen Energie-Impulstensor gilt.

Zum Schluß wollen wir unseren Gedankengang noch kritisch beleuchten. Aus dem Begriffe des abgeschlossenen Systems, sowie den dargelegten Prinzipien, die für den Raum und die Zeit gelten sollen, ergibt sich die Forderung, daß die betrachtete physikalische Theorie unter einer zehnparametrischen Gruppe invariant sein soll. Erzeugen wir die Theorie durch ein Variations-

prinzip, so ergibt der Noethersche Satz zehn Erhaltungssätze. Das ist zwingend. Ihre Interpretation als Energie-Impuls-Drehimpuls- und Schwerpunktsatz geschah durch Analogie: Beim natürlichen mechanischen System gewinnen wir gerade diese Sätze. Dabei haben wir ganz bestimmte generalisierte Koordinaten wählen müssen, was bezüglich der Form der Lagrange-Funktion eine Einengung bedeutet. Entsprechendes sollte man auch für feldtheoretische Verhältnisse erwarten. Eine Feldtheorie ist durch das Variationsprinzip vorgegeben, aber das Umgekehrte trifft nicht zu. Im allgemeinen gibt es eine ganze Klasse von äquivalenten Theorien, die aus verschiedenen Lagrange-Funktionen hervorgehen und zur Bildung auch verschiedener kanonischer Tensoren Anlaß geben. Es drängt sich die Frage auf, welcher der „richtige“ ist, anders ausgedrückt: Bei welcher Form der Feldtheorie erscheint die Benutzung des kanonischen Tensors als Energie-Impulstensor aus Gründen, die über die hier gezogenen Analogieschlüsse hinausgehen, angezeigt? In einer folgenden Arbeit werden wir solche Gründe dafür anführen, daß es bei Dirac-ähnlichen Feldern, bei denen auch (37) erfüllt ist, der Fall ist.

Greifswald, Institut für Theoretische Physik.

Bei der Redaktion eingegangen am 3. Juli 1956.

Zum Übergang Plasma—Raumladungsschicht

Von Johannes Wilhelm

Mit 6 Abbildungen

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstage gewidmet

Inhaltsübersicht

Ausgehend von den Boydschen Vorstellungen wird mit Hilfe gemessener Beweglichkeitswerte der Einfluß einer Raumladungsschicht auf das Plasma untersucht, sowie Ausblick auf die weitere Entwicklung der Theorie gegeben.

Die Frage des Überganges von einem Plasma zu einer sich anschließenden Raumladungsschicht tritt immer dann in Erscheinung, wenn man sich mit einem solchen endlicher Ausdehnung befaßt, welches von vorgegebenen Wänden eingeschlossen wird. Diesem Fall liegt physikalisch die Aufgabe zugrunde, für das Ineinanderübergehen des Plasmas mit der den Wänden vorgelagerten Raumladungsschicht eine zutreffende Beschreibung zu finden. Wir beschäftigen uns im folgenden mit dem Sonderfall eines solchen Problems, daß nämlich die sich ausbildende Schicht nicht einfach die Folge der Aufladung solch einer isolierten Wand ist, sondern insbesondere dadurch hervorgerufen wird, daß man die Begrenzung selbst auf ein vorgegebenes Potential gegenüber dem Plasma bringt, mit anderen Worten mit der Frage des Hinübergreifens eines durch eine Sonde erzeugten elektrischen Feldes in die Verhältnisse eines quasineutralen Plasmas. Tatsächlich handelt es sich hierbei um eines der Kernprobleme jeder Sondentheorie. Dementsprechend wird auch der Fortschritt in der Entwicklung dieser theoretischen Überlegungen an der Aufzählung der Bemühungen offensichtlich, durch Einschieben gewisser Zwischenbereiche und Angabe der für sie gültigen Trägerbewegungsgesetze in immer zutreffenderem Maße den Übergang vom ungestörten Plasma zur Raumladungsschicht zu erfassen. Bereits Langmuir und Mott-Smith¹⁾ haben darauf hingewiesen, daß die Annahme einer scharfbegrenzten Raumladungsschicht, die sich unmittelbar an das ungestörte Plasma anschließen soll, im Fall hoher negativer Sondenspannungen die Vernachlässigung eines dazwischen befindlichen gestörten Plasmabereiches bedeutet; darüber hinaus wurde von Langmuir²⁾ mit seinen Untersuchungen über die Doppelschichten vor Kathoden eine theoretische Grundlage zur Behandlung einer solchen Beeinflussung bei niedrigen Drucken gelegt. Ein direkter experimenteller Nachweis, daß die Vorstellung einer vollständigen Abschirmung eines Plasmas durch die

¹⁾ H. M. Mott-Smith, I. Langmuir, *Physic. Rev.* **28**, 727 (1926).

²⁾ I. Langmuir, *Physic. Rev.* **33**, 954 (1929).

Raum
Buch
die st
niss
nehm
her v
sich
deme
schlie
besch
Fläch
anlau
gegel
ihm
ange
komm
strec
rung
ten
sich
neut
beite
nich

Wäl
zwe
Arb
pun
sch
tete
ist.

881

28,

49

Raumladungsschicht nur bedingte Richtigkeit besitzen kann, wurde durch Buchmann³⁾ mit Hilfe zweier Sonden erbracht, wobei die eine der beiden die störende Wirkung der anderen aufzeigte⁴⁾. Als eines der wichtigsten Ergebnisse dieser Untersuchung kann die Abnahme der Beeinflussung mit zunehmendem Druck angegeben werden. Auch vom theoretischen Standpunkt her wurde von Wenzl⁵⁾ eingehend auf die Widersprüche hingewiesen, die sich bei der Annahme einer scharfen Begrenzung ergeben. Er entwickelte dementsprechend eine Theorie, in der sich der Übergang in vier aneinander-schließenden Schichten vollzieht. Sie ist auf den Bereich niedriger Drucke beschränkt und beruht im wesentlichen auf der Verwendung von Energie- und Flächensatz, Poisson-Gleichung sowie der Boltzmann-Verteilung für die anlaufenden Träger. Zur selben Zeit wurde von Boyd⁶⁾ ein Kriterium angegeben, welches den Begriff der Unschärfe mathematisch erfassen läßt. Nach ihm muß nämlich die Energieverteilungsfunktion der Träger, welche im Feld angezogen werden, an der Stelle, wo es zur Ausbildung einer Freifallschicht kommen soll, eine gewisse Bedingung erfüllen; die elektrische Wirkung erstreckt sich in das Plasma hinein, um eine solche eventuell erforderliche Änderung der Verteilungsfunktion hervorzurufen. Bei Nichterfüllung des genannten Kriteriums existiert überhaupt keine Freifallschicht, sondern es bildet sich eine einfache Raumladungsschicht aus, weil die Bedingung der Quasineutralität verletzt wird. Eine Einteilung einer Reihe von theoretischen Arbeiten läßt sich nach dem Gesichtspunkt, ob die Unschärfe eine Rolle oder nicht spielt, folgendermaßen durchführen:

Langmuir, Mott-Smith ⁷⁾	Sommermeyer ¹²⁾	Wenzl ⁵⁾
Langmuir, Blodgett ⁸⁾	Davydow, Zmanovskaja ¹³⁾	Boyd ⁶⁾
McCurdy ⁹⁾		
Borgnis ¹⁰⁾		
Watanabe, Kobayashi ¹¹⁾		

Während die Unschärfe in der ersten Gruppe vernachlässigt wird, liegt in der zweiten gerade die Betonung auf dieser Erscheinung; schließlich bringen die Arbeiten der dritten Spalte einen Ausgleich zwischen den beiden Standpunkten. Im übrigen unterscheiden sich die einzelnen Theorien in der Beschreibung der Bewegungsverhältnisse, was im wesentlichen von dem betrachteten Druckbereich, wie von den Vorstellungen über die Trägerbilanz abhängig ist. Folgende Bemerkungen beziehen sich auf die zuletzt zitierte Arbeit von

³⁾ E. F. Buchmann, Z. techn. Physik **15**, 180 (1934).

⁴⁾ Ähnliche Beobachtungen neuerdings auch bei R. M. Howe, J. appl. Phys. **24**, 881 (1953).

⁵⁾ F. Wenzl, Z. angew. Physik **2**, 59 (1950).

⁶⁾ R. L. F. Boyd, Proc. Roy. Soc. A **201**, 329 (1950).

⁷⁾ I. Langmuir, H. M. Mott-Smith, Gen. El. Rev. **27**, 449 (1924); Physic. Rev. **28**, 727 (1926).

⁸⁾ I. Langmuir, K. B. Blodgett, Physic. Rev. **22**, 347 (1923); Physic. Rev. **24**, 49 (1924).

⁹⁾ McCurdy, Physic. Rev. **27**, 157 (1926).

¹⁰⁾ F. Borgnis, Ann. Physik **31**, 497 (1938).

¹¹⁾ Y. Watanabe, H. Kobayashi, Technol. Rep. Tohoku Univ. **18**, 235 (1954).

¹²⁾ K. Sommermeyer, Z. Physik **90**, 232 (1934).

¹³⁾ B. Davydow, L. Zmanovskaja, Techn. Physik USSR **3**, 715 (1936).

¹⁴⁾ R. L. F. Boyd, Proc. Roy. Soc. B **64**, 795 (1951).

Boyd bei höheren Drucken. Nach ihm vollzieht sich der Übergang im Falle der Anziehung von positiven Ionen, indem sich vor die eigentliche Raumladungsschicht zwei gestörte Plasmabereiche lagern, worin mit konstanter bzw. veränderlicher Beweglichkeit für die angezogenen Träger gerechnet wird. In allen Schichten soll ferner positiver Ionensättigungsstrom, sowie die Boltzmann-Verteilung für die anlaufenden Träger vorausgesetzt werden. Wir legen unseren Berechnungen die Beweglichkeitsmessungen von Hornbeck¹⁵⁾ zugrunde, was eine Ergänzung in Hinblick auf die aufzustellenden Ausgangsgleichungen zur Folge hat. Mit diesen werden dann Aussagen über die Größe der Unschärfe, d. h. der im Plasma hervorgerufenen Potentialänderung, sowie der Ausdehnung der gestörten Schichten in Abhängigkeit vom Druck und anderer Parameter angegeben; dabei wird sich der Einfachheit halber auf den ebenen Fall beschränkt. Hieran anschließend sollen einige Bemerkungen qualitativer Art grundsätzliche Ausblicke auf die Weiterentwicklung der Theorie geben.

Wie beziehen uns bei der Aufstellung der Gleichungen auf den Fall einer Heliumentladung und rechnen mit den von Hornbeck angegebenen Werten für die Driftgeschwindigkeit von He^+ in Abhängigkeit von E/p_0 . Dabei bedeutet E die jeweils vorherrschende Feldstärke, $p_0 = \frac{273}{T} \cdot p$ dagegen den auf 0°C reduzierten Druck, wobei als Gastemperatur $T = 300^\circ\text{K}$ angesetzt wurde. Die von Hornbeck auf Grund von Messungen angegebene Kurve zeigt deutlich das Vorliegen eines Linear- und Wurzelgesetzes für hinreichend kleinen bzw. entsprechend großen E/p_0 , was in guter Übereinstimmung mit bereits früher erhobenen theoretischen Forderungen steht¹⁶⁾. Während so für extreme E/p_0 -Werte gesetzmäßige Formulierungen — nämlich bei dem benutzten doppellogarithmischen Auftrag Geraden von der Steigung 1 bzw. $1/2$ — ermöglicht werden, befindet sich jedoch zwischen diesen beiden Bereichen ein breites Übergangsgebiet, welches bei He^+ einen Raum von etwa $9 - 180 E/p_0$ einnimmt. Eine erste Näherung würde sich nun dadurch ergeben, daß man von rechts und links her in das Zwischengebiet die in den Nebengebieten gültigen Gesetzmäßigkeiten extrapoliert und die Stelle des Zusammensetzens im Schnittpunkt der beiden Geraden findet; eine solche Näherung würde etwa dem Vorgehen von Boyd entsprechen. Hier soll eine bessere Approximation durch folgendes Verfahren vorgenommen werden: Zunächst wird zwischen den beiden Grenzpunkten die Sehne gezogen, was eine grobe lineare Interpolation bedeutet. Wir bilden dann das geometrische Mittel aus den durch die Sehne bestimmten und den durch die Extrapolation erhaltenen Werten der Driftgeschwindigkeit. Dabei ergeben sich also mit wachsendem E/p_0 vier aneinanderanschließende Bereiche, die sich der Reihe nach durch folgende Gesetzmäßigkeiten beschreiben lassen:

$$\begin{aligned} v_{+1} &= b_+ \frac{E}{p_0} & v_{+2} &= \sqrt{b_+} \times \left(\frac{E}{p_0} \right)^{\frac{s+1}{2}} \\ v_{+3} &= \sqrt{k_+} \times \left(\frac{E}{p_0} \right)^{\frac{s+1}{2}} & v_{+4} &= k^+ \left(\frac{E}{p_0} \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (1)$$

¹⁵⁾ J. A. Hornbeck, Physic. Rev. 84, 615 (1951).

¹⁶⁾ Vgl. hierzu J. Dosse, G. Mierdel, Der elektrische Strom im Hochvakuum und in Gasen, S. 161; L. Sena, J. Physic. USSR 10, 179 (1946); G. H. Wannier, Physic. Rev. 83, 281 (1951).

Dabei werden die Größen x und s aus den Ansatzpunkten der Sehne zu: $x = 1,51 \cdot 10^4$ und $s = 0,69$ bestimmt. b_+ als Beweglichkeit bei einer Gasdichte von 1 Torr und 0°C ist aus der Meßkurve zu $b_+ = 7,6 \cdot 10^3$ entnommen¹⁷⁾, sowie k_+ zu $k_+ = 4 \cdot 10^4$. Tatsächlich ist mit diesen Festlegungen eine gute Wiedergabe der Hornbeckschen Ergebnisse möglich. Ausgehend von der Gleichung für die Stromdichte und der Boltzmann-Verteilung erhält man so bei Beachtung der Quasineutralität den Potentialverlauf in den einzelnen Bereichen zu:

$$\begin{aligned} V - V_0 &= \frac{kT_e}{e} \ln [1 + A(x - x_0)] \\ V - V_1 &= \frac{s+1}{2} \frac{kT_e}{e} \ln [1 + B(x - x_1)] \\ V - V_2 &= \frac{s+\frac{1}{2}}{2} \frac{kT_e}{e} \ln [1 + C(x - x_2)] \\ V - V_3 &= \frac{1}{2} \frac{kT_e}{e} \ln [1 + D(x - x_3)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Dabei ist:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{e b_+} \frac{e p_0}{kT_e} \alpha_0 \\ B &= \frac{2}{s+1} \left(\frac{1}{e \sqrt{b_+ x}} \right)^{\frac{2}{s+1}} \frac{e p_0}{kT_e} \alpha_1^{\frac{2}{s+1}} \\ C &= \frac{2}{s+\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{e \sqrt{k_+ x}} \right)^{\frac{2}{s+\frac{1}{2}}} \frac{e p_0}{kT_e} \alpha_2^{\frac{2}{s+\frac{1}{2}}} \\ D &= 2 \left(\frac{1}{e k_+} \right)^2 \frac{e p_0}{kT_e} \alpha_3^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Hierin bedeuten: x Koordinate senkrecht zur Sondenoberfläche in Richtung Plasma anwachsend, j Ionenstromdichte, n_e Elektronendichte, T_e Elektronentemperatur, e Elementarladung, k Boltzmann-Konstante und $\alpha_v = \frac{j}{n_v}$. Ferner beziehen sich die mit dem Index v versehenen Größen auf die Anfangs- bzw. Endpunkte der einzelnen Intervalle. Aus der Stetigkeit des Überganges ergeben sich die E/p_0 -Werte an den Zusammensetzungsstellen zu:

$$\frac{E_1}{p_0} = \left(\frac{x}{b_+} \right)^{\frac{1}{1-s}} \quad \frac{E_2}{p_0} = \left(\frac{k_+}{b_+} \right)^2 \quad \frac{E_3}{p_0} = \left(\frac{k_+}{x} \right)^{\frac{2}{2s-1}}. \quad (4)$$

¹⁷⁾ Der hier benutzte Wert ist etwas kleiner als der durch Extrapolation nach $E/p_0 = 0$ gewonnene, wie er von HORNBECK angegeben wird. Da wir uns hier aber, wie noch später deutlicher werden wird, weniger mit beinahe verschwindenden als viel mehr schon etwas größeren E/p_0 -Werten zu beschäftigen haben, wurde diese Größe direkt aus der Meßkurve entnommen.

Darüber hinaus erhält man für die maximale Ausdehnung der Schichten sowie den hierzu gehörigen Potentialabfall die Beziehungen

$$\begin{aligned} \Delta_1 x &= - \frac{1 - \frac{1}{e} \left(\frac{b_+^*}{\kappa} \right)^{\frac{1}{1-s}} \cdot \alpha_0}{\frac{e p_0}{k T_e} \frac{\alpha_0}{e b_+}} \\ \Delta_2 x &= - \frac{1 - \left(\frac{b_+}{k_+} \right)^2 \frac{E_1}{p_0}}{\frac{2}{s+1} \frac{e p_0}{k T_e} \frac{E_1}{p_0}} \\ \Delta_3 x &= - \frac{1 - \left(\frac{\kappa}{k_+} \right)^2 \frac{E_2}{p_0}}{\frac{2}{s + \frac{1}{2}} \frac{e p_0}{k T_e} \frac{E_2}{p_0}} \end{aligned} \quad (5)$$

bzw.

$$\begin{aligned} \Delta_1 V &= \frac{k T_e}{e} \ln \frac{\alpha_0}{e \sqrt{b_+} \kappa \left(\frac{E_1}{p_0} \right)^{\frac{s+1}{2}}} \\ \Delta_2 V &= \frac{k T_e}{e} \ln \frac{\sqrt{\frac{b_+}{k_+}} \left(\frac{E_1}{p_0} \right)^{\frac{s+1}{2}}}{\left(\frac{E_2}{p_0} \right)^{\frac{s+1}{2}}} \\ \Delta_3 V &= \frac{k T_e}{e} \ln \frac{\sqrt{\frac{\kappa}{k_+}} \left(\frac{E_2}{p_0} \right)^{\frac{s+1}{2}}}{\left(\frac{E_3}{p_0} \right)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (6)$$

Aus diesen Gleichungen ergibt sich eine abnehmende Tendenz der Unschärfe für anwachsende Drucke und fallende Elektronentemperatur¹⁸⁾. In den nachfolgenden Abbildungen wurden unter Annahme von $\frac{k T_e}{e} = 1$ die Abhängigkeiten für den interessanten Grenzbereich von einigen Torr aufgezeichnet.

Abb. 1 und 2 zeigen Ausdehnung sowie Potentialabfall in dem ersten Bereich konstanter Beweglichkeit, wobei als Parameter die Größe α_0 eingeht. Um darüber hinaus dies gesamte Unschärfe erfassen zu können, ist die Frage nach dem Ende der gestörten Bereiche überhaupt zu stellen. Tatsächlich wird ein solches Eintreten, wenn eine hinreichend große Abweichung von der Neutralität vorliegt bzw. wenn das Boydsche Kriterium zur Ausbildung einer Freifallschicht erfüllt wird. Einsetzen der gewonnenen Potentialverteilung in die noch nicht verwendete Poisson-Gleichung läßt die Abweichung von der Neutralität bestimmen. Insbesondere ergibt sich für die Ausdehnung in Abhängigkeit von der Größe $\delta = \frac{n_+ - n_e}{n_+}$, welche ein relatives Maß für die Stärke

¹⁸⁾ Daß hierbei der maximale Potentialabfall in den Schichten bei festgehaltenem α_0 bzw. ganz allgemein druckunabhängig wird, läßt sich sofort aus dem Ansatz für die Trägerbewegung verstehen.

der Raumladung darstellt, im zweiten und dritten Bereich:

$$\Delta x = - \frac{1 - \left[\varepsilon \sqrt{b_+ \kappa} \left(\frac{2}{s+1} \frac{e}{k T_e} \right) \right]^{s+5} \left(\frac{p_0^2}{\beta \delta} \right)^{\frac{2}{s+5}} \frac{E_1}{p_0}}{\frac{2}{s+1} \frac{E_1}{p_0} \frac{e}{k T_e}} \quad (7)$$

$$\Delta x = - \frac{1 - \left[\varepsilon \sqrt{k_+ \kappa} \left(\frac{2}{s+\frac{1}{2}} \frac{e}{k T_e} \right) \right]^{s+4,5} \left(\frac{p_0^2}{\beta \delta} \right)^{\frac{2}{s+4,5}} \frac{E_2}{p_0}}{\frac{2}{s+\frac{1}{2}} \frac{E_2}{p_0} \frac{e}{k T_e}}, \quad (5)$$

während sich die zugehörigen Potentialänderungen nach

$$\Delta V = \frac{s+1}{2} \frac{k T_e}{e} \ln \left[\left(\varepsilon \sqrt{b_+ \kappa} \cdot \frac{2}{s+1} \frac{e}{k T_e} \right)^{\frac{2}{s+5}} \left(\frac{p_0^2}{\beta \delta} \right)^{\frac{2}{s+5}} \frac{E_1}{p_0} \right] \quad (8)$$

$$\Delta V = \frac{s+\frac{1}{2}}{2} \frac{k T_e}{e} \ln \left[\left(\varepsilon \sqrt{k_+ \kappa} \cdot \frac{2}{s+\frac{1}{2}} \frac{e}{k T_e} \right)^{\frac{2}{s+4,5}} \left(\frac{p_0^2}{\beta \delta} \right)^{\frac{2}{s+4,5}} \frac{E_2}{p_0} \right]$$

errechnen. ε bedeutet dabei die Dielektrizitätskonstante. Hinsichtlich der Abhängigkeiten von p und T_e ergeben sich dem obigen entsprechende Tendenzen. Setzt man $\delta = 10^{-1}$ als obere tragbare Grenze für die Quasineutralität,

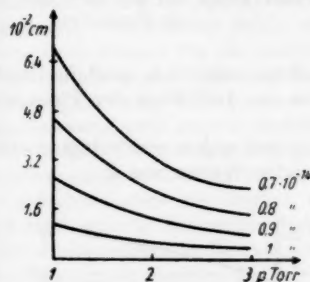


Abb. 1. $x_0 - x_1$ in Abhängigkeit vom Druck p für verschiedene Parameter $\alpha_0 = -\frac{j}{n_{e0}}$

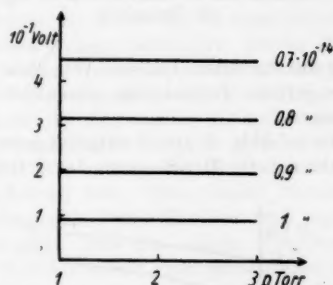


Abb. 2. $V_0 - V_1$ in Abhängigkeit vom Druck p für verschiedene Parameter $\alpha_0 = -\frac{j}{n_{e0}}$

tät, so zeigt sich bei Verwendung der für unseren Fall zutreffenden Daten, daß der Übergang zur Raumladungsschicht spätestens am Ende bzw. Anfang des zweiten bzw. dritten Bereiches erfolgt¹⁹⁾, wobei — plausible Werte für die Ionenweglänge vorausgesetzt — noch keine Erfüllung des Freifallkriteriums zu erwarten sein wird.

¹⁹⁾ An der Zusammensetzungsstelle des zweiten und dritten Bereiches besteht für die Raumladung eine Unstetigkeit, die zur Folge hat, daß sich der hieraus berechnete Ort des Zusammentreffens nicht exakt mit dem aus der Stetigkeit der Feldverteilung gefolgerten deckt. In unserem Falle beträgt die Abweichung für die Schichtdicke und die Potentialdifferenz etwa 6% bzw. 11% der nach Gl. (5) und (6) errechneten Werte, und zwar im Sinne einer Vergrößerung. Diese Unstetigkeit macht sich in den nachfolgenden Abbildungen 3 und 4 für höhere Stromdichten und niedrigere Drücke bemerkbar, wenn die Größen über den durch die entsprechenden Gleichungen aus (5) und (6) definierten zweiten Bereich hinausgehen.

In Abb. 3 und 4 wurde dementsprechend die restliche Ausdehnung des gestörten Bereiches sowie der zugehörige Potentialabfall als Funktion vom Druck aufgetragen, wobei wieder $\frac{kT_e}{e} = 1$ und überdies $\delta = 10^{-1}$ gewählt ist. Die ausgezogenen Kurven beziehen sich auf das zweite, die unterbrochenen da-

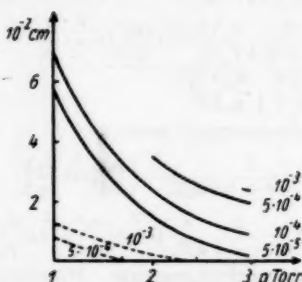


Abb. 3. Ausdehnung des 2. bzw. 3. Bereiches in Abhängigkeit vom Druck bei $\delta = 10^{-1}$ und $\beta = -j$ als Parameter

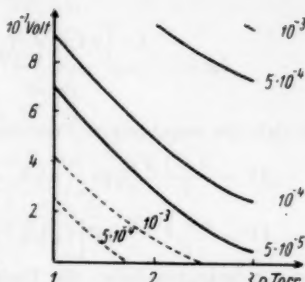


Abb. 4. Potentialabfall im 2. bzw. 3. Bereich in Abhängigkeit vom Druck bei $\delta = 10^{-1}$ und $\beta = -j$ als Parameter

gegen auf das dritte Gebiet. Wie ohne weiteres ersichtlich, muß die Unschärfe dieser letzten Teilbereiche wesentlich von der Definition der Plasmagrenze abhängen.

Die in Abb. 5 und 6 aufgetragenen Größen zeigen vernünftigerweise eine Abnahme beim Herabsetzen des definierenden Wertes von δ .

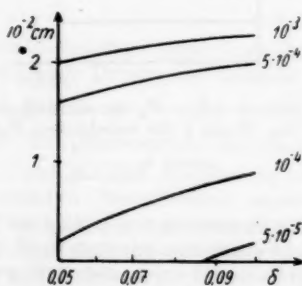


Abb. 5. $x_1 - x$ bei 3 Torr als Funktion von δ für verschiedene Werte von $\beta = -j$

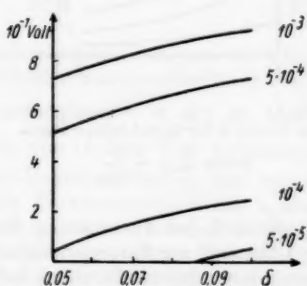


Abb. 6. $V_1 - V$ bei 3 Torr als Funktion von δ für verschiedene Werte von $\beta = -j$

Qualitativ lassen sich die eben aufgezählten Erscheinungen ohne größere Schwierigkeiten verstehen: Eine Druckzunahme wird infolge der anwachsenden Stoßzahl eine gewisse Dämpfung auf den Einfluß der Raumladungsschicht ausüben; ebenfalls wird eine Abnahme der Unschärfe im Bereich konstanter Beweglichkeit mit zunehmenden α_0 zu erwarten sein, weil damit eine Vergrößerung des Eingangswertes von E/p_0 verbunden ist. Dementgegen wird eine

Steigerung der Elektronentemperatur bzw. der Stromdichte den umgekehrten Effekt zur Folge haben; denn einerseits werden die Elektronen bei vergrößerter Temperatur tiefer in das Gegenfeld anlaufen können und damit die Ausbildung der Raumladungsschicht langsamer vor sich gehen, andererseits bewirkt ein erhöhter Trägerentzug auch eine vermehrte Störung. Tatsächlich erweisen sich die hier angeführten Berechnungen hinsichtlich der Größenordnung und auch des Verhaltens als recht vernünftig, wenn man die Ungenauigkeiten und Unsicherheit bedenkt, welche bei der Beschreibung dieser in einem inhomogenen Feld stattfindenden Vorgänge vorgenommen wurden. Man wird also erwarten dürfen, daß die der Boydschen Theorie zugrunde liegenden Vorstellungen ein Teil des Überganges Plasma—Raumladungsschicht in recht brauchbarer Weise beschreiben, muß sich darüber hinaus aber die Frage stellen, inwieweit durch diese Überlegungen bereits der Gesamtkomplex des Überganges dargestellt wird. Eine erste kritische Bemerkung²⁰⁾ bezieht sich hierbei auf die Annahme, daß von vornherein der Elektronenstrom gegenüber dem der Ionen vernachlässigt wird. Selbstverständlich wird dies für einen beträchtlichen Teil der Sondenschichten infolge des Sättigungsfalles erfüllt sein; andererseits kann dies aber eine erhebliche Unstetigkeit nicht nur bezüglich der Stromdichte, sondern wegen der vorausgesetzten Konstanz des Ionenstromes auch in der Trägerbilanz an der Übergangsstelle ungestörtes Plasma—Sondenschichten zur Folge haben. Unmittelbar damit ist ferner die Frage der Anwendbarkeit der Boltzmann-Formel für die anlaufenden Träger verknüpft. Dieses Prinzip gilt ja streng nur im statischen Fall, weshalb auch von Sommermeyer²⁰⁾ eine verallgemeinerte Boltzmann-Funktion eingeführt wurde. Infolge hoher Gegenspannung wird zwar in Sondennähe die Anwendung gestattet sein, das schließt jedoch nicht aus, daß in gewissen Teilbereichen eine gerichtete Elektronenbewegung vorhanden ist, die die Verwendung der Boltzmann-Verteilung zumindestens als fraglich erscheinen läßt. Eine zweite Bemerkung bezieht sich auf die den ganzen Betrachtungen stets stillschweigend zugrunde gelegte eindimensionale Betrachtungsweise. Daß eine solche Forderung in mehr oder minder starkem Maße bei Vorhandensein einer gerichteten Bewegung, die nicht den Symmetrieverhältnissen der messenden Sonde entspricht, nicht erfüllt sein wird, ist ohne weiteres ersichtlich; jedoch scheint eine verfeinerte Theorie auch bei einfacher gearteten Anordnungen unter Umständen nicht ohne solche Berücksichtigungen auszukommen. Versuchen wir uns die Verhältnisse an einigen Beispielen zu veranschaulichen: Hierzu fassen wir zunächst einmal den Fall einer positiven Säule ins Auge, wobei eine ebene Sonde in die Mittellinie der Entladung parallel zu den Elektroden gebracht werden soll, und zwar so, daß nur ihre der Kathode zugewandte Fläche Strom aufnehmen kann. Bei Nichtvorhandensein der Sonde liegt dann einerseits das örtlich konstante Säulenlängsfeld vor, dem sich symmetrisch nach radialer Richtung der Quergradient auf Grund der ambipolaren Diffusion überlagert. Damit hat man an der Raumstelle, wo der Sondereinfluß praktisch vernachlässigt werden kann, einen Elektronenstrom vorliegen, der zur Sonde hinfließt, während die positiven Ionen gerade in entgegengesetzter Richtung wandern. Hieraus ist sofort ersichtlich, daß in dem ersten Übergangsbereich eine starke gerichtete Elektronenbewegung vorhanden ist, die in Richtung Sonde

²⁰⁾ Vgl. J. Wilhelm, *Wiss. Z. Univ. Greifswald* 4, 603 (1954/55); D. Kamke, H. J. Rose, *Z. Physik* 145, 83 (1956).

in zunehmendem Maße abklingt. Darüber hinaus fließt der elektrische Gesamtstrom an der Übergangsstelle zum ungestörten Plasma entgegengesetzt zum Sondenstrom, in Sondernähe hat derselbe aber die Richtung und bei hinreichend großer Sondenspannung etwa die Größe des letzteren. Daher muß dieser Gesamtstrom durch Null gehend sein Vorzeichen wechseln. Das wiederum hat auf Grund der Kontinuitätsgleichung entsprechende radiale Änderungen zur Folge, d. h. im Einflußbereich der Sonde wird eine Störung der Ambipolarität hervorgerufen und es erscheint fraglich, ob eine vollständige Theorie selbst bei kleineren Sondenausdehnungen in seitlicher Richtung ohne zweidimensionale Betrachtungsweise den Übergang Plasma—Raumladungsschicht exakt beschreiben kann. Betrachten wir abschließend noch den Fall, daß eine Zylindersonde parallel zu den Rohrwänden in die Mittellinie der Entladung gelegt wird. Das Gesamtfeld setzt sich auch hier wieder vektoriell aus Säulen-Längs- und -Quergradient, sowie Sondenfeld zusammen. In einer radialen Entfernung, wo der Sondereinfluß praktisch vernachlässigt werden kann, verschwindet die radiale Stromstärke auf Grund der Ambipolarität. Ihre Änderung von Null auf den Sondenstromwert hat wegen der Kontinuitätsgleichung wieder entsprechende axiale Störungen zur Folge, d. h. es werden sich in dem betroffenen Gebiet Abweichungen von der Homogenität in Längsrichtung ergeben.

Alle diese Erscheinungen haben letzten Endes ihre Ursache darin, daß 1. durch Überlagerung des Sondenfeldes die Bewegungs- und Bilanzverhältnisse der Träger verändert werden und daß man 2. der Entladung positive Ionen entzieht. Dieses Defizit muß sich dann in dem gestörten Bereich als ein entsprechender Überschuß an Elektronen äußern, der zum Teil den anderen Komponenten zugute kommt.

Abschließend kann damit folgendes gesagt werden: Maßgebliche Bereiche des Übergangsbereiches Plasma—Raumladungsschicht hängen von der dem betrachteten Plasma eigenen Struktur ab; bei dem jetzigen Stand der Theorie wird sich also eine verbesserte Darstellung bemühen müssen, einen verfeinerten Übergang zu beschreiben, der den Anschluß an die Boydschen Überlegungen herstellt. Hierbei wird man unter Umständen nicht ohne Berücksichtigung des Elektronenstromes und mehrdimensionaler Betrachtungsweise auskommen.

Greifswald, Institut für Gasentladungsphysik der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin.

Bei der Redaktion eingegangen am 3. Juli 1956.

Objektive spektralphotometrische Untersuchungen in der Glimmentladung¹⁾

Von Fritz Schneider

Mit 14 Abbildungen

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstage gewidmet

Inhaltsübersicht

Es werden mit einem Sekundärelektronenvervielfacher (SEV) Linienintensitäten in der Glimmentladung absolut gemessen. Für die stärksten Linien und Banden der Gase He, Ne, Hg, H₂, N₂ und O₂ wird die Anzahl der pro cm³ und sec emittierten Quanten in Abhängigkeit vom Kathodenabstand bestimmt.

Mit der Lichtemission der kathodischen Entladungsteile bis zum Säulenscheitel befaßt sich eine Reihe älterer Arbeiten von Seeliger und Mitarbeitern²⁾. Die Entladung wurde quer zur Achse auf einen Spektrographen abgebildet und der Schwärzungsverlauf der erhaltenen Platten ausgemessen. Nur in der Arbeit von Seeliger und Lindow²⁾ wird auf relative Intensitäten umgerechnet, absolute Intensitäten werden nicht gegeben. Es sind auch keine anderen Arbeiten bekannt, die absolute Intensitäten angeben.

Mit den inzwischen entwickelten Sekundärelektronenvervielfachern (SEV) ist es trotz der geringen emittierten Energie möglich, Linienintensitäten direkt auszumessen. Die SEV sind der Photozelle mit nachgeschaltetem Röhrenverstärker beim Nachweis kleinster Lichtintensitäten deshalb überlegen, weil die Verstärkerdynoden im Vervielfacher weit weniger zusätzliches Rauschen verursachen als eine Glühkathodenröhre.

In der vorliegenden Arbeit sind mit verschiedenen SEV Absolutmessungen von Linienintensitäten in der Niederdruck-Glimmentladung angestellt worden. Dazu wurden die stärksten Linien einiger Gase ausgewählt, deren Spektrum gut bekannt war. Die Linien wurden dabei längs der Entladungsachse durch die kathodischen Entladungsteile und durch die Säule hindurch verfolgt, soweit ihre Intensität in den Dunkelräumen und in der Säule meßbar war. Um möglichst einfache Verhältnisse zu erhalten, wurde die Stromdichte so gering wie möglich gewählt. Dadurch blieb die Erwärmung des Entladungsgases klein.

¹⁾ Auszug aus der Dissertation Greifswald 1956.

²⁾ R. Seeliger u. E. Pommerenig, Ann. Physik (IV), **59**, 589 (1919); R. Seeliger u. G. Mierdel, Z. Physik **5**, 182 (1921); R. Seeliger u. E. Schramm, Z. Physik **7**, 93 (1921); R. Seeliger, Ann. Physik (IV) **67**, 352 (1922); Physik. Z. **22**, 610 (1921); R. Seeliger u. W. Lindow, Physik. Z. **26**, 393 (1925).

Zur Vermeidung kumulativer Prozesse wurde auch der Druck klein gehalten. Da aber mit abnehmendem Druck auch die Lichtemission kleiner wird, erwiesen sich Drucke zwischen 1 und 3 torr als am günstigsten.

Apparatur

Die Versuchsanordnung ist in Abb. 1 im Blockschema gegeben. Das Entladungsröhr R wird über Blende B und Linse L im Verhältnis 1:1 auf dem Monochromator M abgebildet. Am Ausgangsspalt des letzteren sitzt der SEV, dessen Anodenstrom mit einem Röhrenvoltmeter V gemessen wird. Das Netzgerät N liefert die hochkonstante Dynodenspannung für den SEV.

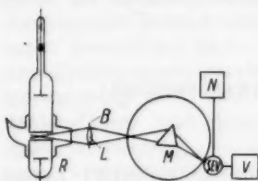


Abb. 1. Blockschema der Apparatur

Das Entladungsröhr mußte so konstruiert werden, daß die Ergebnisse vor der Kathode nicht durch den sich dort verhältnismäßig schnell bildenden Metallspiegel gefälscht wurden. Dabei durfte aber die Entladung nicht verändert werden. Nach mehreren Vorversuchen bewährte sich ein doppelwandiges Röhr, das in Abb. 1 im Schnitt gezeichnet ist. Im inneren Röhr von 4 cm Durchmesser brannte die Entladung. Senkrecht zur Achse war dieses innere Röhr so auseinander geschnitten, daß es einen 4 mm breiten ringförmigen Schlitz frei ließ. Konzentrisch zu dem inneren war ein weiteres Röhr aufgeschmolzen, das einen Tubus mit einem optisch planen Fenster trug. Das Fenster blieb vollkommen klar, auch wenn das innere Röhr bereits dick verspiegelt war. Da die Intensitäten am Glimmsaum auf sehr kurzen Strecken bis zu zwei Größenordnungen ansteigen, mußte Einspiegelung von Nebenlicht sehr sorgfältig vermieden werden. Der Tubus, der das Fenster trug, war deshalb konisch sich nach vorne verengend ausgebildet und an der Rückseite war ein hornartiger Ansatz an das äußere Röhr angeschmolzen. Die Entladung griff nicht durch den Schlitz hindurch und auch die Brennspannung änderte sich einem einfachen Röhr gegenüber nicht. Die Elektroden bestanden aus Ni-Blech von 3 cm Durchmesser, sie waren bis auf die plane Oberfläche mit Glas abgedeckt, so daß die Entladung auf diese beschränkt blieb. Da durch den Schlitz der Beobachtungsort vorgegeben war, mußte die Entladung innen am Schlitz vorbeigezogen werden. Dazu wurde die Anode 6 cm vom Schlitz entfernt fest eingebaut, während die Kathode magnetisch verschoben werden konnte. Der Elektrodenabstand wurde zwischen einer festen Marke an der Röhrwand und einer Marke am Stiel der Kathode mit Stechzirkel und Spiegel abgegriffen. Die erreichte Ablesegenauigkeit betrug nach einiger Übung $\pm 0,1$ mm. Bis auf diesen Betrag waren auch die Meßwerte reproduzierbar, auch im steilen Intensitätsanstieg aus dem Kathodendunkelraum in das Glimmlicht.

Nach Arbeiten von Güntherschulze und anderen³⁾ kann an der Kathode und im Glimmlicht einer Glimmentladung eine beträchtliche Wärmemenge entstehen, die die Gasdichte und damit die freie Weglänge von Ort zu Ort veränderlich macht. Die Röhrwand wurde deshalb in einem innen mattschwarzen Kasten ständig von Leitungswasser gekühlt, während die beweg-

³⁾ A. Güntherschulze u. W. Bär, Z. Physik 107, 642 (1937); H. Fischer, Z. Physik 110, 197 (1939); 113, 75 (1939).

liche Kathode nicht gekühlt werden konnte. Vorher beobachtete Differenzen bei längerer Brenndauer verschwanden dadurch. Das Rohr wurde sorgfältig formiert. Größere Metallteile wurden vorgewirbelt, dann wurde das ganze Rohr im elektrischen Ofen ausgeheizt und zuletzt die Elektroden noch einmal ausgewirbelt. Da die Messungen gegen kleinste Druckänderungen sehr empfindlich waren, wurde der Gasdruck laufend mit einem Schrägschenkelmanometer mit Trikresylphosphat überwacht. Die Ablesegenauigkeit betrug $\pm 0,05$ torr.

Zur spektralen Zerlegung wurden zwei Monochromatoren verwendet. Die Messungen in He sind mit einem Autokollimationsmonochromator der Firma Halle gemacht worden. Wegen des starken Komafehlers dieser Konstruktion konnte trotz einer maximalen Öffnung von $f:5,5$ nur mit $f:22$ gearbeitet werden. Der Strahlengang von dem das Rohr umgebenden Kasten bis zum Monochromator war durch Röhren aus schwarzem Papier gegen Nebenlicht abgeschirmt. Der SEV konnte im Inneren des Gehäuses untergebracht werden. Hier war er geschützt gegen mechanische und thermische Beanspruchung sowie gegen elektrische und magnetische Streufelder. Er wurde so justiert, daß ein möglichst großer Teil seiner Photokathode ausgeleuchtet war. Empfindlichkeitsunterschiede auf der Kathode wurden so herausgemittelt. Die Dispersionskurve wurde in üblicher Weise erhalten durch Ausmessen von Spektrallampen, von denen mit Na, Hg, Cd und Zn gefüllte zur Verfügung standen. Einige Schwierigkeiten bereitete es, die für die Berechnung der spektralen Empfindlichkeitskurve benötigte spektrale Spaltbreite $\delta\lambda$ zu erhalten. Es ist dies der Wellenlängenbereich in Å, den der Ausgangsspalt an jeder Stelle des Spektrums pro mm Spaltbreite überdeckt. $\delta\lambda$ wurde wie folgt berechnet: Das Prisma wird von der Wellenlängentrommel über ein Getriebe gedreht. Da es für eine feste Wellenlänge λ wie ein Spiegel wirkt, entspricht einer bestimmten Drehung der Wellenlängentrommel um δD Skalenteile (Skt) für jede Wellenlänge λ dieselbe Verschiebung δr mm des Spektrums in der Ebene des Austrittspaltes. Es ist also unabhängig von λ stets

$$\delta D = a \delta r \text{ Skt.}$$

Ist b die Spaltbreite in mm, so haben umgekehrt die Wellenlängen, die um b mm auf dem Spektrum auseinanderliegen, auf der Trommel den Abstand

$$\delta D_b = a b \text{ Skt.}$$

Aus dem Abstand der gelben und der grünen Hg-Linie auf der Trommel ($\delta D_1 = 12,6$ Skt) und auf dem Spektrum ($\delta r_1 = 2,2$ mm) errechnete sich $a = 5,25$ Skt/mm. Dabei wurde der Linienabstand mit der Mikrometerschraube gemessen. Da die Dispersionskurve für kleine Bereiche als Gerade angesehen werden kann, genügt es, die graphisch zu ermittelnde Steigung $f(\lambda) = \delta\lambda/\delta D_b$ mit δD_b zu multiplizieren, um $\delta\lambda$ zu erhalten. Man hat also

$$\delta\lambda = f(\lambda) \cdot a \cdot 5,25 \cdot f(\lambda) \text{ Å/mm.}$$

Aus der Dispersionkurve erhält man weiter für jede Wellenlänge λ_0 die Wellenlängen λ_1 und λ_2 , die von der für λ_0 gültigen Trommelstellung um $\pm 1/2 a \cdot b$ Skt entfernt sind. Wird auf λ_0 eingestellt, werden gerade noch λ_1 und λ_2 mit erfaßt, also ist der vom Ausgangsspalt erfaßte Wellenlängenbereich

$$\lambda_2 - \lambda_1 = b \delta\lambda.$$

Später, als die Messungen in He abgeschlossen waren, stand ein Monochromator von VEB Zeiß Jena zur Verfügung. In diesem Monochromator ist der asymmetrische Teil des Komafehlers durch Wahl des von Czerny⁴⁾ angegebenen Strahlenganges vermieden. Es konnte deshalb mit Lichtstärken bis zu $f:8$ gearbeitet werden. λ war vom Hersteller angegeben; eine Nachprüfung ergab volle Übereinstimmung mit den angegebenen Werten. Linse, Blende und Monochromator waren auf einer optischen Bank montiert. Der SEV mußte hier außerhalb des Gehäuses befestigt werden. Er wurde mit dem Gehäuse verschraubt und mit Plastilin gegen Nebenlicht abgedichtet.

Als Meßzelle in He diente ein SEV der Firma Maurer, Typ VpA 69/d. Für alle anderen Gase wurde ein SEV von Zeiß Jena benutzt, da sein Dunkelstrom geringer und seine Verstärkung größer waren als die des Maurer-SEV. Zum Speisen der SEV mußte ein stabilisiertes Netzgerät gebaut werden. Wie aus der Literatur bekannt ist⁵⁾, muß die abgegebene Spannung auf 0,02 % konstant bleiben, wenn die Empfindlichkeit des SEV voll ausgenutzt werden soll. Entsprechend den vorhandenen Mitteln wurde eine Schaltung ähnlich der von Kortüm und Meier⁵⁾ aufgebaut, die den gestellten Anforderungen genügte. Die Dynodenspannungen wurden dann an einem Spannungsteiler abgegriffen. Die kleinste noch meßbare Stromstärke am Ausgang des SEV wird festgelegt durch den geforderten Störabstand und die statistischen Schwankungen des SEV-Dunkelstromes. Zum Dunkelstrom tragen bei der Ohmsche Leckstrom, bedingt durch Isolationsfehler im SEV an den Einschmelzungen, am Sockel und in den Anodenleitungen, der beim Überschreiten einer für jeden SEV charakteristischen Höchstspannung einsetzende Entladungsstrom und der durch die thermische Emission der Photokathode bedingte Anteil. Der Ohmsche Leckstrom war bei den benutzten Zellen sehr klein, solange sie sauber waren. Beim Maurer SEV genügte aber schon ein Temperaturwechsel im Raum, um auf dem Sockel einen Flüssigkeitsfilm zu erzeugen, der sich durch plötzliches starkes Anwachsen des Dunkelraumes bemerkbar machte. Sockel und Fassung wurden deshalb mit Paraffin vergossen, worauf der Effekt nicht mehr beobachtet wurde. Wenn die Gesamtspannung erhöht wurde, wuchs der Dunkelstrom zunächst langsam, um beim Überschreiten der kritischen Spannung mit ziemlich scharfem Knick anzusteigen. Die Betriebsspannung wurde 10 % unter der kritischen Spannung gewählt, sie betrug 1450 V beim Maurer SEV und 1360 V beim Zeiß SEV. Bei diesen Spannungen und einer Zimmertemperatur von 20°C gaben die Zellen $4 \cdot 10^{-10}$ bzw. $1 \cdot 10^{-10}$ A Dunkelstrom ab. Die thermische Emission I_T der Photokathode ist statistischen Schwankungen unterworfen, deren Mittelwert nach Eckart⁶⁾ die Größe hat:

$$\overline{\Delta I_T} = \sqrt{2 e V I_T \Delta f}.$$

Darin bedeutet: e die Elementarladung, V die innere Verstärkung des SEV, Δf die Bandbreite der Meßanordnung. V wurde gemessen, indem bei gleichbleibender Belichtung einmal der Anodenstrom I und dann der Strom zur ersten Dynode i bestimmt wurde, es ist dann $V = I/i$. Bei der Betriebs-

⁴⁾ M. Czerny, Z. Physik **61**, 792 (1930).

⁵⁾ G. Kortüm u. H. Meier, Z. Naturforschg. **8a**, 235 (1953); R. J. Plymale u. W. Hansen, Electronics 1950, S. 103.

⁶⁾ F. Eckart, Ann. Physik (IV), **11**, 181 (1953).

spannung ergab sich

$$\overline{\Delta I_T} = 10^{-12} \text{ A beim Maurer und}$$

$$\overline{\Delta I_T} = 0,8 \cdot 10^{-12} \text{ A beim Zeiß SEV.}$$

Bei einem Signal-Rausch-Verhältnis von 1:10 konnten also noch Signale von 10^{-11} A gemessen werden, das entspricht Photoströmen an der Kathode von weniger als 10^{-16} A.

Zur Messung der von den SEV abgegebenen Ströme wurde wegen der Genauigkeit dieser Methode mit einer Kompensationsschaltung gearbeitet. Der Anodenstrom des SEV fließt über einen Gitterableitwiderstand von $10^8 \Omega$ zur Erde und verstimmt dadurch eine Brücke, deren eines Glied die Röhre bildet. Durch eine leicht und genau zu messende Kompensationsspannung wird die Brücke wieder ins Gleichgewicht gebracht. Die Schaltung wurde von Kreuzer⁷⁾ übernommen. Die Nullpunkt Konstanz des Röhren-galvanometers war sehr gut. Trotzdem wurde nach jedem Meßpunkt der Nullpunkt kontrolliert. Das bedeutete keinen Zeitverlust, da die Entladung jedesmal doch erst einbrennen mußte. Die Meßgenauigkeit wird nur begrenzt durch die Ablesegenauigkeit des Nullinstrumentes, sie betrug $\pm 0,05$ mV.

Eichung

Zur Absoluteichung stand eine Wolframlampe vom Berliner Glühlampenwerk zur Verfügung. Es wurde mit Spaltbreiten von 3/100 mm gearbeitet. Da sich die Spalte nicht völlig reproduzierbar einstellen ließen, wurde nach der Eichung die Einstellung des Eingangsspalt es nicht mehr geändert. Nach Beendigung der Messungen wurde neu geeicht. Die dann erhaltenen Empfindlichkeitswerte stimmten stets auf etwa 1 % mit den vor der Messung erhaltenen überein, nur in He traten Abweichungen bis 5 % auf. Die kurzwellige Grenze war für beide SEV gegeben durch die bei 4000 Å einsetzende Absorption des Glases; bei 3800 Å war sie auf 1/10 des bei 4100 Å gefundenen Maximalwertes abgefallen. Ins Langwellige konnte die Empfindlichkeit beim Maurer SEV bis 7000 Å, beim Zeiß SEV bis 6400 Å verfolgt werden. Aus den gemessenen Werten wurde die spektrale Empfindlichkeit der Anordnung $E(\lambda)$ berechnet nach der Formel:

$$E(\lambda) = i(\lambda)/g \cdot S \cdot b \cdot \delta\lambda \text{ Amp/Watt.}$$

Darin bedeuten: $i(\lambda)$ den gemessenen Anodenstrom, g einen geometrischen Faktor, S die nach dem Wienschen Gesetz berechnete Emission der Bandlampe und b und $\delta\lambda$ wie oben Spaltbreite und spektrale Spaltbreite. g gibt den Bruchteil der Gesamtstrahlung an, der auf den Spalt fällt. Er beträgt

$$g = \pi F \cdot \sin^2 u,$$

wenn F die wirksame Fläche des Wolframbandes und u der Öffnungswinkel des der Blende durchsetzenden Bündels ist. Mit der so erhaltenen Empfindlichkeit können jetzt die in Skt. erhaltenen Meßwerte auf Quanten/cm³ sec umgerechnet werden. Der Verstärker liefert $E(\lambda)/3,44 \cdot 10^{-11}$ Skt. pro Watt. Die Gesamt-emission der Entladung erhält man aus der auf den Spalt fallenden Leistung durch Multiplikation mit $4\pi/\omega$, wo ω der von der Blende erfaßte räumliche Winkel

⁷⁾ J. Kreuzer, Z. Physik 125, 707 (1949).

ist. Bei dem benutzten Abbildungsmaßstab 1:1 und Mittelblende gilt $4\pi/\omega = 4\pi(2f)^2/\pi \frac{d^2}{4} = 64(f/d)^2$, wenn f die Brennweite und d der Durchmesser der Blende sind. Die mittlere Emission pro cm^3 erhält man durch Division durch V_0 , wo V_0 das erfaßte Entladungsvolumen ist. V_0 berechnet sich nach folgender Überlegung: Wegen der endlichen Dicke des Entladungsrohres wird ein etwa doppelkegelförmiger Teil k der Entladung auf den Monochromatorspalt abgebildet, und zwar um so unschärfer, je weiter der Aufpunkt von der Rohrachse entfernt ist. Für jeden Aufpunkt dieses Doppelkegels wird die Öffnung des den Monochromator und damit den SEV erreichenden Strahlenbündels begrenzt durch die Blende und den als zweite Blende wirkenden Eingangsspalt. Die gesamte erfaßte Intensität I erhält man durch Integration über K :

$$I = \int_K \omega dV = \omega_0 V_0.$$

Hier enthält die zweite Hälfte der Doppelgleichung die Definition von V_0 ; ω_0 ist die Öffnung des vom Schnittpunkt von optischer und Entladungsachse ausgehenden wirksamen Lichtbündels. Die Rechnung ist elementar, aber sehr mühsam und soll hier übergangen werden. Um endlich die Anzahl der emittierten Quanten zu bekommen, ist noch durch $h\nu$ zu dividieren. Der endgültige Umrechnungsfaktor ist also:

$$y = 3,44 \cdot 10^{-11} \cdot 64 \cdot f^2/E(\lambda) \cdot V_0 \cdot h\nu \cdot d^2 \text{ Quanten/cm}^3 \text{ sec Skt.}$$

Mit den Fehlern für E , V_0 und f/d ist y genau auf:

5 % zwischen 4500 und 6000 Å,

7 % von 4000–4500 und von 6000–6300 Å.

Für größere und kleinere Wellenlängen ist y weniger genau.

Helium

Helium wurde spektralrein von der Firma Griesogen bezogen. Es konnten alle im sichtbaren Gebiet liegenden Linien ausgemessen werden; da aber die schwächeren Linien dasselbe Verhalten zeigten wie die stärkeren, wurde darauf verzichtet, die ersteren weiter zu verfolgen. Um die gesamte von einer Linie in den Monochromator gelangende Intensität zu erfassen, mußte der Ausgangsspalt des Monochromators breiter sein als das Bild der Linien auf dem Spektrum. Es durfte aber nicht so breit werden, daß sich die Linien gegenseitig störten. Bei der benutzten Breite von $15/100$ mm gingen von der Linienintensität weniger als 4 % verloren und alle untersuchten Linien wurden sicher von den ihnen benachbarten getrennt. Alle Kurven wurden mindestens einmal mit neuer Gasfüllung reproduziert. Ergaben sich dabei Abweichungen von mehr als 5 %, so wurde die Messung ein weiteres Mal wiederholt. Es bestand dann in allen Fällen Übereinstimmung mit der vorhergehenden Meßreihe.

Die am Rohr liegende Spannung mußte zur Erzielung ausreichender Helligkeit sehr groß sein, der normale Kathodenfall konnte daher nicht erreicht werden. Bei stark anormalem Kathodenfall erkennt man (Abb. 2) von links die erste Kathodenschicht, den Kathodendunkelraum und den Glimmsaum. Die erste Kathodenschicht emittiert nur bei sehr hohen Spannungen stark, wenn die Anregungswahrscheinlichkeit für positive Ionen in die Größen-

ordnun
schein
Dunke
die Tri
auf di



Abb. 2.
Entlad.
Kathod
Kathod

den A
die ein
für die
schied
so mu
werden
werden

die Me
um be
den zu

9)

ordnung der für Elektronenstoß kommt. Bei höheren Drucken (Abb. 3) erscheint dafür ein drittes Maximum in Richtung auf den Faradayschen Dunkelraum, wobei sich die Singulettlinien 7065, 6678 und 5010 Å^{a)} und die Triplettlinien deutlich verschieden verhalten. Der Unterschied kann nicht auf die verschiedenen Anregungsfunktionen zurückgeführt werden, denn in

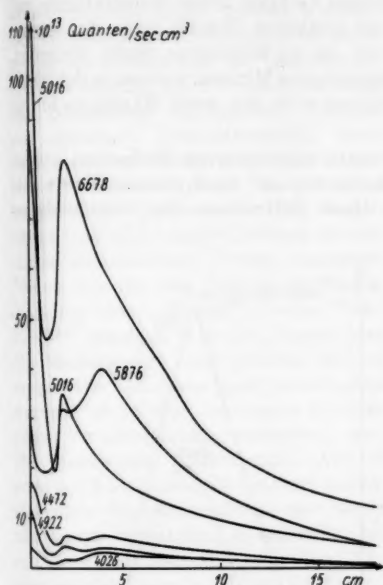


Abb. 2. Intensitäten in Helium, kathodische Entladungsteile, 1 torr, 5 mA, 3800 V, Kathode stets links. Die Abszisse gibt den Kathodenabstand in cm, an jeder Kurve die Wellenlänge in Å

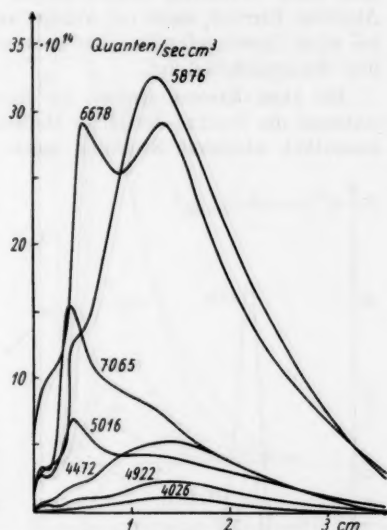
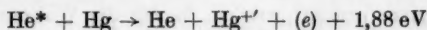


Abb. 3. Intensitäten in Helium, Glimmlicht bei 3 torr, 5 mA und 500 V

den Ausläufern des Glimmlichtes sind Elektronen mit einer Geschwindigkeit, die einem Mehrfachen der Anregungsenergie entspricht, sehr selten. Und erst für diese schnellen Elektronen sind die Anregungsfunktionen deutlich verschieden. Wenn es sich bei diesem dritten Maximum um die Aureole handelt, so muß es verschwinden, wenn die metastabilen Heliumatome vernichtet werden. Es wurde der Entladung deshalb Quecksilberdampf zugesetzt. Dann werden nach dem Prozeß:



die Metastabilen vernichtet. Es genügten schon $1,8 \cdot 10^{-2}$ torr gleich 0,6% Hg, um bei wenig geändertem Glimmsaummaximum die Aureole völlig verschwinden zu lassen. Das unterschiedliche Verhalten von Singulett- und Triplett-

^{a)} W. Grotrian, „Graphische Darstellung der Spektren . . .“, Springer-Verlag 1928.

linien erklärt sich dann einfach aus der geringeren Lebensdauer der Singulettmetastabilen.

Bei den Messungen in der Säule fällt der an stehende Schichten erinnernde Intensitätsverlauf auf (Abb. 4). Die gemessene Kurvenform entspricht aber durchaus dem Bild, das die Entladung dem Auge bietet. An den Säulenscheitel schließt sich ein fast kugelförmiges Gebilde hoher Leuchtdichte an, dem nach einem schwachen Minimum ein ähnliches Gebilde folgt, das seinerseits ohne deutlichen Absatz in die von da an homogene Säule übergeht. Ähnliche Kurven, meist mit weniger ausgeprägten Minima, wurden in der Säule bei allen Gasen gefunden. Insbesondere trat stets das erste Maximum hinter dem Säulenscheitel auf.

Bei allen Kurven streuen die Resultate verschiedener Meßreihen etwas, während die Punkte derselben Meßreihe immer auf einer glatten Kurve mit wesentlich kleinerer Streuung lagen. Diese Differenzen bei verschiedenen

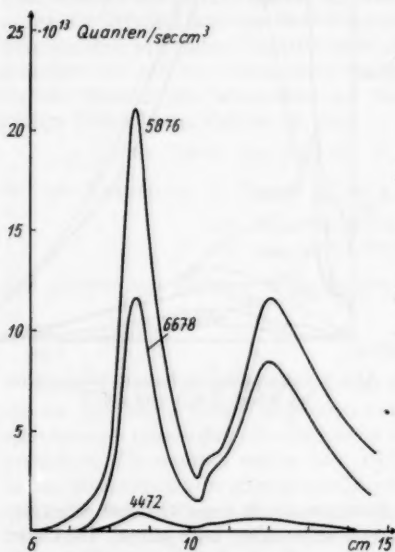


Abb. 4. Intensitäten in Helium bei 3 torr, 5 mA, 500 V, Säule

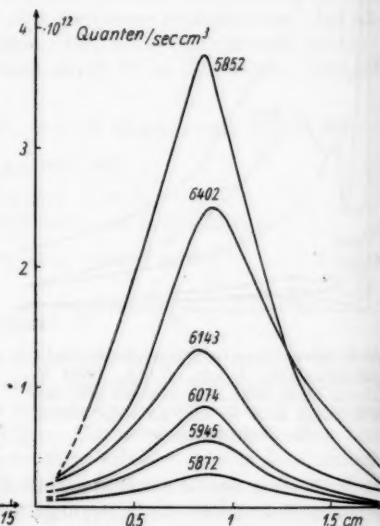


Abb. 5. Intensitäten in Neon im Glimmlicht bei normalem Kathodenfall, 1 torr, 0,1 mA

Gasfüllungen können nicht durch eine Empfindlichkeitsänderung des SEV während der Messungen erklärt werden, da für die Wolframbandlampe vor und nach den Messungen dieselbe Emission gefunden wurde. Es handelt sich also um eine Inkonzanz der Entladung. Ein bestimmter Grund hierfür kann nicht angegeben werden. Geringe Änderungen der Stromstärke, die aber größer waren als die im Betriebe möglichen, änderten das Ergebnis kaum. Wahrscheinlich spielen geringe Verunreinigungen, Temperaturschwankungen und kleine Dichteunterschiede die Hauptrolle.

Neon

Neon stand spektralrein von Henear Rotterdam zur Verfügung. Es hat bereits ein sehr linienreiches Spektrum, dessen Termschema zum Teil in einer Arbeit von Herrmann⁹⁾ angegeben wird. Zum Messen wurden die sechs stärksten Linien ausgewählt, die von keiner anderen Linie gestört wurden. Bei normalem Kathodenfall (Abb. 5) ist der Intensitätsanstieg am Glimmsaum verhältnismäßig flach. Visuell erscheint das Glimmlicht als schmale Scheibe mit gleichem Intensitätsabfall nach beiden Seiten. Eine erste Kathodenschicht konnte nicht aufgefunden werden. Im Gegensatz zu den Ergebnissen in Helium zeigen in Neon die auf einem metastabilen Niveau endenden Linien wie die bei 6402 Å keine Andeutung einer Aureole. Nach Penning¹⁰⁾ genügen 0,0015 % Argon, um die Metastabilen zum größten Teil zu vernichten. Es kann nicht entschieden werden, ob in dem benutzten Edelgas diese Verunreinigung enthalten war. Bei anormalem Kathodenfall (Abb. 6) wird der Anstieg am Glimmlicht steiler, eine erste Kathodenschicht war, wenn überhaupt vorhanden, so schwach, daß sie unter der Nachweisgrenze lag. Die zum metastabilen s_2 -Niveau gehörende Linie 6402 Å zeigt einen etwas flacheren Abfall in den Faradayschen Dunkelraum. In der Säule liegen die gemessenen Intensitäten bei $5 \cdot 10^{12}$ Quanten/sec cm^3 , der Verlauf ist ähnlich wie in Helium: Maximum am Säulenscheitel, schwaches Minimum, dann homogene Säule.

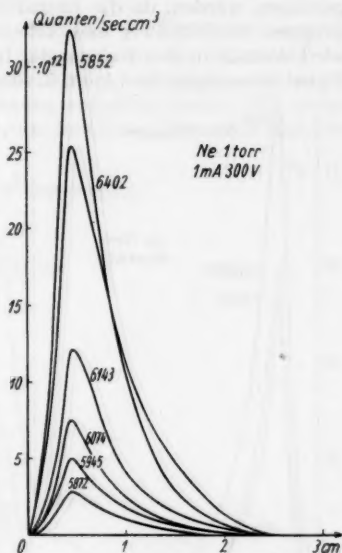


Abb. 6. Intensitäten im Glimmlicht in Neon bei anormalem Kathodenfall, 1 torr, 1 mA, 300 V

Quecksilber

Wegen des bei Zimmertemperatur zu geringen Quecksilberdampfdruckes mußte das ganze Rohr geheizt werden. Es wurde von der Pumpapparatur abgeschmolzen und in einen elektrischen Ofen gesetzt. Ein Kontaktthermometer hielt die gewünschte Temperatur auf $\pm 0,5^\circ \text{C}$ konstant. Die Temperatur des Bodenkörpers aus einigen cm^3 Hg wurde mit einem Ultrathermostaten nach Höppler auf $1/100^\circ \text{C}$ genau eingestellt. Um mit den anderen Gasen vergleichbare Werte zu bekommen, wurden am Thermostaten nicht die zu 1, 2 und 3 torr gehörigen Temperaturen eingestellt, sondern diese waren so gewählt, daß die Dampfdichte im Rohr der bei Zimmertemperatur und

⁹⁾ O. Herrmann, Ann. Physik **25**, 143 (1936).

¹⁰⁾ F. M. Penning, Physica **4**, 460 (1937).

1,2 oder 3 torr entsprach. Unter Berücksichtigung dieser Korrektur entnimmt man der Dampfdruckkurve die Werte $T_1 = 133,2^\circ \text{C}$, $T_2 = 152,0^\circ \text{C}$ und $T_3 = 161,2^\circ \text{C}$. In den Bildunterschriften und im Text wird der Einfachheit halber von 1,2 und 3 torr gesprochen werden, gemeint sind die zu den obigen Temperaturen gehörigen Drucke. Bei normalem Kathodenfall konnte nicht gemessen werden, da die Entladung dann zu unruhig brannte. Die Liniengruppen 5790/89/69 Å und 4358/48 Å konnten nicht getrennt werden. Es wird deshalb in den Kurven die Intensität der gesamten Gruppe angegeben. Dabei überwiegen die Linien 5790 Å und 4358 Å stark. Bei 800 V Elektroden-

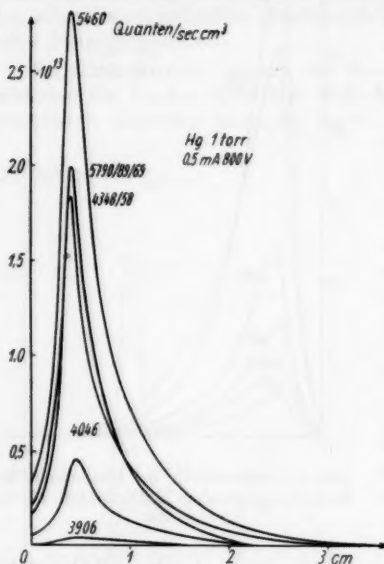


Abb. 7. Intensitäten der kathodischen Entladungsteile in Quecksilber, 1 torr, 0,5 mA, 800 V, anormaler Kathodenfall

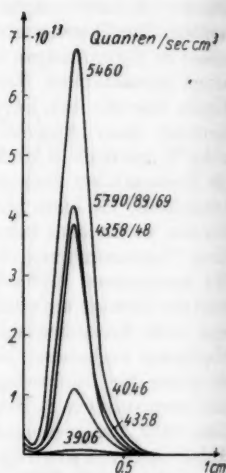


Abb. 8. Intensitäten in Hg, kathodische Entladungsteile, schwach anormaler Fall, 2 torr, 0,5 mA

spannung zeigen die Intensitätskurven in den kathodischen Entladungsteilen die gewohnte Form. Nahe am normalen Kathodenfall, bei 500 V Brennspannung, wird die Intensitätsverteilung wieder symmetrisch (Abb. 8), und es erscheint eine Andeutung der ersten Kathodenschicht. In der Säule liegen die Intensitäten bei $5 \cdot 10^{11}$ Quanten/cm³ sec, der Kurvenverlauf ist der gleiche wie in Neon. Auffällig ist die Kürze des Faradayschen Dunkelraumes. Die stärksten Linien fallen nicht unter die Nachweisgrenze, sie durchlaufen nur ein flaches Minimum, von dem aus sie stetig ins Glimmlicht stärker werden. Bei 3 torr wurde zwischen den Linien ein kräftiges Kontinuum gefunden, das im Roten über den Meßbereich hinaus und im Blauen bis etwa 4200 Å reichte. Die Intensität erreicht ein flaches Maximum bei 5400 Å. Nach Finkelnburg¹¹⁾ handelt es sich um das Emissionskontinuum des Hg₂-Moleküls vom

¹¹⁾ W. Finkelnburg, Kontinuierliche Spektren, Springer-Verlag 1938.

ersten angeregt zum abstoßenden Grundterm. Die Intensität war in der ganzen Säule und im Faradayschen Dunkelraum fast konstant, bei 5400 Å betrug sie $4 \cdot 10^{11}$ Quanten/sec cm^3 .

Wasserstoff

Wasserstoff wurde rein dargestellt durch Diffusion von Bombenwasserstoff durch ein Palladiumröhrchen. Trotzdem stieg anfangs die Intensität der Balmerlinien mit jeder neuen Gasfüllung an. Mit den eigentlichen Messungen wurde erst begonnen, nachdem dieser Anstieg aufgehört hatte. Ein orientierendes Durchmessen des gesamten Spektrums im Glimmlight ergab folgendes

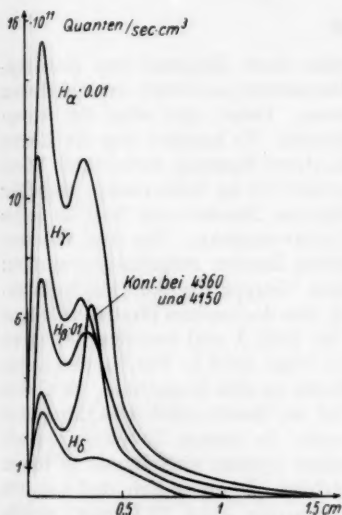


Abb. 9. Intensitäten in Wasserstoff, kathodische Entladungsteile, normaler Kathodenfall, 1 torr, 0,5 mA

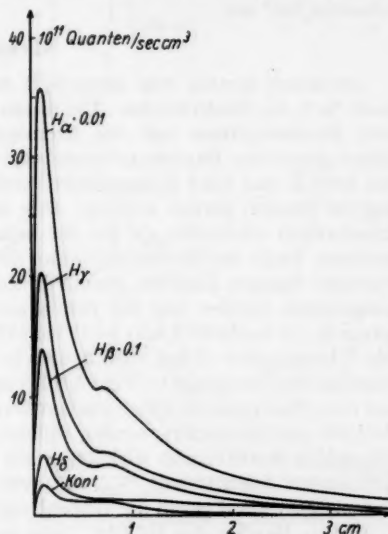


Abb. 10. Intensitäten in Wasserstoff, kathodische Entladungsteile, anormaler Kathodenfall, 3 torr, 10 mA

Bild: Die Balmerlinien sind, wenigstens im Glimmlight, sehr stark. Das Viellinienspektrum des Wasserstoffmoleküls tritt dagegen zurück, es konnte einwandfrei nur die Linie bei 4580 Å gefunden werden. Von 4500 Å beginnend erschien ein Blaues ein intensives Kontinuum, in dem auch die Balmerlinien von H_α an untergingen. Bei dem Kontinuum handelt es sich, wieder nach Finkelburg¹¹⁾, um den Übergang vom $1s\sigma 2s\sigma^2 \Sigma_g^-$ -Zustand des H_2 -Moleküls zum abstoßenden $1s\sigma 2p\sigma^2 \Sigma_u^-$ -Term. Durch dies Kontinuum wurden H_γ und H_δ zu hell gemessen, es wurde deshalb das Kontinuum unmittelbar neben den Linien gemessen und seine Intensität abgezogen. In den Abbildungen ist dies bereits geschehen.

In Abb. 9 zeigt das Kontinuum die übliche Kurvenform: deutlich ausgeprägtes Glimmsaummaximum und schwächere Kathodenschicht. Bei den

Balmerlinien ist das Glimmsaummaximum entsprechend der Glimmsaumregel in Richtung auf die Kathode verschoben, wegen der verhältnismäßig hohen Anregungsenergie ist aber die Emission auch im Kathodendunkelraum sehr stark. Um alle Linien trotz ihrer sehr verschiedenen Intensität in einer Figur zeichnen zu können, sind H_α und H_β um den Faktor 100 bzw. 10 zu schwach gezeichnet. Bei stark anormalem Kathodenfall (Abb. 10) nimmt die Intensität der Balmerlinien von kurz vor der Kathode fast kontinuierlich ab, das Glimmlicht ist nur noch eben angedeutet. In der Säule traten langsam wandernde Schichten auf, so daß geschlossene Meßreihen nicht aufgenommen werden konnten. Die Emission der Balmerlinien ist hier ebenso schwach wie die der Viellinien und des Kontinuums, die Intensitäten liegen alle bei 10^{10} Quanten/cm³ sec.

Stickstoff

Stickstoff konnte rein dargestellt werden durch Erhitzen von Natriumazid NaN_3 im Hochvakuum. Die Stickstoffentladung emittiert im Sichtbaren drei Bandensysteme und das Atomspektrum. Dabei sind aber die Atomlinien gegen das Bandenspektrum sehr schwach. Es konnten nur die Linien bei 5560 Å und 5564 Å identifiziert werden, deren Messung nicht durch überlagerte Banden gestört wurden. Ihre Intensität ist im Glimmsaum ungefähr hundertmal schwächer als die der benachbarten Banden und liegt an jeder anderen Stelle der Entladung unter der Nachweisgrenze. Die drei Bandensysteme dagegen konnten jeweils in mehreren Banden aufgefunden werden; ausgewählt wurden von der ersten positiven Gruppe die Schwingungsübergänge 6—10 bei 5856 Å und 8—12 bei 5757 Å, von der zweiten positiven Gruppe die Übergänge 0—3 bei 4059 Å und 2—5 bei 3942 Å und von den negativen Banden die Übergänge 0—0 bei 3916 Å und 0—1 bei 4379 Å. Die Banden haben auf dem Spektrum natürlich eine größere Breite als eine Einzellinie. Es mußte deshalb erst untersucht werden, welcher Teil der Bandenintensität durch den gewählten Austrittspalt wirklich erfaßt wurde. Zu diesem Zweck wurde mit dem engen Austrittspalt ($\frac{3}{100}$ mm) von jedem System eine Bande in ihrem Intensitätsverlauf gegen die Wellenlänge verfolgt. Es ergab sich, daß von den positiven Banden bis zu 60 %, von den negativen etwa 10 % nicht erfaßt wurden. Der Spalt konnte nicht breiter gewählt werden, weil dann die einzelnen Banden nicht mehr sauber getrennt werden konnten. Da die Bandenbreite abhängig sein wird von der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen und von der Stromdichte am Meßpunkt, und da außerdem wegen der bei engem Spalt geringen Intensität der nicht erfaßte Bruchteil nicht sehr genau bestimmt werden konnte, wurde eine Korrektur nicht angebracht. Sie hätte auch für jeden Meßpunkt eine andere sein müssen. Dadurch kann sich der Kurvenverlauf ändern. Die angegebenen Werte für die verlorene Intensität wurden im Maximum der Emission erhalten, an anderen Stellen sind die Verluste wahrscheinlich kleiner. Die Intensitätskurven für die gesamte Bande würden dann zwischen der angegebenen Kurve und der aus ihr durch Multiplikation mit 1,6 bzw. 1,1 entstehenden liegen.

Im normalen Fall zeigen die Kurven im Glimmlicht wieder den gewohnten Verlauf (Abb. 11).

Dagegen verhalten sich bei anormalem Kathodenfall (Abb. 12) die Banden der drei Systeme deutlich verschieden. Die zum N_2 -Molekül gehörenden

Banden der ersten positiven Gruppe verhalten sich normal, sie zeigen Maxima im Glimmlicht und in der Kathodenschicht und ein ausgeprägtes Minimum im Kathodendunkelraum. Die vom selben Molekül emittierten Banden der zweiten positiven Gruppe zeigen kaum ein Maximum in der Kathodenschicht. Das deutet wieder auf Anregung durch positive Ionen hin, denn die Anregungsenergie für die erste Gruppe beträgt 6,65 eV, die für die zweite Gruppe 11,0 eV. Bei Elektronenstoß könnte diese Differenz im Kathodenfallgebiet

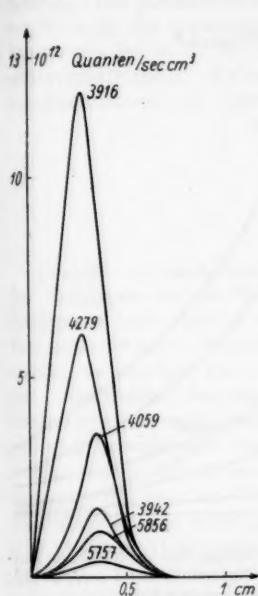


Abb. 11. Intensitäten in Stickstoff, Glimmlicht, normaler Kathodenfall, 1 torr, 0,5 mA

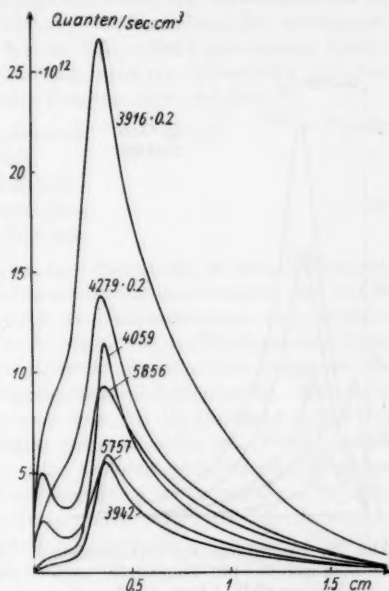


Abb. 12. Intensitäten in Stickstoff, Glimmlicht, anormaler Kathodenfall, 1 torr, 5 mA, 500 V

keinen so deutlichen Unterschied bewirken. Die negativen Banden des N_2^+ -Ions mit einer Anregungsenergie von 19 eV aus dem N_2 -Molekül reichen weit in den Kathodendunkelraum hinein. Im Faradayschen Dunkelraum fällt die Intensität der 0-0-Bande nicht unter den Rauschpegel. In der Säule konnten entsprechend der geringeren Elektronenenergie die negativen Banden nicht gefunden werden. Die positiven Banden hatten am Säulenscheitel wieder ein Intensitätsmaximum, anschließend war die Säule gut homogen. Die Emission lag bei $2 \cdot 10^{12}$ Quanten/cm³ sec.

Sauerstoff

Sauerstoff wurde hergestellt durch Erhitzen von Kaliumpermanganat $KMnO_4$ im Hochvakuum. Braunsteinstäubchen wurden durch Glaswolle, Ozon durch flüssige Luft zurückgehalten. Sauerstoff emittiert im Sichtbaren

die Linienspektren des Sauerstoffatoms und des Sauerstoffions sowie das Bandensystem des Molekülfions. Es wurden wieder aus jedem System zwei bzw. drei Linien oder Banden ausgesucht und zwar die 0 I-Linien bei 6157 und 5330 Å, die 0 II-Linien bei 4642, 4351 und 4075 Å und die Banden bei 5974 und 5597 Å. Am Glimmsaum wurde der nicht erfaßte Teil der Bandenintensität zu 50 % und 90 % bestimmt. Aus den bei Stickstoff angeführten Gründen wurde eine Korrektur nicht angebracht.

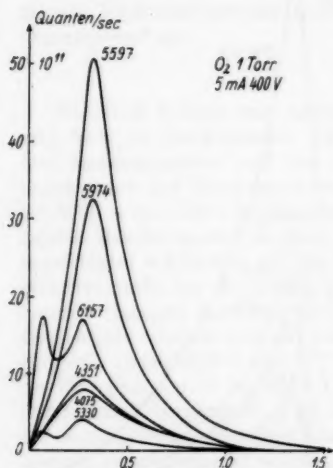


Abb. 13. Intensitäten der kathodischen Entladungsteile im Sauerstoff, normaler Fall, 1 torr, 5 mA

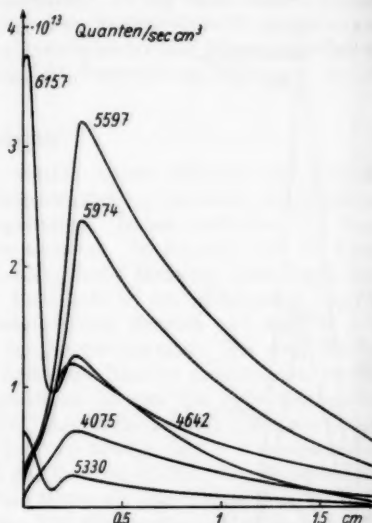


Abb. 14. Intensitäten der kathodischen Entladungsteile in Sauerstoff bei 1 torr, 20 mA, anormaler Fall

In der ersten Kathodenschicht haben nur die 0 I-Linien, also wie in Stickstoff die Linien mit der kleinsten Anregungsenergie, ein Maximum. Die Sauerstoffsäule ist so lichtschwach, daß bei den verwendeten Stromstärken die Emission unter der Nachweisgrenze blieb (Abb. 13, 14).

Diskussion

Ein Vergleich mit älteren Messungen ist nur bei der Arbeit von Seeliger und Lindow²⁾ möglich. Die dort veröffentlichten Kurven stimmen in ihrem Verlauf mit den hier erhaltenen überein. Die damals gewonnene Glimmsaumregel kann für die Linien eines Spektrums nicht geprüft werden, da wegen der geringen Unterschiede in den Anregungsfunktionen die durch die Glimmsaumregel bedingte Verschiebung der Glimmsaummaxima gegeneinander nicht größer ist als die hier erreichte Meßgenauigkeit. Da es bei der benutzten Methode nicht möglich ist, den Abstand zweier Meßpunkte kleiner als 0,1 mm zu wählen, konnte die Meßgenauigkeit auch nicht entsprechend erhöht werden. In Sauerstoff und Stickstoff, wo gleichzeitig Spektren mit sehr verschiedener

Anregungsenergie emittiert wurden, zeigten diese die erwartete Verschiebung. In beiden Fällen reichen die Linien des Ions weiter in den Kathodendunkelraum hinein als die des neutralen Teilchens. Über die Anregungsfunktionen kann aus dem Kurvenverlauf nichts entnommen werden. Denn da in allen Teilen der Entladung Elektronen mit einer Energie, die einem Mehrfachen der Anregungsspannung entspricht, selten sind, ist der Verlauf der Anregungsfunktionen bei hohen Spannungen ohne großen Einfluß auf die erhaltenen Kurven. Die absolute Höhe der Anregungsfunktionen für Elektronenstoß ist bei Neon für die gemessenen Linien bekannt. Das Verhältnis der Anregungsfunktionen bei 30 eV ist nahe gleich den im Glimmlicht gemessenen Intensitätsverhältnissen. Wahrscheinlich überwiegt also im Glimmlicht das Anregungsleuchten. Als Quantenerzeugende Prozesse sind möglich:

1. Elektronenstoß,
2. Ionenstoß,
3. Photonenstoß,
4. Stufenanregung,
5. Rekombination.

Prozeß 5 ist nach dem eben Gesagten im Glimmlicht zu vernachlässigen. Im Fallgebiet ist die Rekombinationswahrscheinlichkeit wegen der hohen Feldstärke klein und in der Säule erfolgt die Rekombination zum größten Teil an der Wand. Prozeß 2 kann nur unmittelbar vor der Kathode eine Rolle spielen, da nur dort die Ionen Geschwindigkeiten erreichen, bei denen sie mit den Elektronen vergleichbare Anregungswahrscheinlichkeiten erreichen. Prozeß 4 durfte auf Metastabile beschränkt sein, da die Stoßzahl wegen der geringen Lebensdauer angeregter Zustände sonst zu klein ist. Einen Anhalt hierfür bietet die Druckabhängigkeit: Alle anderen aufgeführten Prozesse sind proportional dem Gasdruck p , Stufenanregung ist proportional p^2 . Mit Ausnahme der auf einem metastabilen Term endenden ist aber die Intensität aller Linien recht gut proportional p . Anregung durch Photonen nach Prozeß 3, die nach Thomson¹²⁾ zu erwarten ist, kann von der durch Elektronenstoß nicht getrennt werden. In der Säule kann man außer 1 alle anderen Prozesse vernachlässigen und kann außerdem mit Maxwellverteilung der Elektronen rechnen. Gibt man die Elektronentemperatur vor, so kann aus der gemessenen Intensität die Elektronendichte berechnet werden. Es ergeben sich Werte in der richtigen Größenordnung zwischen 10^8 und 10^9 cm⁻³. Mehr kann nicht erwartet werden, da die exponentiell eingehende Elektronentemperatur nicht genau genug bekannt ist.

Herrn Professor Dr. Seeliger möchte ich für die Anregung zu dieser Arbeit und sein stetes Interesse für ihren Fortgang herzlich danken.

¹²⁾ J. J. Thomson, Philos. Mag. **49**, 761 (1925).

Greifswald, Institut für Gasentladungsphysik der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin.

Bei der Redaktion eingegangen am 30. August 1956.

Bestimmung des radialen Dichte- und Temperaturverlaufs in einer Xenon-Höchstdrucklampe

Von Herbert Burck

Mit 7 Abbildungen

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstage gewidmet

Inhaltsübersicht

Es wird eine Methode angegeben, um aus Röntgenaufnahmen von Quecksilber- und Edelgas-Hoch- und Höchstdrucklampen den radialen Dichte- und mit gewissen Einschränkungen den radialen Temperaturverlauf zu bestimmen.

Erste Messungen an der XBO 500 lassen folgendes erkennen:

1. Unter begründbaren Annahmen über eine Druckverteilung ergeben sich wesentliche Abweichungen von den aus der Elenbaas-Hellerschen Differentialgleichung berechneten Temperaturverläufen.

2. Der radiale Temperaturverlauf des Xenon-Lichtbogens weicht stark vom Temperaturverlauf des Quecksilber-Lichtbogens ab, was auf eine andere und stärkere Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit zurückzuführen sein dürfte.

Einleitung

Um die Schwächung von Röntgenstrahlen zur Bestimmung des radialen Dichte- und Temperaturverlaufs in Hoch- und Höchstdrucklampen zu benutzen, werden von den zu untersuchenden Lampen Röntgenaufnahmen angefertigt. Nach dem Photometrieren dieser Aufnahmen und dem Eichen der so erhaltenen Photometerkurven mittels dem Film ebenfalls aufgeprägter Eichmarken werden Absorptionskurven erhalten, aus denen der radiale Dichteverlauf berechnet werden kann.

Die theoretische Untersuchung eines Lichtbogens kann von der Aufstellung der Leistungsbilanz ausgehen^{1) 2)}. Man erhält bekanntlich eine Differentialgleichung, welche alle den Charakter des Lichtbogens bestimmenden physikalischen Prozesse in Abhängigkeit von der Temperatur enthält. Das gilt auch für die Randbedingungen der Differentialgleichung. Die Integration dieser Differentialgleichung ergibt theoretisch den radialen Temperaturverlauf dieses Lichtbogens.

Der Vergleich des theoretisch gewonnenen radialen Temperaturverlaufs mit den Meßergebnissen gibt wichtige Aufschlüsse darüber, ob bei der Auf-

¹⁾ W. Elenbaas, The high pressure mercury vapour discharge, Amsterdam 1951.

²⁾ W. Weizel u. R. Rompe, Theorie der elektrischen Lichtbögen und Funken, Leipzig 1949.

stellung der Leistungsbilanz des Lichtbogens die physikalischen Prozesse richtig berücksichtigt wurden und ob alle wesentlichen Prozesse erfaßt worden sind. Im Lichtbogen setzen wir thermisches Gleichgewicht voraus. Unter Umständen kann die Messung der Temperatur bzw. ihres radialen Verlaufs wichtige Hinweise und Daten für die Bestimmung von Größen geben, die die Elementarprozesse unter den Bedingungen eines Hoch- oder Höchstdruckplasmas charakterisieren. Besonders wichtig ist die Messung des Dichte- und Temperaturverlaufs für die Entwicklung technischer Lichtbögen.

Die Methode, durch Röntgenaufnahmen den Dichteverlauf im Lichtbogen zu bestimmen, eignet sich zur Untersuchung technischer Hoch- und Höchstdrucklampen, wobei je nach Lampe elektrodenstabilisierte^{2) 3)} oder wandstabilisierte Lichtbögen²⁾ (S. 38 ff.) auftreten können. Die vorliegenden Untersuchungen wurden im wesentlichen an einer kugelförmigen Xenon-Höchstdrucklampe (XBO 500), aber auch an einer Quecksilber-Höchstdrucklampe (HBO 500) und an einer Xenon-Hochdrucklampe (XF 3000) vorgenommen^{4) 5)}.

Die Versuchsmethode

Die Abb. 1 zeigt das Schema der Versuchsanordnung, die genauer in den Arbeiten^{6) 7) 8)} beschrieben worden ist.

Ein paralleles Röntgenstrahlenbündel durchdringe die zu untersuchende Lampe in der y -Richtung. Die zu messende Dichteverteilung $\varrho(r)$ wird als zylindersymmetrisch um die z -Achse verteilt vorausgesetzt. Der Röntgenstrahl habe an der Stelle x, y, z die Intensität $J(x, y, z)$. Der Massenschwächungskoeffizient μ ist für eine bestimmte Substanz konstant. Dann gilt allgemein für die Intensität eines monochromatischen Röntgenstrahls, nachdem er eine Substanz von $-y_1$ bis $+y_1$ durchdrungen hat:

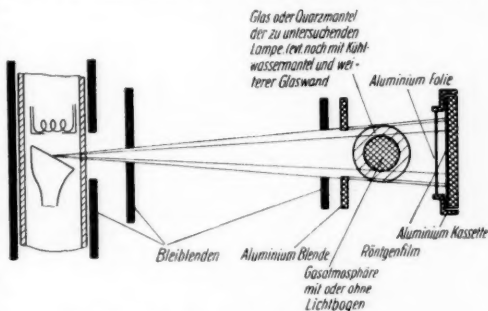


Abb. 1. Schema der Versuchsanordnung

$$J(x, y_1, z) = J(x, -y_1, z) e^{-\mu \int_{-y_1}^{+y_1} \varrho(x, y) dy}$$

bzw.

$$\ln J(x, -y_1, z) - \ln J(x, y_1, z) = 2\mu \int_0^{y_1} \varrho(x, y) dy.$$

³⁾ G. Schmitz, Z. Physik **132**, 23 (1952).

⁴⁾ A. Ihln u. B. Winde, Arbeitstagung Biophysik, Berlin 1954 (Tagungsheft, S. 55).

⁵⁾ A. Ihln, R. Rompe u. B. Winde, Strahlentherapie **94**, 100 (1954).

⁶⁾ H. Burek, Diplomarbeit, erscheint demnächst in den Sitzungsberichten der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin.

^{7) 8)} H. Burek, erscheint demnächst in der Experimentellen Technik der Physik.

Bei den Versuchen durchdringt der Röntgenstrahl unter sonst völlig gleichen Bedingungen einmal die nichtbrennende und einmal die brennende Lampe. Ist $\bar{\rho}$ die konstante mittlere Dichte der nichtbrennenden Lampe, so ergibt sich folgende Beziehung:

$$\ln J^*(x, z) - \ln J(x, z) = 2 \int_0^{y_1(x)} (\bar{\rho} - \rho(x, y)) dy.$$

$J^*(x, z)$ bedeutet die Intensität der Röntgenstrahlung hinter der brennenden und $J(x, z)$ hinter der nichtbrennenden Lampe. Aus dieser Beziehung gewinnt man nach einigen Umformungen eine numerisch auswertbare Integralgleichung vom Abelschen Typ⁹⁾ 10):

$$\frac{\ln J^*(x) - \ln J(x)}{\mu} = 2 \int_{r=x}^{r_0} \rho(r) \cdot \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - x^2}}.$$

r_0 ist der äußere Radius der zu untersuchenden Gasatmosphäre. Die Lösung dieser Integralgleichung ergibt dann den gesuchten radialen Dichteverlauf $\rho(r)$. Da in unseren Messungen der Betriebsdruck der Lampe und der Massenschwächungskoeffizient nicht genau bekannt waren, läßt sich daraus der radiale Temperaturverlauf $T(r)$ nur bis auf einen konstanten Faktor und eine Konstante berechnen. Die so erhaltene Kurve wird nachfolgend als $i(r)$ -Kurve bezeichnet. Eine Berechnung der absoluten Dichten und der absoluten Temperaturen verlangt die Erfüllung von drei Bedingungen:

1. Es muß mit monochromatischer Strahlung gearbeitet werden.
2. Der Massenschwächungskoeffizient des untersuchten Gases muß für die Wellenlänge der benutzten Röntgenstrahlung bekannt sein.
3. Der Betriebsdruck der untersuchten Lampe muß bekannt sein.

Bei unseren Versuchen wurde die „weiße“ 35-kV_e-Strahlung einer Wolf-ram-Anodenröhre benutzt. Das Maximum dieser Strahlung lag bei 0,4 ÅE. Dadurch, daß je eine Aufnahme von der brennenden und der nichtbrennenden Lampe ausgewertet wurde (Differenzmethode) fallen aus dem Ergebnis alle Einwirkungen, die nicht von der Gasatmosphäre des brennenden Lichtbogens herrühren, auf den Röntgenstrahl heraus. Die anderen durchstrahlten Substanzen bewirken aber durch ihre starke Schwächung des Röntgenstrahls eine „Filterung“ des Strahls. Die weichere Strahlung wird stärker geschwächt als die härtere. Dadurch fällt das Maximum im Intensitätsverlauf der „weißen“ Röntgenstrahlung sehr steil nach beiden Richtungen ab. Der Strahl nähert sich im gewissen Sinne einer monochromatischen Strahlung. Diese effektive Monochromatisierung wird weiter dadurch verstärkt, daß der Bromsilber-Röntgenfilm natürlich besonders empfindlich gegenüber Röntgenstrahlen ist, deren Wellenlängen mit den Wellenlängen der Absorptionskanten des Silbers und des Broms übereinstimmen. Die K-Kante des Broms liegt mit 0,92 ÅE weit im Bereich der „weggefilterten“ Strahlung. Aber die K-Kante des Silbers liegt mit 0,48 ÅE fast im Maximum der durchgelassenen Strahlung. Diese Strahlung ist deshalb also ganz besonders wirksam.

Der Massenschwächungskoeffizient des untersuchten Xenons kann sich aber in diesem durchgelassenen Bereich nicht allzu stark ändern, da die K-Kante des Xenons bei etwa 0,36 ÅE, das Maximum der benutzten Röntgen-

⁹⁾ J. Sperling, Z. Physik **128**, 269 (1950).

¹⁰⁾ G. Hamel, Integralgleichungen, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1949. (2. Aufl.)

strahlung etwa bei $0,4 \text{ \AA}$ und die L -Kante des Xenons bei mehr als 2 \AA liegt. Aus diesen Gründen schien es gerechtfertigt zu sein, die Versuche zunächst einmal mit nicht genau monochromatischer Strahlung durchzuführen.

Leider waren weder der Massenschwächungskoeffizient des Xenons noch der Betriebsdruck der untersuchten Lampe genau bekannt. Der Druck wurde jedoch in ähnlichen Lampen von Schulz¹¹⁾ zu 42 Atm. bestimmt. Aus diesem Druck und aus der Forderung, daß die Achsentemperaturen des Lichtbogens zwischen 2000°K und 15000°K liegen sollen (es wurden für die Mitte der Lampe 4750°K angenommen) wurde der Massenschwächungskoeffizient μ berechnet. Mit diesem so berechneten Massenschwächungskoeffizienten ($\mu = 10,6 \text{ g}^{-1} \cdot \text{cm}^2 \text{ s. Tab. 1}$) wurden wiederum die Dichten und aus den Dichten mittels des Lampendrucks von 42 Atm. die Temperaturen für andere Stellen in der Lampe berechnet. Die in den Diagrammen der Abb. 2 angegebenen absoluten Dichten und Temperaturen sind also unter Beachtung dieser drei Einschränkungen zu werten. An der Verbesserung der experimentellen Bedingungen für diese und weitere Versuche, sowie an einer Fehlerabschätzung für diese Versuchsmethode wird gegenwärtig gearbeitet.

Tabelle 1

Aus p und T_4 (4. Messung auf Abb. 2) wurde ϱ_4 (4. Messung auf Abb. 2) und μ berechnet. Daraus wurden dann ϱ_3 bzw. T_3 (3. Messung auf Abb. 2) und ϱ_5 bzw. T_5 (5. Messung auf Abb. 2) berechnet

p Atm	T_4 $^\circ \text{K}$	ϱ_4 $\cdot 10^{-3}$ gcm^{-3}	μ $\text{g}^{-1} \text{cm}^2$	ϱ_3 $\cdot 10^{-3}$ gcm^{-3}	T_3 $^\circ \text{K}$	ϱ_5 $\cdot 10^{-3}$ gcm^{-3}	T_5 $^\circ \text{K}$
30	5000	9,7	10,00	25	1940	0,5	96800
30	7000	6,9	9,65	22,8	2120	—	—
42	4750	14,2	10,60	28,8	2350	5,7	12300
42	6000	11,2	10,20	26,2	2580	2,2	30700
50	6000	13,4	10,50	28,2	2850	4,7	17100
50	7000	11,5	10,22	26,5	3040	2,4	33500
60	6000	16,1	10,83	30	3210	7,5	12800
60	7000	13,8	10,50	28,2	3420	5	19300
100	6000	26,8	12,75	38,8	4150	19,8	8120

Erste Ergebnisse

Das Diagramm der Abb. 2 zeigt in sieben Schnitten auf der linken Seite die radialen Dichte- und auf der rechten Seite die radialen Temperaturverläufe.

Die Temperaturen vor der Anode kommen viel zu niedrig und vor der Kathode zu hoch heraus (s. Tab. 1 u. Abb. 2). Wir nehmen an, was allerdings in weiteren Arbeiten geklärt werden muß, daß die an diesen Stellen herrschenden Dichten genau genug gemessen worden sind. Die mittlere Achsentemperatur T_4 (s. 4. Messung auf Abb. 2) von 4750°K erscheint dann dadurch, daß sie nicht ganz unwahrscheinliche andere Achsentemperaturen (wie etwa 10^2

¹¹⁾ P. Schulz, Ann. Physik (6) 1, 95 (1947) und Ann. Physik (6) 1, 107 (1947).

oder 10^6 °K) — T_3^{12}) von 2350°K und T_5^{12}) von 12300°K — zur Folge hat (s. oben), als vernünftig. Die Annahme eines erhöhten Betriebsdrucks verbessert das Verhältnis dieser Temperaturen zueinander nur unwesentlich, wenn man von einem unrealen Betriebsdruck von 100 Atm. absieht. Es bleibt dann nur noch übrig, die zu große Dichte bzw. zu niedrige Temperatur

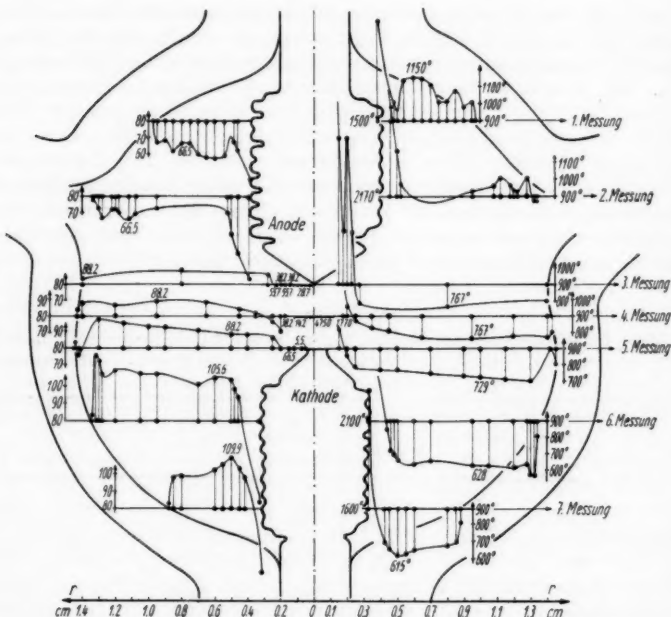


Abb. 2. Radiale Dichte- und Temperaturverläufe in einer XBO 500

vor der Anode durch eine Druckverteilung vor der Anode zu erklären. Diese Druckverteilung würde sich aus dem Staudruck des die Anode als Hindernis umströmenden Gases verstehen lassen. Zur Abschätzung der wirksamen Druck-erhöhung vor der Anode wird angenommen, daß ein Gasstrahl mit a -facher Schallgeschwindigkeit auf die Anode trifft. Diese Geschwindigkeit ergibt sich aus der Laplaceschen Gleichung $v = a c = a \sqrt{1,66 \cdot r_0 / \rho}$ (p_0 = Gesamt-druck vor der Anode). p_0 und v lassen sich aber auch durch die Bernoulli-sche Gleichung verbinden $p_0 = p + \frac{\rho}{2} v^2$ (p = statischer Druck). Der Gesamt-druck vor der Anode ergibt sich dann zu:

$$p_0 = \frac{p}{1 - 0,83 a^2}.$$

¹²⁾ Diese Temperaturwerte sind auf der Abb. 2 (3. und 5. Messung) nicht mehr mit eingezeichnet.

Daraus findet man für einen statischen Druck von $p = 42$ Atm. folgende Gesamtdrucke:

a	v (cm · sec ⁻¹)	Gesamtdruck Atm.
0,1	$5 \cdot 10^3$	42,3
0,5	$2,7 \cdot 10^4$	53,0
1,0	$1,2 \cdot 10^5$	247,0

Der von Elenbaas¹⁾ (S. 67) für eine Quecksilber-Hochdrucklampe abgeschätzte normale Konvektionsstrom erreicht nicht annähernd diese Geschwindigkeiten. Andererseits lassen Beobachtungen von Larche¹³⁾ am kathodischen Plasmastrahl einer Xenon-Höchstdrucklampe eine wesentlich größere Geschwindigkeit des Plasmastrahls vermuten, als die des Konvektionsstromes. Das geht daraus hervor, daß der Konvektionsstrom, selbst wenn er senkrecht auf den Plasmastrahl trifft, diesen fast nicht ablenkt. Diese Beobachtungen von Larche machen in Verbindung mit der Tatsache, daß Geschwindigkeiten von mehr als 10^4 cm · sec⁻¹ sehr merkliche Druckerhöhungen vor der Anode bewirken können, die Druck- und Dichteerhöhung vor der Anode sehr wahrscheinlich.

Aufschlußreich sind in diesem Zusammenhang die Messungen und Berechnungen von Weiß¹⁴⁾ am Plasmastrahl eines wasserstabilisierten Hochleistungsbogens. Es ergeben sich dort Geschwindigkeiten von 10^5 cm · sec⁻¹, die die beobachteten Dichteerhöhungen zweifellos erklären könnten. Die Unterschiede in den physikalischen Bedingungen, unter denen eine XBO 500 und ein wasserstabilisierter Hochleistungsbogen brennen, sind aber zu groß, um ohne weiteres die Beobachtungen wechselseitig zu übertragen.

Für die Messung des radialen Temperaturverlaufs reicht es also nicht aus, die Dichteverteilung und den Gesamt-Druck in der Lampe zu messen, sondern es muß auch die Druckverteilung gemessen werden. Das gilt jedenfalls für die Gebiete in der Lampe, in denen Gasgeschwindigkeiten von mehr als 10^4 cm · sec⁻¹ zu erwarten sind.

Wie bereits einfache Röntgenaufnahmen von einer brennenden HBO 500 (Quecksilberfüllung) und einer brennenden XBO 500 (Xenonfüllung) deutlich zeigen (s. Abb. 3 u. 4), und wie es die aus diesen Aufnahmen berechneten $i(\eta)$ -Kurven besonders gut bestätigen (s. Abb. 5 u. 6), bestehen große Unterschiede in den Temperaturverläufen dieser beiden Lichtbögen:



Abb. 3. HBO 500 normal brennend

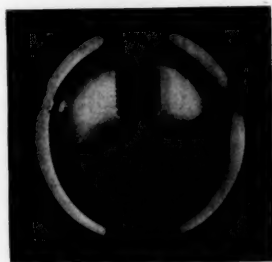


Abb. 4. XBO 500 normal brennend

¹³⁾ K. Larche, Z. Physik **132**, 544 (1952).

¹⁴⁾ R. Weiß, Z. Physik **138**, 170 (1954).

1. Der Temperaturverlauf des Xenon-Lichtbogens besitzt einen außerordentlich steilen Temperaturabfall.

2. Die $i(r)$ -Werte (und damit auch die $T(r)$ -Werte) durchlaufen sogar in der Lichtbogenmitte ein Minimum (s. Abb. 7). Die Achsentemperatur steigt

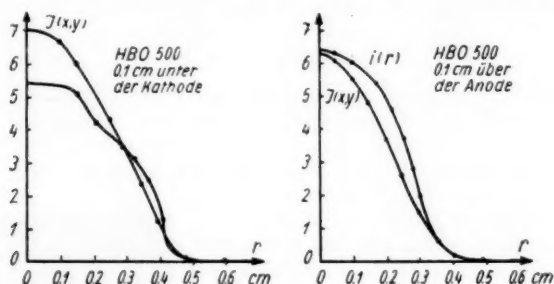


Abb. 5. $i(r)$ - und $J(x, y)$ -Kurven aus Messungen an einer HBO 500

zum Rand hin recht beträchtlich an, um dann aber plötzlich außerordentlich steil abzufallen. Allerdings ist die Genauigkeit, mit der die $J(x)$ -Werte zur

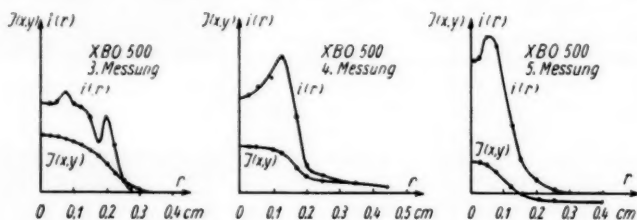


Abb. 6. $i(r)$ - und $J(x, y)$ -Kurven aus Messungen an einer XBO 500

Zeit gemessen werden können, noch nicht so groß, als daß die Existenz dieser Minima mit Bestimmtheit behauptet werden könnte. Die Untersuchungen an einer Xenon-Hochdrucklampe — der XF 3000 — zeigten jedoch ebenfalls, jedenfalls in nicht allzu großer Entfernung von der Kathode, diese Minima. An der Quecksilber-Höchstdrucklampe HBO 500 wurden diese Minima jedoch nie beobachtet.

Schmitz³⁾ hat aus der Elenbaas-Hellerschen Differentialgleichung den radialen Temperaturverlauf für einen elektrodenstabilisierten Lichtbogen (Abb. 7) berechnet. Vergleicht man diesen Temperaturverlauf mit unseren $i(r)$ -Kurven, so stimmt lediglich

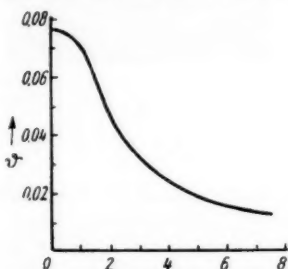


Abb. 7. Von Schmitz³⁾ berechneter radialer Temperaturverlauf eines elektrodenstabilisierten Lichtbogens*)

*) Diese Aufnahme ist eine Photokopie aus der Arbeit von G. Schmitz, Z. Physik **132**, 23 (1952).

die $i(r)$ -Kurve auf der rechten Seite der Abb. 5 mit dieser von Schmitz berechneten Kurve qualitativ überein. Bereits die $i(r)$ -Kurve von einer HBO 500 — 0,1 cm unter der Kathode gemessen (s. linkes Bild auf Abb. 5) — zeigt einen Höcker in ihrem Verlauf. Er wird sehr wahrscheinlich von einer zusätzlichen Aufheizung durch das hochströmende erhitzte Gas (s. auch Abb. 3) herrühren. Wesentlich größer werden die Abweichungen bei den $i(r)$ -Kurven der XBO 500. Daraus ergibt sich, daß die Elenbaas-Hellersche Differentialgleichung in der Form, wie sie von Schmitz in seiner Arbeit³⁾ benutzt wurde, die Vorgänge im Xenon-Höchstdrucklichtbogen nicht richtig erfaßt.

Diese Abweichungen können folgende Ursachen haben:

1. Bei allen theoretischen Untersuchungen der Höchstdrucklampen wurden die in diesen Lampen herrschenden Strömungen vollständig vernachlässigt. Gegen diese Vernachlässigung spricht nicht nur die Existenz des kathodischen Plasmastrahls im Xenon-Lichtbogen, das eventuelle Minimum im radialen Temperaturverlauf des Xenon-Lichtbogens, sondern auch der Höcker in der Kurve des Temperaturverlaufs des Quecksilber-Lichtbogens der HBO 500 vor deren Kathode.

2. Die Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit wurde in der Elenbaas-Hellerschen Differentialgleichung gar nicht oder für den Fall des Xenons völlig unzureichend berücksichtigt. Der Wirkungsquerschnitt des Xenons gegenüber Elektronen mit einer kinetischen Energie, die der Temperatur des Xenon-Bogens ungefähr entspricht, zeigt eine außerordentlich starke Abhängigkeit von dieser Energie, d. h. also von der Temperatur. Es ist durchaus einzusehen, daß die Temperatur, wenn sich die Beweglichkeit sehr stark mit der Temperatur ändert, umgekehrt stark von der umgesetzten Leistung, d. h. von der Leitfähigkeit und damit von der Beweglichkeit, abhängt. Die starke Abhängigkeit der Beweglichkeit von der Temperatur kann also durchaus den steilen Temperaturabfall des Xenon-Bogens — trotz der besseren Wärmeleitfähigkeit gegenüber Quecksilber — erklären.

Interessant wäre der Versuch der Integration einer Elenbaas-Hellerschen Differentialgleichung mit temperaturabhängiger Beweglichkeit, wie sie sich etwa aus den Ramsauer-Querschnitten und den Querschnitten der positiven Ionen des Xenon ergeben würde. Dadurch könnte auch quantitativ der steile Abfall des Temperaturverlaufs herauskommen und eventuell das Minimum in der Mitte des Temperaturverlaufs als real bestätigt werden.

3. Die nichtklassischen Anteile an der Wärmeleitung — die bisher stets vernachlässigt wurden — dürfen in den Gebieten sehr hoher Temperaturen und bei hohen Drucken nicht vernachlässigt werden.

Wie aus dem Diagramm der Abb. 2 weiter zu ersehen ist, befindet sich im oberen Teil der Lampe ein sehr heißes Gas mit einer Temperatur höher als 1100°K. Das Gas bewegt sich turbulent mit Dichteunterschieden, die in Wirklichkeit noch viel größer sind, weil die Kontraste durch die relativ lange Belichtungszeit von 7 sec nur verwaschen wiedergegeben werden. Das Gebiet in der Mitte und im unteren Teil der Lampe ist viel kälter (600°K bis 700°K) und scheint besonders in der Mitte auch viel ruhiger zu sein.

Im Verlauf der Kurve aus der dritten Messung, in etwa 2 mm Entfernung von der Lichtbogenachse, erkennt man einen Xenonstrahl von geringerer Dichte, d. h. also höherer Temperatur, als sie im Gebiet außerhalb des

Lichtbogens herrscht. Dieser Gasstrahl ist in den Kurven, die aus der zweiten und ersten Messung gewonnen wurden, weiter zu verfolgen. Der Lichtbogen besitzt Schwalbenschwänze. Man wird in diesem Gasstrahl einen Ausläufer des von der Anode abgelenkten, inzwischen stark abgekühlten und nun in den Gasraum des oberen Teils der Lampe schießenden Plasmastrahls vermuten dürfen. Bemerkenswert erscheint in diesem Zusammenhang, daß im Augenblick vor dem Platzen einer XBO 500 noch deutlich zu erkennen war, wie der Lichtbogen plötzlich an der Seite des unteren Teils der Anode ansetzte und der Plasmastrahl einseitig an der oberen Anode vorbei in den Gasraum schoß.

Herrn Prof. Dr. R. Rompe und Herrn Dr. B. Winde möchte ich für ihr großes Interesse an dieser Arbeit und für viele fördernde Diskussionen danken. Herrn Dr. K. Rademacher möchte ich für viele wertvolle Hinweise bei der Abfassung dieser Arbeit danken.

Berlin, Institut für Strahlungsquellen der Deutschen Akademie der Wissenschaften.

Bei der Redaktion eingegangen am 8. August 1956.

Die selbständige Entladung in gasgefüllten Photozellen

Von Werner Kluge und Arno Schulz

Mit 7 Abbildungen

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstage gewidmet

Inhaltsübersicht

Bei Verwendung ermüdungsfreier Photokathoden können an gasgefüllten Photozellen Entladungscharakteristiken auch im selbständigen Entladungsgebiet reproduzierbar gemessen werden. Dabei haben die Entladungscharakteristiken ohne Kathodenfremdbestrahlung den gleichen Verlauf wie diejenigen gewöhnlicher Niederdruck-Glimmentladungen. Bei Kathodenfremdbestrahlung tritt nun eine Absenkung der Elektrodenspannung auf, die bis in das anomale Glimmgebiet hinein verfolgt werden kann. Daraus folgt, daß die innere Verstärkung des Photostromes in gasgefüllten Photozellen erst bei einer Betriebsweise im anomalen Glimmgebiet voll ausgenützt werden kann. Wir glauben, daß bei einer Vervollkommnung der Meßtechnik auch noch bei höheren Glimmstromdichten, als wir sie bisher gemessen haben, ein Einfluß der Kathodenfremdbestrahlung auf das Entladungsgeschehen feststellbar ist. Allerdings werden dann kleine Photoströme großen Glimmströmen überlagert sein, so daß eine Trennung nur mit Hilfe einer Wechsellichtmethode möglich sein wird, wie sie schon vor längerer Zeit¹⁾ angegeben wurde.

Einleitung

Zum Zwecke der inneren Stromverstärkung werden Photozellen bekanntlich mit verdünnten Edelgasen gefüllt. Bis vor kurzem wurde gelehrt, daß man solche gasgefüllte Photozellen nur im unselbständigen Entladungsgebiet, d. h. im Gebiet des „dunklen“ Vorstromes, betreiben darf, in dem die Elektrodenspannung nicht ausreicht, um eine selbständige Entladung herbeizuführen. Als Begründung wird vor allem die Subtilität der üblicherweise benutzten Photokathoden angeführt²⁾. Diese sollen durch das heftige Ionenbombardement im selbständigen Entladungsgebiet Schädigungen ihrer Struktur erfahren, die in den meisten Fällen zu einer Senkung der photoelektrischen Quantenausbeute führen und nicht mehr rückgängig zu machen sind. Die Messungen von Stromspannungs-Charakteristiken gasgefüllter Photozellen wurden deshalb vor Erreichung des Zündpunktes *Z* (s. Abb. 1) abgebrochen.

¹⁾ W. Kluge, Z. techn. Physik **15**, 591 (1934).

²⁾ F. Kohlrach, Praktische Physik, 20. Aufl., Stuttgart 1955, Bd.1, S. 475.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Messung geschlossener Entladungscharakteristiken (Stromspannungs-Charakteristiken) an gasgefüllten Photozellen, welche sich über den Zündpunkt hinaus bis in das selbständige Ent-

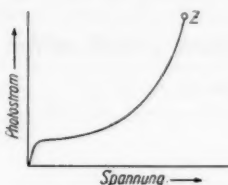


Abb. 1. Schematische Darstellung der Stromspannungs-Charakteristik einer gasgefüllten Photozelle im unselbständigen Entladungsgebiet (Kathodenbestrahlung konstant)

Scharen von Entladungscharakteristiken bei veränderlicher Kathodenfremdbestrahlung bis in das anomale Glimmgebiet hinein aufzunehmen. Voraussetzung hierzu ist die Verwendung von Photokathoden, deren Struktur dabei keine Schädigung erfährt.

Die Entladungscharakteristik gasgefüllter Photozellen ohne Kathodenfremdbestrahlung

In Abb. 2 haben wir die Schaltung dargestellt, mit deren Hilfe wir die Entladungscharakteristiken aufgenommen haben. Die treibende Spannung U_0 wurde einem mit Glimmstabilisatoren versehenen Netzgerät entnommen.

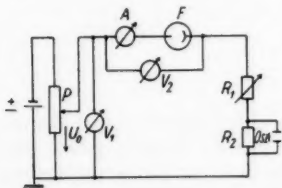


Abb. 2. Schaltung zur Aufnahme der Entladungscharakteristiken. F gasgefüllte Photozelle, Osz Elektronenstrahloszillograph, U_0 treibende Spannung

Man mißt allerdings in dieser Schaltungsweise an F eine um den Spannungsabfall an A zu große Elektrodenspannung. Dieser Fehler kann maximal 11 mV betragen. Da die Spannungen an der Photozelle um 3–4 Größenordnungen höher liegen, ist er vernachlässigbar klein.

³⁾ E. Pfender, Z. angew. Physik 5, 1953, 450.

Die Strommessung wird je nach dem Teil der Entladungsgenetik, in dem man sich befindet, mit einem der folgenden drei Instrumente ausgeführt: Multiflexgalvanometer MGF 4, maximale Empfindlichkeit $6,1 \cdot 10^{-10}$ A/mm, Siemens-Lichtmarkengalvanometer mit 4 Meßbereichen (1, 10, 30, 100 μ A Vollausschlag) und Multavi 5. Zum Schutz des Strommessers A sowie zur Stabilisierung der selbständigen Entladung dienen die Widerstände R_1 und R_2 . Bei der Durchführung der Messungen war es öfters notwendig, festzustellen, ob Intermittenzen im Entladungsraum der Photozelle auftreten. Zu diesem Zweck kann parallel zum Widerstand R_2 ein Elektronenstrahl-Oszillograph angeschlossen werden. Intermittenzen sind bekanntlich im Bereich der fallenden Stromspannungs-Charakteristik möglich und, wie Dällenbach gezeigt hat⁴⁾, im allgemeinen auch nicht zu verhindern. Sie verursachen Fehler bei der Messung der Entladungscharakteristiken. Wir beschränken uns darauf, mit Hilfe des oben genannten Elektronenstrahl-Oszillographen die Bereiche der Entladungscharakteristiken zu ermitteln, in denen solche Fehler auftreten. Diese Bereiche werden in den folgenden Abbildungen jeweils strichliert dargestellt.

Wie schon eingangs erwähnt, eignen sich für unsere Untersuchungen Verwendungen solche gasgefüllte Photozellen, deren Kathoden der starken Ioneneinströmung bei selbständigen Entladungen gewachsen sind und Sekundärelektronen ohne Ermüdungseffekte zu emittieren vermögen. Caesiumoxyd- und Caesiumantimonid-Photokathoden, die heute fast ausschließlich in Photozellen Verwendung finden, kommen hiernach nicht in Betracht. An diesen beiden Kathodentypen laufen nämlich nach der Zündung der selbständigen Entladung reversible Ermüdungserscheinungen der Sekundäremission ab⁵⁾, die im Gebiet der Glimmentladung im allgemeinen zwar keine bleibende strukturelle Schädigung der Kathode verursachen, aber reproduzierbare Messungen unmöglich machen. Diese Ermüdungserscheinungen beruhen auf einem zeitweiligen Ausfall von Sekundäremissionszentren infolge einer Behinderung der Elektronennachlieferung durch die halbleitende Zwischenschicht der zusammengesetzten Kathoden. Ein Beispiel für dieses Geschehen zeigt Abb. 3.

Dort sind Entladungscharakteristiken einer gasgefüllten Photozelle mit Caesiumoxyd-Kathode (Strukturschema: (Ag)— Cs_2O , Cs, Ag—Cs⁶⁾) dargestellt. Sie wurden ohne Unterbrechung hintereinander aufgenommen, wobei wir bestrebt waren, den Meßvorgang möglichst rasch durchzuführen. Die Zahlen an den Entladungscharakteristiken bezeichnen die zeitliche Reihenfolge der Messungen, die Pfeile die Meßrichtung. Man erkennt folgendes: Wird die

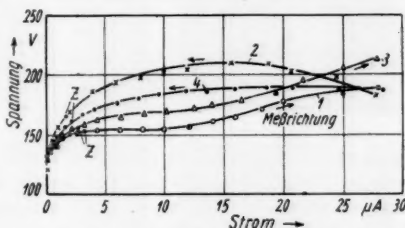


Abb. 3. Auswirkung der reversiblen Ermüdung der Sekundäremission auf den Verlauf der Entladungsgenetik einer gasgefüllten Photozelle mit der Kathodenstruktur (Ag)— Cs_2O , Cs, Ag—Cs. 1–4 zeitliche Reihenfolge der Messungen, Z Zündpunkt

⁴⁾ W. Dällenbach, Z. Physik **27**, 101 u. 448 (1926).

⁵⁾ W. Kluge u. A. Schulz, Z. Physik **137**, 392 (1954).

⁶⁾ Vgl. hierzu J. H. de Boer, „Elektronenemission und Adsorptionerscheinungen“, Leipzig 1932, S. 259.

Messung von kleinen zu großen Entladungsströmen fortschreitend ausgeführt, so setzt der reversible Ermüdungsprozeß der Sekundäremission kurz nach dem Zündpunkt Z ein. Wie wir früher zeigen konnten⁵⁾, führt dieser Ermüdungsprozeß zu einer Abnahme des selbständigen Entladungsstromes trotz konstant gehaltener Parameter des Entladekreises oder — was damit gleichbedeutend ist — zu einer Erhöhung der Elektrodenspannung am Entladungsgefäß. Während der Zeit der Aufnahme eines einzelnen Meßpunktes wirkt sich dieser Ermüdungsprozeß bereits merklich aus, so daß wir daher nicht die wahre Stromspannungs-Charakteristik messen können, sondern auf eine stetig steigende Charakteristik (1 und 3 in Abb. 3) geführt werden. Bei Umkehr der Meßrichtung schreitet zunächst bei großen Glimmströmen die Ermüdung der Kathode noch fort. Die Elektrodenspannung steigt weiter an und wir messen in umgekehrter Richtung wiederum steigende Stromspannungs-Charakteristiken (2 und 4 in Abb. 3).

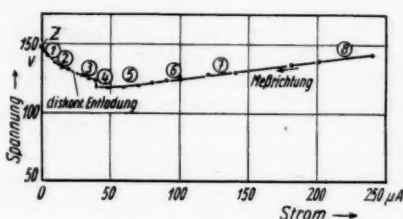


Abb. 4. Entladungsspannungscharakteristik einer gasgefüllten Kaliumhydrid-Photozelle ohne Kathodenfremdbestrahlung. (Die umrandeten Zahlen entsprechend den Entladungsbildern der Abb. 5.) Z Zündpunkt

Bei weiterer Senkung des Glimmstromes setzt dann ein Erholungsprozeß an der zusammengesetzten Kathode ein, der einen Anstieg des Glimmstromes bzw. einen Abfall der Elektrodenspannung zur Folge hat. Deshalb geht dann die steigende Entladungsspannungscharakteristik in eine fallende über. Wir messen also, solange Ermüdungs- oder Erholungsvorgänge an der Kathode ablaufen, nicht die wahre Entladungsspannungscharakteristik, sondern eine Charakteristik, deren Verlauf in erster Linie durch die Meßgeschwindigkeit und weniger

durch das elektronische Geschehen in der Entladungsstrecke bestimmt wird. Das gleiche Ergebnis erhält man für gasgefüllte Photozellen mit Caesium-antimonid-Kathoden.

Diese Schwierigkeiten ließen sich vermeiden, wenn man die beiden oben genannten Photokathoden nur für kurze Zeit der Glimmentladung aussetzen würde. Dabei dürfte die selbständige Entladung nur so kurze Zeit brennen, daß die reversible Ermüdung der Sekundäremission noch nicht spürbar einsetzen kann. Wir haben uns aber in der vorliegenden Arbeit zunächst auf ein stationäres Meßverfahren beschränkt. Die reversiblen Ermüdungserscheinungen der Sekundäremission, die in der halbleitenden Zwischenschicht der Kathoden ihre Ursache haben, lassen sich vermeiden, wenn man Kalium-Photokathoden mit sehr dünnen Zwischenschichten ($\sim 10^{-7}$ cm) verwendet. Als geeignet erwies sich nach unseren bisherigen Beobachtungen z. B. die Photokathode mit dem Strukturschema: (Ag)—KH,K—K. Die Zwischenschicht besteht hier aus Kaliumhydrid mit atomar eingelagertem Kalium. Ein zeitweiliger Ausfall von Nachlieferungselektronen durch Anlagerung an Störstellen der halbleitenden Zwischenschicht ist an solchen Kathoden nicht mehr möglich, weil durch die hohen Feldstärken in dieser Zwischenschicht die hängen gebliebenen Elektronen sogleich wieder in das Leitfähigkeitsband angehoben werden. Wir haben mit diesem Kathodentyp bei Messungen im und in der näheren Umgebung des

Zündpunktes gute Erfahrungen gemacht⁷⁾. So kann erwartet werden, daß auch im Glimmgebiet reproduzierbare Meßergebnisse zu erhalten sind. Es wurde nun an solcher Photozelle zunächst eine Entladungscharakteristik ohne Kathodenfremdbestrahlung unter Anwendung der Schaltung nach Abb. 2 gemessen (s. Abb. 4). Die innere Glaswandung eines zylindrisch geformten Gefäßes war mit einer Kathodenfläche von 22 cm^2 versehen. Eine zentral angeordnete Drahtschleife bildete die Anode. Als Füllgas diente Argon von $\sim 0,1$ Torr. Im strichlierten Teil der Entladungscharakteristik der Abb. 4 wurden Intermissionen an dieser gasgefüllten Photozelle beobachtet. Es muß deshalb dort mit Fehlern im Verlauf der Stromspannungs-Charakteristik gerechnet werden. Wir haben nun bei der Messung dieser Entladungscharakteristik gleichzeitig das Entladungsbild bei 8 verschiedenen Meßpunkten photographiert. In Abb. 5 sind die betreffenden Bilder zusammengestellt. Die Aufnahmen wurden von der Seite her gemacht, so daß rechts vom Beschauer die Kathode liegt. Der schwarze Strich in der Mitte stellt die Seitensicht der Anode dar.

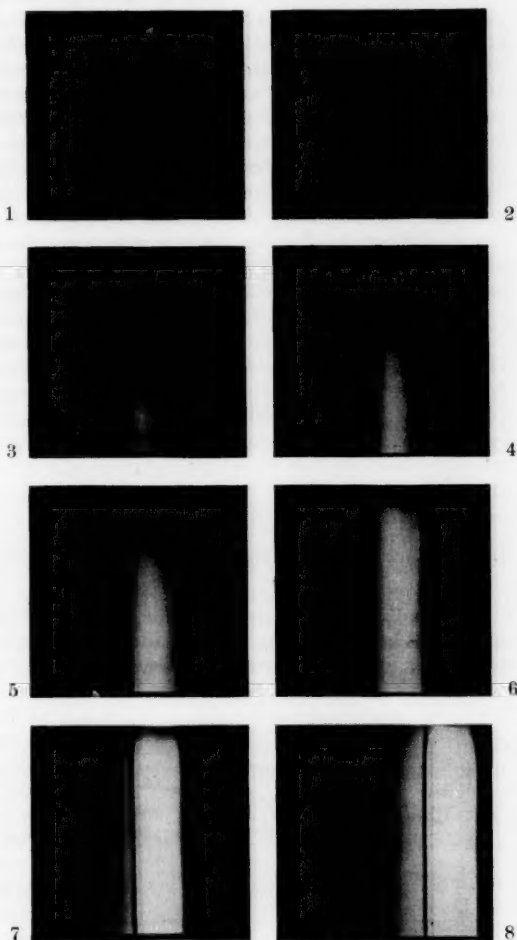


Abb. 5. Entladungsbilder der Glimmentladung in einer gasgefüllten Kaliumhydrid-Photozelle ohne Fremdbestrahlung der Kathode

Die Abbildungen 4 und 5 lehren uns folgendes: Die Entladungscharakteristik einer gasgefüllten Photozelle hat grundsätzlich den gleichen Verlauf, wie

⁷⁾ W. Kluge u. A. Schulz, Z. angew. Physik 8, 328 (1956).

man ihn an gewöhnlichen Niederdruck-Entladungsstrecken auch mißt³⁾. Voraussetzung ist allerdings, das sei nochmals betont, die Verwendung ermüdungsfreier Kathoden. Es können dann die bekannten drei Bereiche der Glimmentladung: unternormale Glimmentladung, normale Glimmentladung und anomale Glimmentladung erkannt und unterschieden werden. Im Gebiet der unternormalen Glimmentladung sinkt die Elektrodenspannung bis auf die Brennspannung der normalen Glimmentladung ab. Dabei werden vor der Kathode schwache Leuchterscheinungen beobachtet (s. Abb. 5), deren Dichte mit wachsender Stromdichte ansteigt. Es schließt sich dann das Gebiet der normalen Glimmentladung an, in dem der „Bedeckungsgrad“ der Kathode durch negatives Glimmlicht bis zur vollen Bedeckung der Kathode zunimmt. Das trifft für die Entladungsbilder 4, 5 und 6 der Abb. 5 zu. — Der Kathodenfallraum, der hier in der Größenordnung von 1 mm liegt, ist infolge der zylindrischen Form des Gefäßes nicht zu erkennen. Aus dem gleichen Grunde liegt auch die Kathode weiter rechts, als es in der Abb. 5 zum Ausdruck kommen kann. — Im normalen Glimmgebiet sollte nun fernerhin die Elektrodenspannung konstant bleiben. Das ist in Abb. 4 nur andeutungsweise zu erkennen. Im anomalen Glimmgebiet ist dann die Kathode mit Glimmlicht voll bedeckt (Entladungsbild 7 und 8). Die Dichte des Glimmlichtes nimmt hier mit wachsender Stromstärke zu. Insgesamt ergibt sich, daß eine gasgefüllte Photozelle mit ermüdungsfreier Kathode im selbständigen Entladungsgebiet sich genauso verhält, wie eine gewöhnliche Niederdruck-Entladungsstrecke. Sie gehorcht den gleichen Gesetzmäßigkeiten, die für übliche Glimmentladungsrohren gelten.

Die Entladungscharakteristiken gasgefüllter Photozellen bei Kathodenfremdbestrahlung

Mit Hilfe der vorstehend beschriebenen ermüdungsfreien Kaliumhydrid-Kathoden lassen sich nun auch Entladungscharakteristiken bei Kathodenfremdbestrahlung bis in das anomale Glimmgebiet hinein verfolgen. Zur Bestrahlung der Photokathoden diene unzerlegtes Licht, das mit Hilfe einer Glühlampe

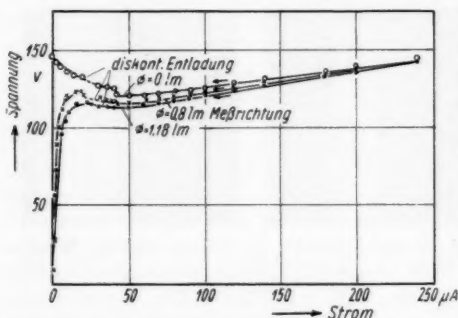


Abb. 6. Entladungscharakteristiken einer gasgefüllten Kaliumhydrid-Photozelle bei verschieden starker Kathodenfremdbestrahlung (Kathode voll ausgeleuchtet)

(Kleinkinolinlampe der Fa. Osram, Lichtstrom 400 lm, $T = 2750^\circ\text{K}$) erzeugt wurde. Durch Anwendung besonderer Hilfsmittel war für die zeitliche Konstanz der Bestrahlung Sorge getragen. In der Abb. 6 sind die erhaltenen Versuchsergebnisse bei verschieden starker Fremdbestrahlung in linearem Maßstab aufgezeichnet.

Abb. 6 zeigt, daß bei hohen Fremdstromdichten, wie sie nur an lichtelektrisch hochempfindlichen Kathoden erzielt werden können, die kathodische Photoemission bis in das anomale

Glimmgebiet hinein auf die selbständige Entladung einzuwirken vermag. Das äußert sich in einer Absenkung der Brennspannung. Dieses Ergebnis ist insofern von Interesse, als bisher nur im Gebiet der Townsend-Entladung ein Einfluß der kathodischen Photoemission auf die selbständige Entladung festgestellt wurde. Wir verweisen in diesem Zusammenhang auf die Zündgesetze von Rogowski und Fucks⁸⁾. Wir buchen somit als wesentliches Teilergebnis unserer Untersuchungen, daß bis in das anomale Glimmgebiet hinein eine Steuerbarkeit selbständiger Entladungsströme durch Kathodenfremdbestrahlung möglich ist.

Das wird besonders deutlich, wenn man die Messung der Photostromcharakteristiken bis in das anomale Glimmgebiet hinein erweitert. In Abb. 7 sind zwei Beispiele dafür im einfach logarithmischen Maßstab dargestellt. Man erkennt, daß der Photostrom über 3 bzw. 5 Größenordnungen hinweg verfolgt werden kann. Im Gebiet vor der Zündung der selbständigen Entladung wird die bisher bekannte Photostromcharakteristik einer gasgefüllten Photozelle (s. Abb. 1) mit ihren drei Abschnitten: Raumladungsgebiet, Sättigungsgebiet und Anstieg zum Zündpunkt („dunkler“ Vorstrom) gemessen. Dann schließt sich im selbständigen Entladungsgebiet die Charakteristik einer Glimmentladung an. Diese Weiterführung der bisher bekannten und gemessenen Stromspannungs-Charakteristik einer gasgefüllten Photozelle über den Zündpunkt hinaus soll die Bezeichnung „Erweiterte“ Photostromcharakteristik erhalten. Sie endet im anomalen Glimmgebiet, in welchem bei Anwendung stationärer Meßverfahren die Steuerbarkeit der selbständigen Entladung aufhört.

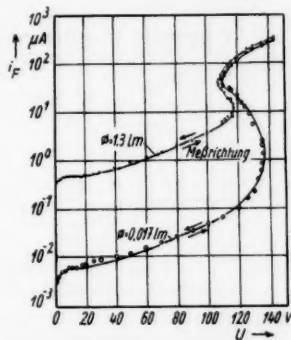


Abb. 7. Erweiterte Photostromcharakteristiken einer gasgefüllten Kaliumhydrid-Photozelle bei Fremdbestrahlung mit 0,017 lm bzw. 1,3 lm (Kathode voll ausgeleuchtet)

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft, die uns die Mittel für obige Untersuchungen zur Verfügung gestellt hat, sei auch an dieser Stelle gedankt.

⁸⁾ W. Rogowski, Arch. Elektrot. **26**, 648 (1932); W. Fucks, Z. Physik **92**, 467 (1934); W. Rogowski, Z. Physik **117**, 265 (1941).

Stuttgart, Technische Hochschule.

Bei der Redaktion eingegangen am 27. August 1956.

Ein neues Verfahren zur Messung des Raumpotentials in Niederdruckentladungen

Von E. Nölle¹⁾

Mit 8 Abbildungen

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstag gewidmet

Inhaltsübersicht

In Niederdruckentladungen lassen sich mit Sonden Raumpotentialmessungen ohne Aufnahme einer Langmuir-Charakteristik schnell und genau durchführen, indem man der Sondengleichspannung eine geringe Wechselspannung überlagert. Der über die Sonde fließende Wechselstrom wird in Abhängigkeit von der Sondengleichspannung gemessen. Der Wechselstrom durchläuft dabei einen unmittelbar vom Meßinstrument ablesbaren, scharf ausgeprägten Maximalwert. Die zu diesem Maximalwert gehörende Sondenspannung ist das Raumpotential.

1. Einleitung

Zur Raumpotentialmessung in der positiven Säule von Niederdruckgasentladungen verwendet man Sonden (Abb. 1), die sich als Hilfselektroden in dem zu untersuchenden Entladungsplasma befinden.

Die Sonden erfahren, wie jeder isolierte Körper in der Entladung gegenüber dem umgebenden Raum eine negative Aufladung, die von der Anlaufenergie der Elektronen, d. h. von deren Temperatur und dem Verhältnis der ungerichteten Stromdichten der positiven und negativen Ladungsträger abhängt.

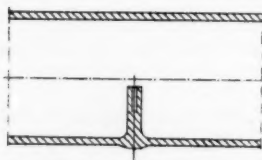


Abb. 1. Montage der Sonden

Zur Bestimmung des Raumpotentials werden nach einem von Langmuir²⁾ angegebenen Verfahren Strom-Spannungskennlinien der Sonden aufgenommen, aus deren Verlauf man das Raumpotential sowie andere Plasmakenngrößen ermitteln kann. Abb. 2 zeigt eine derartige Kennlinie für Zylindersonden. Bei Maxwell'scher Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen folgt der Sondenstrom i_S im Anlaufgebiet, d. h. bei negativer Sondenspannung V , einem Exponentialgesetz

$$i_S = F \cdot j \cdot \exp - \frac{eV}{kT} \quad (1)$$

F Sondenoberfläche; j ungerichtete Elektronenstromdichte.

¹⁾ Auszugsweise vorgetragen auf der Physikertagung Wiesbaden 1955.

²⁾ I. Langmuir, Gen. El. Rev. **26**, 731 (1923); Physic. Rev. **28**, 727 (1926); Z. Physik **46**, 271 (1928).

Bei gegenüber dem Raumpotential positiven Sondenspannungen genügt der in diesem Gebiet raumladungsbegrenzte Sondenstrom einem Potenzgesetz.

Trägt man den Logarithmus des Sondenstromes als Funktion der Sondenspannung auf, so erhält man im Anlaufgebiet eine Gerade, an die sich die gekrümmte Saugkennlinie mit einem Knick anschließt. Diese Übergangsstelle vom Anlaufstrom (negative Sondenspannung) zum raumladungsbegrenzten Saugstrom (positive Sondenspannung) definiert die Lage des Raumpotentials, da

dort die Potentialdifferenz zwischen der Sonde und dem umgebenden Plasma null ist. Wesentlich für das nachfolgend beschriebene Wechselstromverfahren ist, daß die Sondenkennlinie (Abb. 2) an diesem Knickpunkt einen Maximalwert ihrer Steigung durchläuft.

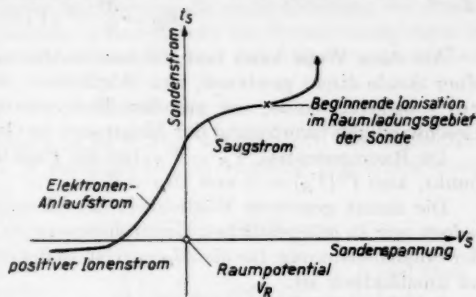


Abb. 2. Stromspannungscharakteristik einer Zylinder-sonde

2. Theoretische Grundlagen des Meßverfahrens

Überlagert man der an einer Sonde liegenden Gleichspannung V_S eine Wechselspannung $U = A \cdot \sin \omega t$ (A = Amplitude), so ändert sich der Sondenstrom i_S und wird:

$$i_S = f(V_S + A \cdot \sin \omega t). \quad (2)$$

In der, in der Theorie der Verstärkerröhren üblichen Weise³⁾ erhält man hieraus durch Taylorsche Reihenentwicklung

$$i_S = f(V_S) + A \sin \omega t \cdot f'(V_S) + \frac{A^2 \sin^2 \omega t}{2!} \cdot f''(V_S) + \dots \quad (3)$$

Mit den Potenzen der Kreisfunktionen

$$\sin^2 \omega t = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2 \omega t; \quad \sin^3 \omega t = \frac{3}{4} \sin \omega t - \frac{1}{4} \sin 3 \omega t$$

usw. ergeben sich durch Aufspaltung die Komponenten Sondenstrom, unverzerrter Wechselstrom und Oberschwingungen:

$$\begin{aligned} i_S = & f(V_S) + \frac{A^2}{4} f''(V_S) + \frac{A^4}{64} f^{(4)}(V_S) + \dots \Bigg\} \text{Gleichstromkomponente} \\ & + \left[A \cdot f'(V_S) + \frac{A^3}{8} f'''(V_S) + \dots \right] \cdot \sin \omega t \Bigg\} \text{unverzerrte Wechselstromkomponente} \\ & - \left[\frac{A^2}{4} f''(V_S) + \frac{A^4}{48} f^{(4)}(V_S) + \dots \right] \cdot \cos 2 \omega t \\ & - \left[\frac{A^3}{24} f'''(V_S) + \frac{A^5}{384} f^{(5)}(V_S) + \dots \right] \cdot \sin 3 \omega t \Bigg\} \text{Oberschwingungen} \\ & + \dots \end{aligned} \quad (4)$$

³⁾ Landale, Proc. Cambridge philos. Soc. 25, 355 (1929).

Wählt man A hinreichend klein, so wird näherungsweise die durch die Wechselstromüberlagerung hervorgerufene Änderung des Sondenleichstroms

$$\Delta i_S = \frac{A^2}{4} \cdot f''(V_S). \quad (5)$$

Auf diese Weise kann man die zweite Ableitung der Anlaufstromkennlinie einer Sonde direkt gewinnen, eine Möglichkeit, die von Sloane und McGregor⁴⁾ benutzt wurde, um mit den Druyvesteynschen Gleichungen⁵⁾ die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen in Gasentladungen zu analysieren.

Im Raumpotential, $V_S = V_R$, hat die Funktion $i_S = f(V_S)$ einen Wendepunkt, also $f''(V_S) = 0$ und $\Delta i_S = 0$.

Die damit gegebene Möglichkeit zur Raumpotentialmessung wurde hier jedoch nur zu gelegentlichen Kontrollmessungen benutzt, da die Bestimmung der Sondenspannung, für die $\Delta i_S = 0$ ist, in der experimentellen Durchführung zu umständlich ist.

Bei hinreichend kleiner Wechselspannungsamplitude A gilt aber nach (4) für den Meßwechselstrom i_{\sim} näherungsweise:

$$i_{\sim} \approx A \cdot f'(V_S) \cdot \sin \omega t. \quad (6)$$

Da $f'(V_S)$ bei $V_S = V_R$ einen Maximalwert annimmt, erreicht der Meßwechselstrom gemäß (6) im Raumpotential ein Maximum. Bei stark positiven Sondenspannungen setzt Stoßionisation im Raumladungsgebiet vor der Sonde ein,

die positiven Ionen kompensieren teilweise die strombegrenzende Raumladung und der Sondenstrom beginnt stärker anzusteigen. An diesem Ionisationseinsatzpunkt durchlaufen $f'(V_S)$ bzw. der Meßwechselstrom ein Minimum. Beide Meßpunkte lassen sich durch Beobachtung des maximalen bzw. minimalen Ausschlags eines Meßinstrumentes, das nur die Wechselstromkomponente mißt, unmittelbar, d. h. ohne Auswertung graphischer Kennlinien feststellen.

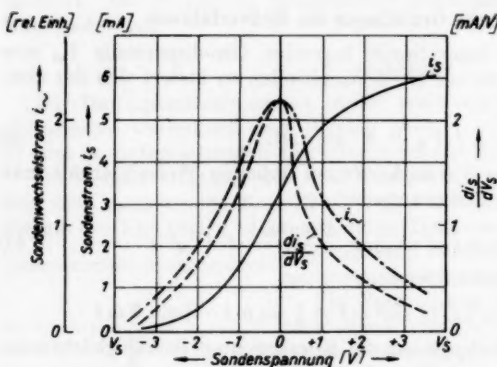


Abb. 3. Sondenströme i_S und i_{\sim} und $\frac{di_S}{dV_S}$ als Funktion der Sondenspannung V_S

Abb. 3 zeigt den für eine Raumpotentialmessung wesentlichen Teil einer experimentell gewonnenen Sondenkennlinie $i_S = f(V_S)$, sowie die daraus durch numerische Differenzierung gewonnene Funktion

$$\frac{di_S}{dV_S} = f'(V_S)$$

⁴⁾ R. H. Sloane, E. I. R. MacGregor, Philos. Mag. 18, 193 (1934).

⁵⁾ M. J. Druyvesteyn, Z. Physik. 64, 781 (1930); Physik. Z. 33, 856 (1932).

in Abhängigkeit von der Sondenspannung und außerdem die gleichzeitig gemessene Wechselstromkennlinie der Sonde $i_{\omega} = f(V_S)$. Man erkennt, daß die Funktion $i_{\omega} = f(V_S)$ in guter Annäherung die erste Ableitung der Funktion $i_S = f(V_S)$ darstellt, besonders in Anbetracht der Vernachlässigungen in der Rechnung und der Inkonzanz der Amplitude A durch Spannungsabfall an den Schaltmitteln.

3. Die Meßanordnung

Das Schaltbild der Meßanordnung ist in Abb. 4 dargestellt. Die Entladung wird durch den Widerstand R stabilisiert. Die variable Sondenspannung wird an dem Potentiometer P abgegriffen und mit dem Elektrometer V_S gemessen. Der Strommesser i_S dient der Messung des über die Sonde fließenden Gleichstroms.

Die durch den Tongenerator G (1 kHz; 0,5 V) erzeugte Wechselspannung wird der Sondengleichspannung überlagert. Eine aus der Kapazität C und den Induktivitäten D bestehende elektrische Weiche gestattet die Messung der über die Sonde fließenden Wechselstromkomponente mit dem Strommesser i_{ω} (etwa 0,5 mA).

Der störende Einfluß von manchmal in der Entladung auftretenden tonfrequenten Schwingungen kann vermieden werden, indem man die Frequenz des Generators G auf etwa 100 kHz erhöht und die Kapazität C entsprechend verkleinert.

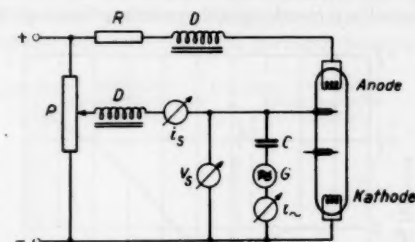


Abb. 4. Raumpotentialmessungen, Versuchsaufbau

4. Die Abhängigkeit der Raumpotentialmessungen von äußeren Parametern

Die nachfolgend beschriebenen experimentellen Untersuchungen sollen klären, ob die gemessenen Raumpotentialwerte hinreichend unabhängig sind

1. von der Amplitude A der verwendeten Meßwechselspannung,
2. vom Sondenmaterial (Sonden mit verschiedenem stofflichen Verhalten),
3. von der Sondenlänge (freies Sondenende) und dem Sondenstrommesser.

1. Nach den in Abschnitt 2 dargelegten theoretischen Grundlagen des Meßverfahrens ist mit steigender Amplitude der Meßwechselspannung eine Verschiebung der beobachteten Raumpotentialwerte zu erwarten, da die bei der Behandlung des Problems benutzten Näherungen nur bei hinreichend kleinen Amplituden der Meßwechselspannung zulässig sind. Außerdem weist die Strom-Spannungs-Kennlinie einer Sonde nur in der Nähe des Raumpotentials die Symmetrie auf, die erforderlich ist, um einen Richteffekt an der Sonde zu vermeiden und damit zu gewährleisten, daß die an der Sonde liegende Gleichspannung mit dem Raumpotential zusammenfällt. Mit abnehmender Wechselspannungsamplitude konvergiert daher der in der Raumpotentialbestimmung auftretende Fehler gegen null. Die Empfindlichkeit des für die Wechselstrommessung benutzten Meßgerätes bestimmt die untere Grenze der für die Raumpotentialmessung erforderlichen Amplitude der Meß-

wechselspannung, während ihre obere Grenze von der Strom-Spannungs-Charakteristik der Sonde abhängt und sich experimentell ermitteln läßt, indem man die Meßwechselspannung steigert, bis eine Verschiebung der Raumpotentialwerte zu beobachten ist.

Das Ergebnis einer derartigen Untersuchung ist in Abb. 5 dargestellt. Man ersieht daraus, daß in diesem Fall eine Wechselspannung von 2 Volt zulässig ist.

Um bei den Messungen jedenfalls unterhalb dieser zulässigen Grenze zu bleiben, wurde gewöhnlich eine Wechselspannung von etwa 0,1 Volt benutzt.

Der Verlauf der in Abb. 5 dargestellten Kurve läßt sich an Hand der Sondencharakteristik (Abb. 2) qualitativ erklären. Die der auf Raumpotential eingestellten Sondengleichspannung überlagerte, gesteigerte Meßwechselspannung

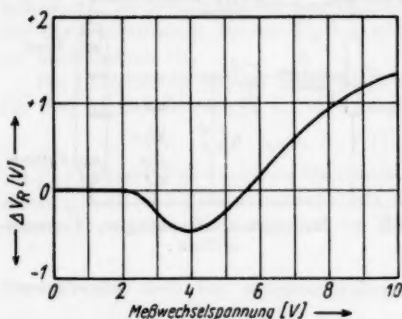


Abb. 5. Fehler in der Raumpotentialbestimmung (ΔV_R) als Funktion der Meßwechselspannung

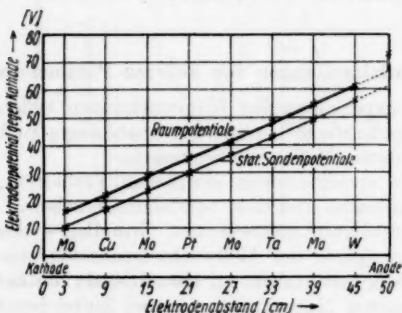


Abb. 6. Einfluß des Sondenmaterials auf die Raumpotentialmessungen

gemessen (vgl. Abb. 6). Es wurden die statischen Sondenpotentiale, die infolge der relativ zu den positiven Ionen hohen Elektronentemperatur negativ gegen die Raumpotentiale verschoben sind, sowie die Raumpotentiale selbst gemessen. Die gute Linearität der Ergebnisse der Potentialmessungen läßt darauf schließen, daß keine Abhängigkeit der Raumpotentialmessungen vom Sondenmaterial vorliegt, die hier zu berücksichtigen wäre.

erfaßt bei geringen Amplituden mit ihrer positiven Halbwelle zunächst den schwach ansteigenden, raumladungsbegrenzten Saugstrombereich und mit der negativen Halbwelle den exponentiell abfallenden Anlaufstrombereich, während bei größeren Wechselspannungsamplituden von der positiven Halbwelle der sehr stark ansteigende Teil der Charakteristik im Ionisationseinsatzgebiet bzw. von der negativen Halbwelle der sehr flach abfallende Kurventeil des positiven Ionenstroms erfaßt wird. Es resultiert daher bei geringen Meßwechselspannungen eine negative und bei größeren Meßwechselspannungen eine positive Richtspannung, die zu einer entsprechenden Verschiebung des gemessenen Raumpotentials führt.

Die Meßwechselspannung darf deshalb nur so hoch gewählt werden, daß die an der Sonde erzeugte Richtspannung vernachlässigbar klein bleibt.

2. An Entladungsröhren, die Sonden aus verschiedenem Material (Pt, W, Mo, Ta, Cu) enthielten, wurde der Potentialverlauf in der positiven Säule der Entladung ge-

3. In der gleichen Weise läßt sich zeigen, daß auch Sondenlänge und Sonden­durchmesser in dem beobachteten Bereich (Länge: 1–5 mm, Durchmesser: 0,05–0,5 mm) und falls der Sondenstrom weniger als etwa 5 % des Entladungsstromes ausmacht, noch keinen bemerkenswerten Einfluß auf die Raumpotentialmessung ausüben, jedoch zeigen die bei der Raumpotentialbestimmung zu messenden Wechselströme verschieden stark ausgeprägte Maxima, so daß die Genauigkeit, mit der man den maximalen Zeigerausschlag des Wechselstrommeßinstruments durch Beobachtung ermitteln kann, verschieden groß ist.

Lange Sonden ergeben besonders infolge des radialen Potentialgradienten in der positiven Säule der Entladung unscharf definierte Raumpotentiale, während bei Sonden mit großem Sonden­durchmesser auch bei geringer Sonden­länge der relativ starke Träger­entzug aus der Entladung während der Messung zu Feldverzerrungen im Sondengebiet führt.

Bei Sonden mit extrem geringem Durchmesser tritt leicht Stoßionisation in der Raumladungsschicht vor der Sonde auf, so daß das Minimum des Meßwechselstroms (Ionisations­einsatz, vgl. Gl. (6)) so nahe an das Wechselstrommaximum (Raumpotential) heranrückt, daß das Maximum des Meßwechselstroms und damit das Raumpotential nicht mehr hinreichend genau zu ermitteln ist.

Um diesen Zusammenhang zu erfassen, wurden bei den verschiedenen Sonden die Wechselstromcharakteristiken $i_{\sim} = f(V_S)$ aufgenommen und graphisch ausgewertet. Der Krümmungsradius der Funktion $i_{\sim} = f(V_S)$ im Maximum gibt ein Maß für die Schärfe des Maximums. Aus Abb. 7 ist ersichtlich, daß die größte Genauigkeit der Raumpotentialbestimmung mit Sonden von 1 mm Länge und 0,2 mm Durchmesser erzielt wird.

5. Anwendungsmöglichkeiten des Meßverfahrens

Das beschriebene Meßverfahren wurde in Ne-, Ar- und Kr-Entladungen mit Hg-Zusatz, zum Teil auch in reinen Edelgasen bei einem Druck von einigen Torr erprobt. Unter diesen Entladungsbedingungen ist der Anteil positiver Ionen am Sondenstrom vernachlässigbar klein. Ein Vergleich des Verfahrens mit dem üblichen, an eine Kennlinienauswertung gebundenen Langmuir-Verfahren²⁾ ergibt, wie aus Abb. 8 ersichtlich ist, eine gute Übereinstimmung der Raumpotentialwerte.

Das Wechselstromverfahren bewährt sich besonders in den Fällen, in denen Verunreinigungen der Sondenoberflächen auftreten können und daher Raumpotentialmessungen unmittelbar nach einer Sondenreinigung, z. B. durch Kathodenzerstäubung oder Ausglühen, durchgeführt werden müssen. Man erhält sonst häufig während der Zeitdauer der Aufnahme einer Kennlinie Ver-

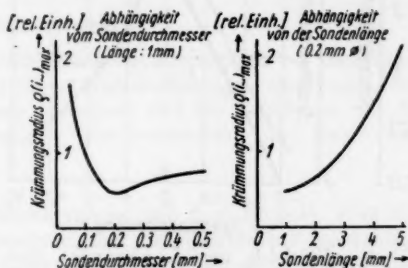


Abb. 7. Krümmungsradius der Funktion $i_{\sim} = f(V_S)$ im Maximum (V_R)

schiebungen der Meßwerte und somit unauswertbare Kennlinien⁶⁾. Dies wurde bei Raumpotentialmessungen in Entladungen mit Oxydelektroden deutlich sichtbar. Benutzt wurden dabei Entladungsröhren mit zwei einander gegenüberliegenden Sonden aus verschiedenem Material (Pt-Mo, Pt-Ta, Ni-Ag), um gleichzeitig auch die Materialunabhängigkeit der Messungen prüfen zu können.

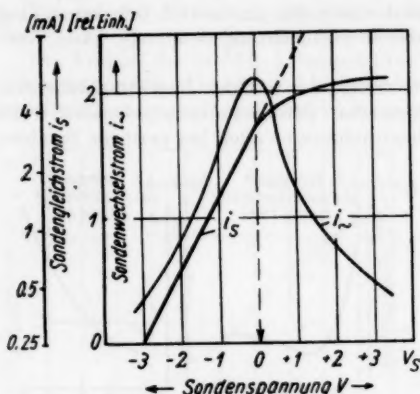


Abb. 8. Vergleich der Langmuir- und Wechselstromkennlinie einer Sonde

bar, jedoch erhält man bei halblogarithmischer Auftragung der Sondenkennlinie im Anlaufgebiet keine Gerade mehr, so daß das Übergangsgebiet vom Anlaufstrom zum Saugstrom und damit das Raumpotential nur sehr ungenau zu ermitteln ist.

Zur genauen Raumpotentialmessung nach dem Wechselstromverfahren genügt dagegen, wie aus der in Abschnitt 2 entwickelten Theorie hervorgeht, die Erfüllung der Bedingung, daß der Anstieg des Sondenstroms mit steigender Sondenspannung im Anlaufgebiet — d. h. bei gegenüber dem Raumpotential negativer Sondenspannung — zunimmt und bei positiver Sondenspannung durch den Einfluß der dann auftretenden, strombegrenzenden Raumladung abnimmt. Diese Bedingung war bei den hier diskutierten Untersuchungen ohne Ausnahme erfüllt.

Herrn D. A. Lompe danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit, für sein stetes Interesse und viele fördernde Diskussionen.

⁶⁾ W. E. K. Middleton, T. Alty: *Canad. J. of Res.* **4**, 498 (1931).

Berlin NW 87, Osram-Studiengesellschaft für elektrische Beleuchtung.

Bei der Redaktion eingegangen am 28. August 1956.

Die Sondenmontage gemäß Abb. 1 wurde für diesen Versuch dahingehend abgeändert, daß die Sondenenden von der Längsachse der Entladung einen Abstand von je 5 mm hatten. Reproduzierbare und gleiche Raumpotentialwerte an jedem Sondenpaar wurden nur nach einer, den Messungen unmittelbar vorangehenden Reinigung der Sonden erhalten.

Ein weiterer Vorteil des Wechselstromverfahrens liegt in seiner Anwendbarkeit bei Entladungen, in denen die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen von der Maxwell-Verteilung abweicht. Rein prinzipiell ist zwar auch das Langmuir-Verfahren in solchen Fällen anwend-

Der Anodenfall in Niederdruckentladungen

Von W. Bez, K. H. Höcker und B. Mayser

Mit 1 Abbildung

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstage gewidmet

Inhaltsübersicht

Die in früheren Arbeiten zur Berechnung des Anodenfalls bei Lichtbögen entwickelten Methoden werden auf Niederdruckentladungen übertragen. Der Anodenfall wird für einige Beispiele berechnet und die Ergebnisse mit der Erfahrung verglichen. Die Abhängigkeit von Stromdichte und Druck wird diskutiert.

Über den Anodenfall in Glimmentladungen hat A. v. Engel¹⁾ 1941 eine Theorie veröffentlicht, die davon ausging, daß die Feldstärke E im Anodenfallraum durch eine quadratische Interpolation zwischen dem säulenseitigen und dem anodenseitigen Wert beschrieben werden kann. Die Randwerte sind dabei wie folgt angenommen:

$$U_s = 0, E_s = 0, U_A = U_A, E_A = 0.$$

Die Interpolation lautet:

$$E(x) = \frac{3}{2} \frac{U_A}{d} \left[\left(\frac{d}{2} \right)^2 - \left(x - \frac{d}{2} \right)^2 \right] = \frac{3}{2} \frac{U_A}{d} \left[1 - \left(\frac{2x}{d} - 1 \right)^2 \right] \quad (1)$$

$$U(x) = 3 U_A \left(\frac{x}{d} \right)^3 \left[1 - \frac{2x}{3d} \right], \quad (2)$$

d = Dicke des Anodenfallgebietes.

Ein solcher Ansatz war durch Messungen von Güntherschulze, Schnitger, Bär und Betz^{2) 3)} nahegelegt. Ferner nimmt v. Engel an, daß die Zahl n der pro Elektron zu bildenden Ionen bestimmt wird durch die Gleichung:

$$n = \frac{j^+}{j^-} = \sqrt{\frac{m}{M}}. \quad (3)$$

m = Elektronenmasse; M = Ionenmasse; j = Stromdichte.

Er erhält damit als Zusammenhang zwischen Anodenfallspannung U_A und Stromdichte j :

$$j = \frac{1,17 M}{16\pi m} \sqrt{\frac{2e}{m}} \left(\frac{C}{\lambda_{\text{Ions}}} \right)^3 U_A^{1/2} [U_A - (U_i - U_s)]^3. \quad (4)$$

¹⁾ A. v. Engel, Phil. Mag. **32**, 417 (1941).

²⁾ A. Güntherschulze u. H. Schnitger, Z. Physik **104**, 395 (1937).

³⁾ A. Güntherschulze, W. Bär u. H. Betz, Z. Physik **100**, 293 (1938).

Die Bedingung (3) ist gültig für den Fall, daß an den Grenzen des Anodenfallgebietes (säulen- und anodenseitig) zwei beliebig ergiebige Quellen für Elektronen einerseits und Ionen andererseits bestehen, und daß der Gasdruck so niedrig ist, daß beide Trägerarten die gesamte Potentialdifferenz praktisch frei durchfallen. Diese Voraussetzung trifft für die Elektronen zu; sie läßt sich aber bezüglich der Ionen nicht aufrechterhalten, da gerade die Überführung der anfänglich frei fallenden Ionen in ungeordnete Säulenbewegung eine wesentliche Aufgabe des Anodenfalls ist. Wir halten es daher für richtiger, wenn man die Ergiebigkeit der Ionenquelle an der Anode bestimmt durch die Forderungen, die der säulenseitige Teil der Entladung an sie stellt, wie wir es bei der Theorie des Anodenfalls von Lichtbögen durchgeführt haben^{4,5}). Das heißt, daß im Anodenfall soviel Ionen erzeugt werden müssen, daß in der positiven Säule Neutralität herrscht. An Stelle von (3) tritt dann unter Verwendung einfacher Annahmen über das Verhältnis der Stoßquerschnitte der Ionen und Elektronen (vgl. Abschnitt 1):

$$\frac{j_e^+}{j_i^-} = \frac{b^+}{b^-} = \frac{1}{2,4\sqrt{2}} \sqrt{\frac{m}{M}} \sqrt{\frac{T_e}{T_i}}. \quad (5)$$

b^\pm = Beweglichkeit; T_e = Elektronentemperatur; T_i = Ionentemperatur \approx Gastemperatur.

Der Spannungsansatz, wie er in (2) angeschrieben ist, ist vom experimentellen Standpunkt nicht zwingend. Die Ergebnisse von Güntherschulze und Mitarbeitern sind mit anderen Potentialverläufen, etwa denen, die wir nachstehend berechnen, ebenso verträglich.

Wir wollen daher das Problem erneut aufgreifen und es ähnlich zu unseren Überlegungen beim Bogen, von den Säulenrandwerten ausgehend, behandeln.

Wir brauchen uns im folgenden nicht auf Glimmentladungen zu beschränken, sondern können allgemein von Niederdruckentladungen sprechen. Wir umfassen damit sowohl den Niederdruckbogen wie die Glimmentladung, die bekanntlich durch die kathodischen Vorgänge unterschieden sind, aber gemeinsam ein quasineutrales, nicht isothermes Säulenplasma ($T_e > T_{\text{Gas}}$) haben. (Zum Unterschied vom Niederdruckbogen hat der Hochdruckbogen in dieser Terminologie ein isothermes Plasma mit $T_e = T_i = T_{\text{Gas}}$.)

1. Der Anodenfallmechanismus

Die Aufgabe des Anodenfalls besteht in der Erzeugung der für den Stromtransport in der Entladung nötigen Ionen und deren Überführung in die thermische Bewegung der positiven Säule. Hierzu gibt es zwei Möglichkeiten: Feldionisierung und thermische Ionisierung, die wir in früheren Arbeiten am Lichtbogen eingehend diskutiert haben⁴⁻⁸).

Ob die Ionenproduktion über den einen oder den anderen Mechanismus erfolgt, hängt vom Verhältnis der Transportweglänge der Elektronen

$$\lambda_e^+ = \frac{1}{N Q_e + N^+ Q^+} \text{ zu der der Ionen } \lambda_i^+ = \frac{1}{\sqrt{2} (1 - P) N Q_i} \text{ ab.}$$

⁴) W. Bez u. K. H. Höcker, Z. Naturforschg. **9a**, 72 (1954).

⁵) K. H. Höcker, Appl. sci. Res., Section B **5**, 219 (1955).

⁶) K. H. Höcker u. W. Bez, Z. Naturforschg. **10a**, 706 (1955).

⁷) W. Bez u. K. H. Höcker, Z. Naturforschg. **10a**, 714 (1955).

⁸) W. Bez u. K. H. Höcker, Z. Naturforschg. **11a**, 118 (1956); **11a**, 192 (1956).

$Q_s = Q$ = Atomquerschnitt gegen Elektronenstoß; Q_i = Atomquerschnitt gegen Ionenstoß; $P = 0,4$ = Persistenzfaktor für den Stoß gleichschwerer Partikel; N = Zahl der Teilchen pro cm^3 .

Um den zahlenmäßigen Überblick zu erleichtern, setzen wir für Q_s und Q_i das gaskinetische Verhältnis $Q_i = 4Q_s$ ein, so daß $\lambda_s^i = \frac{1}{NQ + N+Q^+}$ und $\lambda_i^i = \frac{1}{2,4\sqrt{2}NQ}$ wird. Das bedeutet bei einem konkreten Problem eine Fehlerquelle, die von Fall zu Fall zu diskutieren ist.

Solange

$$2\lambda_i^i \lesssim \lambda_s^i \quad (6)$$

ist, tritt Feldionisierung auf ^{5) 6)}. Im Fall der Niederdruckentladungen haben wir es im allgemeinen mit Stromdichten zu tun, bei denen N^+/N von der Größenordnung 10^{-6} bis 10^{-5} ist. Wir können daher bei der Berechnung der Elektronentransportweglänge das Glied $N+Q^+$ gegenüber NQ vernachlässigen. Die Bedingung (6) ist erfüllt, d. h. bei Niederdruckentladungen liegt Feldionisierung vor.

2. Das Gleichungssystem für Feldionisierung und dessen Lösung

Das dem Feldionisierungsmechanismus zugrunde liegende Gleichungssystem und dessen Lösung ist in einer früheren Arbeit ⁴⁾ angegeben. Für Niederdruckentladungen ist dabei als Ionisierungsbedingung die Gleichung

$$dj^+(x) = -j^-(x) \frac{C}{\lambda_s^{\text{ionis.}}} [U(x) - (U_i - U_s)] dx \quad (7)$$

zu verwenden.

Es bedeuten: $j^-(x)$ = Elektronenstromdichte \approx Säulenstromdichte $j_s = \text{const}$; $\lambda_s^{\text{ionis.}} = 1/NQ$ = Ionisationsweglänge; U_i = Ionisierungsspannung des Trägergases; U_s = Elektronentemperatur in der Säule. C ist eine die Ionisationsausbeute betreffende Konstante, die von der Gasart abhängt.

Durch Einführen von U_s in die Ionisierungsbedingung wurde berücksichtigt, daß die Elektronen im Mittel mit der der Elektronentemperatur entsprechenden Energie in den Anodenfall eintreten und darum schon ionisieren können, wenn sie die Spannung $U_i - U_s$ durchlaufen haben. — Diese Beziehung wurde auch von v. Engel benützt.

Im eigentlichen Fallgebiet läßt sich der Spannungsverlauf in folgender Form angeben:

$$x = d_a + \frac{4}{\alpha^2} \left[\frac{1}{3} (\alpha U^{1/2} - C)^{3/2} + C_1 (\alpha U^{1/2} - C)^{1/2} \right] - C_2$$

mit

$$\alpha = 8\pi j_s \sqrt{\frac{2m}{e}} \quad C_1 = 8\pi j_s \sqrt{\frac{2m}{e}} U^{1/2} (d_a) - U'^2 (d_a) \quad (8)$$

$$C_2 = \frac{4}{\alpha^2} \left(\frac{1}{3} U'^3 (d_a) + C_1 U' (d_a) \right).$$

Die Integrationskonstanten ermöglichen die Befriedigung beliebiger Randbedingungen auf der Säulenseite ($x = d_a$). Diese sind durch numerische Be-

handlung eines Übergangsgebiets (s. a. Abschnitt 3) zu gewinnen. Der nach (8) zu berechnende Spannungsverlauf tritt an die Stelle des von v. Engel benützten Spannungsansatzes (2). Die Höhe der Anodenfallspannung wird bei v. Engel nach (4) berechnet, während sie bei uns durch das Verschwinden des Ionenstromes festgelegt wird.

3. Die Ausdehnung des Anodenfallgebietes

Die Abbremsung der Ionen bestimmt die Dicke des Anodenfallgebietes. Nach ihrer Entstehung im Ionisationsgebiet folgen sie zunächst den Feldlinien. Am Ort der ersten Stöße herrscht eine so hohe Feldstärke, daß die Beschleunigung zwischen den einzelnen Stößen in Feldrichtung eine quasi geradlinige Bewegung aufrechterhält. In diesem Bereich ist die Ionendichte ϱ^+ sehr gering, daher überwiegt die negative Ladungsdichte stark. Vom Standpunkt der Elektronenbewegung ist er als „Beschleunigungsgebiet“ zu charakterisieren.

Mit weiterem Abstand von der Anode nimmt die Feldstärke ab. Demzufolge geht die Ionenbewegung mehr und mehr in ungeordnete Bewegung über. Dieses Gebiet bezeichnen wir als Übergangsgebiet. Ausdehnung und Stoßzahl sind im wesentlichen durch Ionenweglängen und Umwegfaktor bestimmt. Die Festsetzung der Grenze zwischen Übergangsgebiet und Beschleunigungsgebiet unterliegt dabei einer gewissen Willkür. Sobald die Ionen thermisch geworden sind, kompensieren sie die negative Raumladung im Fallgebiet: Man bekommt Säulenverhältnisse.

Die Zahl der Ionentransportweglängen, über die sich dieser Mechanismus der Abbremsung erstreckt, wird etwas von der Höhe des Anodenfalls und damit von der Ionisierungsspannung abhängen, und zwar derart, daß mit der Anodenfallspannung auch die Anzahl der im Fallgebiet enthaltenen Ionenweglängen wächst. Wir verzichten auf die Berücksichtigung dieses Effekts und beschreiben die Ausdehnung d des Fallgebietes näherungsweise durch eine bestimmte Zahl von Ionentransportweglängen.

Eine theoretische Bestimmung dieser Zahl ist nur mit erheblichem Aufwand möglich. Wir postulieren, daß die bei unserer Rechnung am Niederstrombogen in Luft mittels einer numerischen Integration des Differentialgleichungssystems gefundene Ausdehnung von $15 \lambda_i^t$ — das sind $4,4 \lambda_e^t$, da $\lambda_e^t = 2,4 \sqrt{2} \lambda_i^t$ — auch für Niederdruckentladungen verwendet werden kann. Wir halten dies für berechtigt, da der Mechanismus der Feldionisierung als solcher unabhängig von den speziellen Entladungseigenschaften ist und die Ionisierungsspannungen der hier zu diskutierenden Trägergase größenordnungsmäßig gleich der der Luft sind.

Eine experimentelle Stütze dieser Überlegungen haben Güntherschulze und Mitarbeiter gefunden. Sie messen die Dicke der Raumladungszone und stellen fest, „daß der größte Teil der Beschleunigung der Elektronen auf etwa vier freien Weglängen liegt“³⁾.

Weiterhin ergibt sich aus unseren Betrachtungen zwanglos das Gesetz $p \cdot d = \text{const}$ (p = Druck, d = Dicke des Anodenfallgebietes $\sim \lambda_i^t \sim \frac{1}{p}$), welches Güntherschulze und Mitarbeiter experimentell fanden³⁾. Diese

Aussage steht im Gegensatz zu den Ergebnissen von A. v. Engel, wonach die Dicke des Fallgebietes druckunabhängig sein müßte, wofür man vielleicht experimentelle Ergebnisse von Aston heranziehen könnte⁹⁾.

4. Die Höhe des Potentialabfalls vor der Anode

Beim Bogen läßt sich die exakt berechnete Spannungsfunktion durch eine Verallgemeinerung der gewöhnlichen Langmuirschen Formel von der Form

$$U(x) = a B j_0^{3/4} (x + c)^{1/4} \quad \text{mit} \quad B = 3 \cdot \sqrt{\frac{3m\pi^2}{2e}} \quad (9)$$

approximieren, wenn man die Konstanten a und c geeignet wählt. Diese Näherung durch eine analytische Funktion ermöglicht eine Integration der Ionisierungsbedingung und damit eine Übersicht über die Stromdichteabhängigkeit der Anodenfallspannung. Die genauen Werte von a und c lassen sich aber nur bestimmen, wenn die exakte Lösung bekannt ist (vgl. ⁶⁾).

Um nun bei den Niederdruckentladungen die etwas umständliche numerische Integration, die zur Berechnung der genauen Lösung notwendig ist, zu umgehen, setzen wir als Annäherung für den Spannungsverlauf die gewöhnliche Langmuirsche Formel

$$U(x) = B j_0^{3/4} x^{1/4} \quad (10)$$

an. Diese stellt ein partikuläres Integral der Differentialgleichung des Beschleunigungs- und Ionisationsgebietes dar, das aber die säulenseitigen Randbedingungen nicht erfüllt. Sie gibt den Spannungsverlauf, der sich einstellen würde, wenn an der Grenze zwischen Säule und Anodenfall die positive Ladungsdichte ρ^+ schlagartig verschwinden würde und die Elektronen in Feldrichtung die Geschwindigkeit null hätten. Der tatsächliche Anstieg der Spannung im Anodenfall verläuft infolge der noch vorhandenen positiven Ionen und der endlichen Geschwindigkeit, mit der die Elektronen in das Fallgebiet eintreten, flacher.

Mit dem Ansatz (10) integrieren wir die Ionisierungsbedingung (7) vom Beginn des Ionisationsgebietes $x = d_a$ bis zum Ende des Anodenfalls. Wir lassen in unserer Darstellung die Spannungsabhängigkeit des Stoßquerschnitts unberücksichtigt, so daß wir einen Mittelwert von $\frac{1}{\lambda_{\text{ionis.}}}$ vor das Integral ziehen können. Das bedeutet unter Umständen eine recht beträchtliche Fehlerquelle. Es muß bei genaueren Rechnungen von Fall zu Fall geprüft werden, ob diese Vereinfachung zulässig ist. Die Integration ergibt als Bestimmungsgleichung für den Anodenfall U_A :

$$j_0 = \frac{j_0^-}{j_0^+} \frac{C}{\lambda_{\text{ionis.}}} \frac{1}{B^{1/4}} \left[\frac{3}{7} [U_A^{1/4} - (U_i - U_0)^{1/4}] - (U_i - U_0) [U_A^{3/4} - (U_i - U_0)^{3/4}] \right] \quad (11)$$

Die Langmuirsche Formel liefert wegen ihres steileren Anstiegs bei festgehaltener Ortskoordinate ein höheres Potential als die richtige Lösung. Dar-

⁹⁾ F. W. Aston, Nature 89, 218 (1912).

um ergibt sich ein zu dünner Anodenfall. Dies hat eine Verringerung der Stoßwahrscheinlichkeit im Ionisationsgebiet zur Folge. Da die Zahl der pro Elektron zu erzeugenden Ionen festliegt, muß die geringere Stoßwahrscheinlichkeit durch eine höhere Spannung ausgeglichen werden. Wir erhalten deshalb mit der Langmuirschen Formel zu hohe Anodenfallspannung und zu dünnes Fallgebiet.

Die Strecke, auf der das erforderliche Potential aufgebaut wird, kann nicht beliebig groß sein. Wie wir im vorigen Abschnitt gesehen haben, beträgt die Ausdehnung des Fallgebietes höchstens $15 \lambda_i^L$. Benutzen wir wieder die Langmuirsche Formel, so gibt uns die Gleichung

$$U_M = B (15 \lambda_i^L)^{3/2} j_s^{1/2} \quad (12)$$

in Abhängigkeit von der Stromdichte diejenige Spannung, die der Feldionisationsmechanismus höchstens aufbauen kann. In Abb. 1 sind $U_A(j_s)$ und $U_M(j_s)$ aufgetragen. Ein Anodenfall kann die ihm gestellten Aufgaben nur

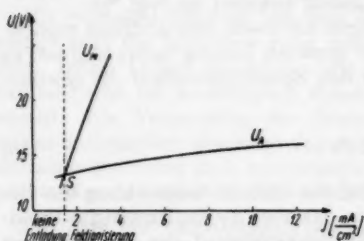


Abb. 1. Schematische Darstellung des Verlaufs von U_A und U_M in Abhängigkeit von der Stromdichte

erfüllen, solange $U_M \geq U_A$ ist, d. h. bei Stromdichten oberhalb des Schnittpunktes S. Daß die 15 Ionentransportweglängen gerade die höchstmögliche Ausdehnung des Anodenfallgebietes geben, läßt sich aus der Erfahrung am Niederstrombogen ableiten. Dort herrscht thermisches Gleichgewicht, so daß die Stromdichte über die Saha-Gleichung eindeutig mit der Temperatur verknüpft ist. Trägt man $U_A(T)$ und $U_M(T)$ auf, so erhält man einen ähnlichen Verlauf wie in Abb. 1. Der Schnittpunkt der

beiden Kurven liegt bei 7000°K . Könnte der Anodenfall dicker als $15 \lambda_i^L$ werden, wären Temperaturen unterhalb 7000°K möglich. Da kein in Luft bei Atmosphärendruck brennender Kohlebogen mit Säulentemperaturen unterhalb 7000°K bekannt ist, schließen wir, daß die dort auftretende Dicke von $15 \lambda_i^L$ die größtmögliche Ausdehnung des Fallgebietes ist (vgl. 6)).

Die radiale Potentialverteilung vor der Anode bewirkt, daß sich die Entladung normalerweise — d. h. insbesondere soweit der Querschnitt der Anode dies zuläßt — auf die niederstmögliche, durch den Schnittpunkt S bestimmte Stromdichte einstellt. Diese Einstellung erfolgt analog zu den Vorgängen, die die Konstanz der anodischen Stromdichte beim Niederstrombogen bewirken⁷⁾. Demzufolge liefert der Schnittpunkt S den Anodenfall der Entladung. Eliminieren wir in (11) $\frac{j_s}{j_s^L}$ mittels (5) und j_s mittels (12), so erhalten wir als Bestimmungsgleichung für U_A :

$$\left(\frac{\lambda_i^{\text{ionis.}}}{15 \lambda_i^L} \right)^2 = \left\{ 2,4 \sqrt{2} \sqrt{\frac{M}{m}} \sqrt{\frac{T_i}{T_e}} C \frac{1}{U_A^2} \right. \\ \left. \left[\frac{3}{7} [U_A' - (U_i - U_d)'] - (U_i - U_d) [U_A' - (U_i - U_d)'] \right] \right\}^2 \quad (13)$$

Reicht der Gesamtstrom nicht aus, um bei der geforderten Stromdichte den vollen Querschnitt des Entladungsgefäßes zu bedecken, so erscheint die Entladung anodenseitig kontrahiert. Wird die Stromdichte durch ein enges Gefäß zwangsläufig hochgehalten, so ist der Anodenfall nicht aus dem Schnitt der Kurven $U_A(j_s)$ und $U_M(j_s)$ zu berechnen, sondern es tritt der nach (11) zu der betreffenden Stromdichte gehörige Anodenfall auf.

5. Das Verhalten des Anodenfalls in Abhängigkeit von den Entladungsbedingungen

Wir wollen nun die Abhängigkeit des Anodenfalls von den die Entladung charakterisierenden Größen Stromdichte, Druck und äußerer Begrenzung betrachten. Es gilt:

a) Aus Gleichung (11) ist abzulesen, daß die Anodenfallspannung U_A mit wachsender Stromdichte j_s zunimmt.

b) Die Druckabhängigkeit ist gekoppelt mit der äußeren Begrenzung.

α) Für den Fall, daß die radiale Ausdehnung der Entladung durch die begrenzende Gefäßwand bestimmt ist, sinkt die Anodenfallspannung mit zunehmendem Druck. Dann gehorcht U_A der Gl. (11) bei konstantem j_s . Bei Zunahme des Drucks verkleinert sich λ_e^{Ionia} und vergrößert sich $\frac{j_s}{j_r}$ gemäß

(5), da die Elektronentemperatur mit zunehmendem Druck sinkt¹⁰⁾ 11). Aus beidem resultiert bei festem j_s eine Abnahme der Spannung mit ansteigendem Druck. Der entgegengesetzte Einfluß der kleiner werdenden Elektronentemperatur im Glied $(U_i - U_e)$ fällt dagegen nicht ins Gewicht.

β) Zweitens diskutieren wir den Fall bei dem die Stromstärke so gering ist, daß die Entladung vor der Anode nicht den ganzen Querschnitt ausfüllt. Jetzt bestimmt (13) den Anodenfall. Eine Druckabhängigkeit kommt nur über die Elektronentemperatur, die explizit und in U_e auftritt, ins Spiel. Der Gang der eckigen Klammer in (13) mit p einerseits und die Druckabhängigkeit von T_e andererseits wirken gegeneinander und kompensieren sich weitgehend. Die Druckabhängigkeit von U_A ist daher weit geringer als im ersten Fall.

Auf die Regel $p \cdot d = \text{const}$ haben wir im Abschnitt 3 bereits hingewiesen.

6. Berechnung einiger Entladungen

a) Niederdruckentladung in Neon mit Quecksilberzusatz (Nölle¹²⁾)

Nölle¹²⁾ hat in Röhren von 34 mm Innendurchmesser und 50–100 cm Länge Anodenfallmessungen durchgeführt. Die Entladungen wurden bei 2 und 3 Torr und Stromstärken von 150 und 400 mA betrieben. Über die Temperatur der Entladung und über die Größe des Quecksilberzusatzes sind keine näheren Angaben vorhanden. Wir nehmen an, daß sich, wie allgemein in technischen Röhren üblich, ein Quecksilbertropfen in der Röhre befand, so daß mit dem zur jeweiligen Temperatur gehörigen Quecksilberdampfdruck zu rechnen ist.

¹⁰⁾ R. Seeliger, Einführung in die Physik der Gasentladungen, Leipzig 1934, S. 337.

¹¹⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck, Elektrische Gasentladungen, Bd. 2, Berlin, Springer 1934, S. 89.

¹²⁾ E. Nölle, Dissertation TU Berlin, 1954.

Die gemessene Anodenfallspannung liegt unter der Ionisierungsspannung des Grundgases Neon. Das ist Ausdruck dafür, daß für die Trägererzeugung in Anbetracht der Ionisierungsspannungen (Hg: 10,43 V, Ne: 21,6 V) im wesentlichen nur Hg-Atome in Frage kommen. Für Ionisierungsspannung, Konstante der differentiellen Ionisierung und Ionenmasse sind daher die Werte des Quecksilbers maßgebend.

Bei der Berechnung der Elektronentemperatur, die nach v. Engel und Steenbeck¹¹⁾ erfolgt, verwenden wir für die Konstanten ebenfalls die Werte des Quecksilbers. Das darin vorkommende Quadrat des Drucks teilen wir in $p \cdot p'$ auf (p = Gesamtdruck der Entladung, p' = Partialdruck des Quecksilbers), was auf Grund der Ableitung dieser Gleichung notwendig ist.

Die Stromstärke ist in allen Fällen so hoch, daß Stromdichte und Anodenfall durch den Einfluß der Gefäßwand bestimmt werden.

Die berechneten Anodenfallspannungen hängen stark vom jeweiligen Quecksilberdampfdruck und damit von der Temperatur ab. Wir rechnen zuerst mit 1,5% Quecksilberanteil. Das bedeutet eine Temperatur von 63°C bei 2 Torr und 69°C bei 3 Torr. Um die Abhängigkeit der berechneten Anodenfallspannung von der Quecksilberbeimischung deutlich zu machen, rechnen wir danach noch mit 2% Quecksilberanteil. Dazu gehören die Temperaturen 67°C bei 2 Torr und 74°C bei 3 Torr. Diese Temperaturen liegen in einem bei derartigen Entladungen durchaus möglichen Bereich.

Unter den von uns gemachten Annahmen folgt die Druckabhängigkeit des Anodenfalls der in Abschnitt 5 b α) erläuterten Regel. Eine Zusammenstellung der gemessenen und berechneten Größen findet sich in Tab. 1. Die Meßwerte sind mit den bei der Rechnung benutzten Daten zwanglos wiederzugeben, wenn auch wegen der Unsicherheit in den Annahmen von einer definitiven Bestätigung der Regel nicht die Rede sein kann.

b) Niederdruckentladung in Argon (Nölle¹²⁾)

Die Entladung in Argon wurde in demselben Gefäß wie die zuvor beschriebene Neonentladung betrieben. Die gemessenen Anodenfälle liegen so weit unter der Ionisierungsspannung des Argons, daß eine Ionisierung der neutralen Atome selbst unter Berücksichtigung der Energie U_a , die die Elek-

Tabelle 1
Gemessene und berechnete Anodenfälle für Entladungen in Neon mit Quecksilberzusatz und in Argon

Gas	Druck [Torr]	Hg- Anteil	Gas- Tem- pera- tur [°C]	Anodenfall [V]				Ionisie- rungs- spannung [V]
				I = 150 mA		I = 400 mA		
				gemessen (Nölle ¹²⁾)	berechnet	gemessen (Nölle ¹²⁾)	berechnet	
Ne + Hg	2	1,5%	63	16,3	16,6	17,6	18,9	Hg: 10,43
	3		69	14,5	15,3	16,8	17,1	
Ne + Hg	2	2,0%	67	16,3	15,7	17,6	17,7	Ne: 21,6
	3		74	14,5	14,5	16,8	16,1	
Ar	2	—	60	13,8	15,7	14,7	16,1	15,76

tronen aus der Säule mitbringen, unmöglich ist. Da aber Ionen gebildet werden, muß dies auf Stufenionisationen über die metastabilen Zustände, zu denen Argon bekanntlich neigt, zurückgeführt werden. Bei unserer Rechnung lassen wir den Einfluß der Metastabilen außer acht. Demzufolge können die rechnerischen Ergebnisse mit den Meßwerten nicht in Einklang kommen. Sie sind in Tab. 1, letzte Zeile, angegeben.

Im vorliegenden Fall wurde eine periodische Schwankung der Höhe des Anodenfalls gemessen. Derartige Schwankungen haben wir beim Niederstrombogen diskutiert⁷⁾. Ihr Auftreten bei Niederdruckentladungen ist analog wie beim Bogen zu erklären. Nur während der maximalen Phase werden im Anodenfall die für die Versorgung der Säule nötigen Ionen erzeugt. Wir haben daher die gemessenen Maximalwerte zum Vergleich mit der Rechnung herangezogen.

c) Entladung in Neon (Güntherschulze¹³⁾)

Die Entladung brannte in einem neongefüllten Rohr von etwa 1,2 m Länge und 8,2 mm Durchmesser. Der Druck variierte zwischen 35 und 0,53 Torr. Dieses Beispiel, bei dem leider keine Messung des Potentialabfalls vor der Anode ausgeführt wurde, macht den Übergang von der freien Einstellung der radialen Ausdehnung bei hohem Druck zur wandbestimmten Entladung bei niederen Drucken deutlich. Güntherschulze fand bei der konstanten Stromstärke von 30 mA eine Ablösung der positiven Säule von der Rohrwand, wenn der Druck $p > 8$ Torr war. Je höher der Druck, desto dünner war die positive Säule. Bei 35 Torr bildete sie schließlich einen hell leuchtenden Faden von etwa 2 mm Radius in der Mitte des Entladungsrohres. Dasselbe Bild ergab sich bei 70 mA Stromstärke.

Wir errechnen für den oben angegebenen Fall einen Radius des Entladungsschlauches von 1,3 mm. Ob eine Kontraktion der Entladung vor der Anode eine Kontraktion der ganzen positiven Säule zur Folge haben kann, erscheint uns zweifelhaft. Plausibler erschiene das Umgekehrte. Es ist aber zumindest auffällig, daß die in der Säule geltenden Gesetze eine Einschnürung bei etwa den gleichen Bedingungen verlangen wie die Theorie des Anodenfalls.

In Tab. 2 sind die gerechneten Anodenfälle einer Neonentladung mit $I = 70$ mA für verschiedene Drücke angegeben. Bei der ersten Spalte wurde

Tabelle 2

Berechnete Anodenfallspannungen in Neon für wandbestimmte und freibrennende Entladungen bei 70 mA Stromstärke und variablem Druck

Druck [Torr]	frei brennende Entladungen (Entladungsdurchmesser < Rohrdurchmesser)		wandbestimmte Entladungen (Entladungsdurchmesser = Rohrdurchmesser = 8,2 mm)	
	Stromdichte [mA cm ²]	Anodenfall [V]	Stromdichte [mA cm ²]	Anodenfall [V]
35	600	23,6	—	—
16,6	149	23,5	—	—
5,60	18	23,4	133	26,9
2,43	4,5	22,9	133	31,6

¹³⁾ A. Güntherschulze, Z. Physik 41, 718 (1927).

angenommen, daß eine frei brennende Entladung vorliegt. Bei der zweiten Spalte ist eine Begrenzung durch das bei Güntherschulze benutzte Rohr zugrunde gelegt. Wir finden bei freibrennenden Entladungen einen geringen Anstieg der Anodenfallspannung mit dem Druck (Fall 5 b β). Bei wandbestimmten Entladungen ergibt sich die unter 5 b α) gefolgerte Abnahme mit zunehmendem Druck.

7. Zusammenfassung

Parallel zu unseren früheren Arbeiten über den Anodenfall von Lichtbögen geht die hier vorgelegte Arbeit von der positiven Säule aus. Der Anodenfall hat die Aufgabe, die für den Stromtransport in der Säule benötigten Ionen zu erzeugen und die im Ionisierungsgebiet gerichtete Bewegung in ungeordnete Säulenbewegung überzuführen. Damit ist ein direkter Zusammenhang zwischen dem Anodenfall und den anderen Entladungsteilen hergestellt. In diesem Punkt unterscheidet sich unser Ansatz von dem von v. Engel.

Die numerische Integration des vollständigen Gleichungssystems haben wir nicht durchgeführt, sondern statt dessen eine Näherungsfunktion für die Potentialausbildung benutzt, die eine analytische Behandlung des Problems gestattet. Das ermöglichte uns, Gesetzmäßigkeiten für die Stromdichte- und die Druckabhängigkeit des Anodenfalls aufzustellen. Bei einer durch die Wand begrenzten Entladung stimmen unsere Ergebnisse qualitativ mit denen von v. Engel überein, nicht dagegen bei Entladungen, die sich von der Wand gelöst haben. Weiter finden wir eine Ausdehnung des Fallgebiets proportional zur freien Weglänge der Ionen, während nach v. Engel die Dicke des Anodenfalls unabhängig vom Druck sein sollte.

Infolge der Annäherung des Spannungsverlaufs durch die Langmuirsche Formel enthält unsere Theorie eine gewisse Unsicherheit. Es schien uns darum auch nicht sinnvoll, die Rechnung durch eine Berücksichtigung der Energieabhängigkeit der Wirkungsquerschnitte zu belasten, was natürlich eine weitere Fehlerquelle bedeutet. Daher dürfen wir nicht quantitativ unbedingt richtige Ergebnisse erwarten. Falls man auf solche Wert legt, läßt sich eine numerische Integration analog der für den Bogen nicht umgehen.

Stuttgart, Institut für Theoretische und Angewandte Physik der Technischen Hochschule, Abteilung Reaktorphysik.

Bei der Redaktion eingegangen am 14. September 1956.

Die axiale Temperaturverteilung im Inneren der Anode des Kohlebogens und das Wärmeleitvermögen von Graphit bei hohen Temperaturen

Von Joachim Euler

Mit 16 Abbildungen

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstage gewidmet

Inhaltsübersicht

Bei der Untersuchung des Graphitbogens fällt bei manchen Kohlesorten der stark unregelmäßig leuchtende positive Krater ins Auge. Diese als „Granulation“ bezeichnete Erscheinung hat ihre Ursache in Höhenunterschieden auf der Kohlefläche. Sie hängt eng mit der Korngröße des verwendeten Kohlematerials zusammen. Neben dieser Granulation zeigen sich größere dunkle Flecken, die durch zufällig vorhandene Lunker hervorgerufen werden. Mißt man die Strahldichte in diesen Löchern, so kann man die Temperaturverteilung im Innern der Anode ermitteln. Kennt man den Wärmestrom, so läßt sich auch das Wärmeleitvermögen ermitteln.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, Temperaturmessungen in diesen Vertiefungen der positiven Elektrode durchzuführen und Aussagen über die Wärmeleitfähigkeit des Materials zu gewinnen.

A. Strahldichte als Funktion des Bogenstromes

Nimmt man die Strahldichte E des positiven Kraters als Funktion des Bogenstromes J auf, so kann man Unterschiede zwischen graphitierten und nicht-graphitierten Kohlen feststellen (Abb. 1). Die Graphite haben ein ausgesprochenes Konstanzgebiet, die nichtgraphitierten Kohlen zeigen in diesem Stromgebiet noch einen starken Anstieg und liegen absolut gesehen niedriger als die graphitierten Stifte. Kennt man die Kraterfläche und die Abhängigkeit der Strahldichte vom Bogenstrom, so kann man über die Stromdichte i_{Loch} in großen, dunklen Lunkern Aussage machen. Wir

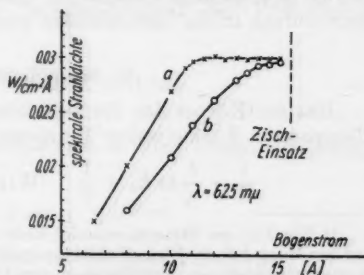


Abb. 1. Strahldichte von a graphitierten und b nichtgraphitierten Kohlen als Funktion des Bogenstromes bei 625 mμ

nähern dazu die Strahldichte-Stromdichtekurve als Gerade an:

$$E = E_0 + A(i - i_0) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{für nichtgraphitierte Kohlen bis 90\% des} \\ \text{Zischstromes.} \end{array} \right.$$

Darin ist statt der Stromstärke gleich die Stromdichte geschrieben; da mit konstanten Kraterdurchmessern gearbeitet wird, ist das zulässig¹⁾.

Tritt eine Zusammendrängung des Stromes auf einem Teil der Kraterfläche ein, so wird in diesem Teil die Strahldichte auf E' ansteigen. Das kann beispielsweise durch einen Lunker, in den weniger Strom mündet, hervorgerufen werden. Ist f die Fläche des Lunkers, F die Restfläche, $F + f$ also die gesamte Kraterfläche, so ist

$$J = i_{\text{Rest}} \cdot F + i_{\text{Loch}} \cdot f.$$

Damit erhält man für i_{Loch} sofort

$$i_{\text{Loch}} = \frac{F}{f} \left(\frac{J}{F} - \frac{E' - E}{A} - \frac{J}{F + f} \right).$$

Die Flächen können photographisch an einer Projektion des Kraters ermittelt werden. Durch geeignete Hilfsmaßnahmen kann dabei gleichzeitig die Schwärzungsskala mit photographiert werden, so daß auch die Strahldichten bekannt sind. Weil die kleine Differenz $E' - E$ eingeht, können nur große Lunker beobachtet werden. An einer Homogenkohle mit 6 mm Dmr. ergab sich z. B. $J = 6,5 \text{ A}$, $E' = 141 \pm 3$ (rel. Einh.), $E = 121 \pm 3$ (rel. Einh.), $F = 11,1 \text{ mm}^2$, $f = 2,60 \text{ mm}^2$, $A = 192$ (rel. Einh./A/mm²). Daraus folgt $i_{\text{Loch}} = 0,034 \pm 0,128 \text{ A/mm}^2$. Der hohe Fehler rührt von der kleinen Differenz her. Nimmt man tatsächlich den höchsten Wert von 0,162 als reell an, so ist die ursprüngliche Stromdichte von 0,475 A/mm² auf rund ein Drittel abgefallen. Tatsächlich haben wir in etwa zehn Fällen derartig niedrige Stromdichten in den Löchern ermitteln können. Gleichzeitig mit der Aufnahme wurde der Bogen gelöscht und die Lochtiefe mit dem Mikroskop gemessen. Dabei zeigt sich, daß bereits Löcher von nur $\frac{3}{100}$ mm Tiefe bei einer Weite von 1,5 bis 2 mm, also sehr flache Vertiefungen, weniger als ein Drittel der Bogenstromdichte führen. In engen Löchern dürfte die Stromdichte noch wesentlich stärker herabgesetzt sein. Man darf annehmen, daß die hohe Feldstärke im Anodenfall die physikalische Ursache für dieses Verhalten bildet. Die geringe Strom-einmündung in die Lunkerstellen wird weiter unten wichtig.

B. Strahldichte in Vertiefungen

Hat ein Körper das Emissionsvermögen E_λ , so kann aus der schwarzen Temperatur S seine wahre Temperatur W ermittelt werden nach

$$\frac{1}{W} = \frac{\lambda}{c_2} \ln E_\lambda + \frac{1}{S} \quad (\text{Wiensche Formel angewendet}),$$

¹⁾ Ein Teil des Stromes mündet nicht auf der Stirnfläche der Anode, sondern greift auf den Mantel über. Deshalb darf man nicht mit konstanter Stromdichte rechnen, sobald Krater verschiedenen Verhältnisses von Umfang zu Fläche vermessen werden. Hier ist dagegen mit Kratern gleicher Form und annähernd gleicher Fläche gearbeitet worden. Vgl. dazu auch²⁾ und die Angaben auf Seiten 355 u. 356.

²⁾ K. H. Höcker, W. Bez, Z. Naturforschg. 10a, 714–717 (1955).

worin λ die Wellenlänge und $c_2 = 1,438$ cm Grad die Konstante der Planckschen Strahlungsformel ist. Das gilt nur für die Oberfläche, in Vertiefungen hat man ein höheres Emissionsvermögen anzusetzen, das von der Form der Vertiefung und dem Emissionsvermögen an der Oberfläche abhängt. Für zylindrische Bohrungen in isothermen Körpern ist dieses Emissionsvermögen insbesondere von Buckley³⁾ genau berechnet worden⁴⁾.

In unserem Fall ist das Problem insofern komplizierter, als hier der Körper nicht isotherm ist. Die wahre Temperatur des Lochbodens kann mehrere hundert Grad unter der wahren Temperatur des Lochrandes liegen. Man kann zu einer rohen Abschätzung kommen, wenn man einerseits die Formeln von Buckley zugrunde legt oder andererseits in der Vertiefung ohne jede Korrektur mit dem Emissionsvermögen der Oberfläche rechnet. Beide so ermittelte wahre Temperaturen liegen aber zu hoch; ein Überschlag zeigt, daß Fälschungen bis zu 100° auftreten können. Es ist daher nötig, die Strahlung des Lochbodens exakt zu berechnen⁵⁾.

Wir machen dabei die Voraussetzung, daß die Strahldichte in Richtung der Achse des zylinderförmigen Loches exponentiell absinkt. Ist l die gesamte Tiefe, x die Koordinate in Achsenrichtung, ε das Emissionsvermögen, so erhält man

$$E(x) = \varepsilon \cdot e^{(x-l)A},$$

worin $A = f \left(1 - \frac{c_2}{\lambda T} \frac{1}{x-l} \right)$ bedeutet. f gibt die Möglichkeit, die Exponentialfunktion an eine gegebene Temperaturdifferenz zwischen Lochboden und Rand anzupassen. Die vom Lochende bei Berücksichtigung aller Reflexionen ausgehende Strahlung, aber ohne daß eine Aufheizung berücksichtigt wird, erhält man aus der Integralgleichung

$$E(x_1) = \varepsilon \cdot \exp \left[(x_1 - l) A + \frac{1 - \varepsilon}{2} \left\{ \int_0^{x_1} E(x) \exp [x - x_1] dx + \int_{x_1}^l E(x) \exp [x_1 - x] dx + \frac{1 - \varepsilon}{2} E_0 \exp [x_1 - l] \right\} \right].$$

Darin ist x_1 ein willkürlich herausgegriffener Punkt, $E(x_1)$ die zugehörige Strahldichte und E_0 die Strahldichte am Lochboden. Weiter sind alle Strahldichten so normiert, daß ohne Berücksichtigung der Reflexionen E_0 zahlenmäßig $= \varepsilon$ wird.

$$E_0 = \varepsilon + (1 - \varepsilon) \int_0^l E(x) \exp [x - l] \cdot dx.$$

Durch Vereinigen beider Gleichungen kommt man zu einer Integralgleichung, die über den Ansatz

$$E(x) = A_0 e^{(x-l)A} + A e^{\alpha x} + B e^{\beta(l-x)}$$

³⁾ H. Buckley, Philos. Mag. 4, 753 (1927); 6, 447 (1928); 17, 576 (1934).

⁴⁾ Ähnliche Formeln finden auch in der Lichttechnik zur Berechnung der Lichtverteilung in Lichtschächten Anwendung⁶⁾.

⁵⁾ Die im folgenden wiedergegebene Rechnung verdanke ich Herrn Dr. O. Weber.

⁶⁾ z. B. P. Moon u. W. T. White, JOSA 31, 301 (1941); JOSA 31, 308 (1941).

lösbar ist. Man erhält für A_0 , A und B durch Faktorenvergleich

$$A_0 = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon}; \alpha = \beta = -\sqrt{\varepsilon},$$

$$1 - \frac{1}{1 - \Lambda^2}$$

$$A = \frac{R \cdot A_0}{L} \cdot \frac{M e^{\Lambda^2} [P + R Q (1 - e^{-\Lambda^2})] - Q e^{-\sqrt{\varepsilon} \Lambda} [\Lambda + 1 + \varepsilon L + R M (1 - e^{\Lambda^2})]}{R^2 - Q^2 + e^{-2\Lambda \sqrt{\varepsilon}} (Q^2 + R^2)},$$

$$B = \frac{R A_0}{L} \cdot \frac{M e^{-\Lambda^2} [P R (e^{-\sqrt{\varepsilon} \Lambda} - e^{-\Lambda^2}) - Q e^{\sqrt{\varepsilon} \Lambda}] - P [N + \varepsilon L + R M (1 - e^{\Lambda^2})]}{R^2 - P^2 + e^{-2\Lambda \sqrt{\varepsilon}} (Q^2 - R^2)}.$$

Darin sind

$$L = \Lambda^2 - 1, \quad M = \Lambda - 1, \quad N = \Lambda + 1,$$

$$|P = 1 + \sqrt{\varepsilon}, \quad Q = 1 - \sqrt{\varepsilon}, \quad R = 1 - \varepsilon.$$

Damit erhält man

$$E_0 = \varepsilon + R \left[\frac{A_0}{N} (1 - e^{-\Lambda^2}) + \frac{A}{Q} (e^{-\Lambda \sqrt{\varepsilon}} - e^{-\Lambda^2}) + \frac{B}{P} (1 - e^{-\Lambda^2}) \right].$$

Aus älteren Arbeiten ist bekannt, daß das Emissionsvermögen zwischen 3000 und 4000° K nur wenig von der Temperatur abhängt. Wir setzen deshalb

$\varepsilon(T) = \text{const} = 0,76$ an. Weiter wird der Lochrand konstant zu 4000° angenommen. Dann erhält man für verschiedene wahre Lochbodentemperaturen W scheinbare schwarze Temperaturen des Lochbodens, wie Abb. 2 angibt. Aufgetragen ist die Differenz $\Delta T = S - W$ als Funktion des Verhältnisses $\frac{l}{r}$ zwischen Lochtiefe und Lochradius.

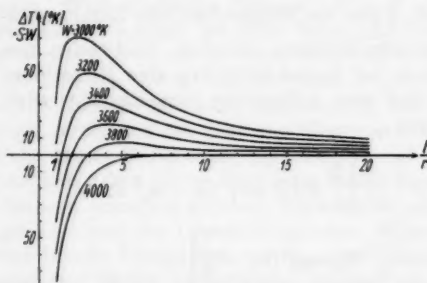


Abb. 2. Differenz $S - W$ von schwarzer und wahrer Lochbodentemperatur als Funktion des Verhältnisses l/r zwischen Lochtiefe und Radius; Wellenlänge 6500 Å

C. Photometrische Meßmethode*)

Wir können also aus der gemessenen Strahlendichte am Lochboden die wahre Temperatur ermitteln. Die Strahlendichte wird photographisch gemessen. Dazu bilden wir den Krater mit einem Fernrohrachromaten 1:10 von etwa 20 cm Brennweite etwa 35mal linear vergrößert auf einem weißen Schirm ab und photographieren dieses Zwischenbild mit einer Federwerkskamera auf Kleinbildfilm. Der Fernrohrachromat löst noch etwa 6 μ auf, sein Bildfeld ist ausreichend groß, um den Krater von 3 bis 4 mm Durchmesser rand-scharf abzubilden. Der Schirm für die Zwischenabbildung darf einerseits nicht zu grobkörnig sein, weil er noch Details von 0,2 mm wiedergeben muß, anderer-

*) Die Technik der Kraterbildphotographie ist eingehend in der Photograph. Korrespondenz 89, 10 (1953) beschrieben. Die dort angegebenen Werte für das Wärmeleitvermögen sind durch verbesserte Meßmethodik und genaue Festlegung des Anodenfalls inzwischen überholt.

seits darf er nicht zu feinkörnig sein, weil er genügend stark streuen muß, um das ganze Bildfeld gleichmäßig auszuleuchten.

Der geforderte größte Streuwinkel hält sich bei 39° . Nach ausgiebigem Probieren wurde rauher, weißer Zeichenkarton als Schirm verwendet. Die Tiefenschärfe dieser vergrößerten Abbildung ist sehr klein. Bei einer Brennweite von 20 cm und einem Öffnungsverhältnis 1:10 ist hier das gesamte Schärfegebiet 0,12 mm tief. So genau regulieren auch die besten Regellampen nur in Sonderfällen. Man muß daher von Hand nachregeln. Der Schirm ist von der Lampe über 7 m entfernt, so daß man zum Scharfstellen des Schirmbildes ein Fernrohr benutzt. Die Kamera selbst wird elektrisch fernausgelöst (Abb. 3). Die Belichtungszeit hält sich bei $17/10^\circ$ Din und Blende 1:4 an der

Kamera bei etwa $1/35$ bis $1/50$ sec. Die Kamera steht parallel zum Schirm in etwa 25 cm Abstand, der Schirm selbst steht etwa 5 bis 10° gegen die Projektionsnormale geneigt. Um das gesamte Schirmbild scharf zu bekommen, wird auch der Bogenkrater gegen die Projektionsrichtung geneigt. Der verlängerte Auszug an der Kamera — sie erlaubt normal nur minimal 50 cm Abstand — wird durch einen Zwischenring von rund 5 mm Dicke erzielt. Als Aufnahmeobjektive dienten ein Xenon $1:1,9f = 40$ mm und später ein Tessar $1:3,5f = 37,5$ mm, beide auf 1:4 abgeblendet. Beide Objektive waren vergütet⁷⁾.

Die Gesamtvergrößerung vom Krater zum Bild auf dem Film war etwa 7- bis 8fach. Das Auflösungsvermögen von Film und Optik an der Kamera muß sich also, wenn auf dem Krater 6μ aufgelöst werden sollen, bei 42 bis 48 μ halten. Bei Entwicklung mit z. B. Final ist mit $17/10^\circ$ DIN-Film diese Grenze einzuhalten. Das Auflösungsvermögen der Kameraobjektive hält sich nach unseren Messungen bei etwa 40μ , wenn sie auf 1:4 abgeblendet werden. Damit ist also die Größenbestimmung der Löcher sichergestellt.

Da das Ausmessen der Lochtiefe mit dem Mikroskop das Löschen des Bogens unmittelbar nach jeder Aufnahme erforderte, wurde der größte Teil der Aufnahmen im Stereo-Verfahren gemacht. Dazu wurde der gesamte Strahlengang verdoppelt, wie Abb. 4 zeigt. Als zweite Kamera wurde eine Foca Universal verwendet. Als Objektive fanden an beiden Kameras Skopare $1:3,5f = 5$ cm Verwendung, die auf 1:4 abgeblendet waren. Der Stereowinkel zwischen beiden war 45° . Die Auswertung erfolgte auf einem Stereo-

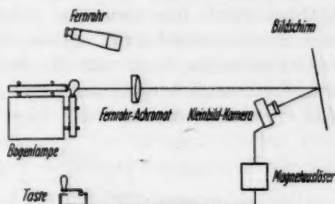


Abb. 3. Aufnahmeapparatur für Kraterbilder

⁷⁾ Wegen der geringen Tiefenschärfe muß von Hand nachgeregelt werden. Das verlangt visuelle Betrachtung des Schirmbildes. Aus diesem Grunde ist es nicht möglich, statt des Schirmes eine Feldlinse zu verwenden. Der Strahlengang enthält so insgesamt 8 bis 10 Glas-Luftflächen und einen Bildschirm. Die Gefahr von Kontrastminderungen durch katadioptrische Nebenbilder ist also nicht von der Hand zu weisen. Aus diesem Grunde haben wir in einigen Fällen mit einer Cine-Exakta, die eine exakte Scharfstellung erlaubt, bei unmittelbarer, also einstufiger Vergrößerung gearbeitet. Das Verfahren erschwert aber das Scharfstellen recht wesentlich, so daß es nur in wenigen Fällen verwendet wurde. Der Vergleich beider Verfahren zeigt, daß wesentliche Verfälschungen durch Kontrastminderung nicht eintreten.

Komparator entweder direkt auf dem Film oder an 10fach nachvergrößerten Diapositiven. Für die teilweise bis zu $500\ \mu$ tiefen Löcher wurden die Objektive I (Abb. 4) entsprechend abgeblendet. Das Auflösungsvermögen läßt dabei naturgemäß stark nach, bei 1:60 (Tiefenschärfe $480\ \mu$) ist es noch etwa $40\ \mu$. Die Meßgenauigkeit der Stereoapparatur für die Tiefe wird aber erfahrungsgemäß durch die Auflösungsgrenze nicht eindeutig bestimmt. Diese Grenze würde hier zwischen $\pm 0,01$ und $0,04\ \text{mm}$ liegen, je nach der Blende der Fernrohrobjektive. Tatsächlich kann man aber etwa einen Faktor 4 besser arbeiten, ohne daß die Reproduzierbarkeit verloren geht. Man kann also die Lochtiefe auch im ungünstigsten Fall auf $\pm 0,01\ \text{mm}$ genau angeben. Als Objektive fanden auch hier die Fernrohrachromaten Verwendung, die

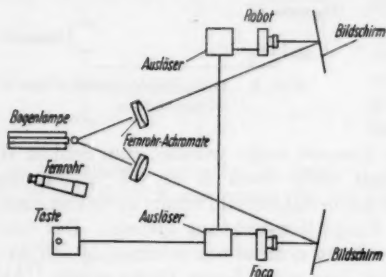


Abb. 4. Die Stereoapparatur

dienen vor dem Objektiv I (Abb. 3) angebrachte, unter 5° geneigte Glasplatten bekannten Brechungsindex. Die Reflexionsvermögen an jeder Grenzfläche sind aus den Fresnelschen Formeln bekannt. Man erhält also ohne Glasplatte die 100 %-Marke, mit einer Platte eine Marke bei etwa 91 % und zwei Platten eine Marke bei 82 % usw. Das Objektiv an der Kamera wird unter verhältnismäßig großen Winkeln benutzt. Wegen des \cos^4 -Gesetzes und der zusätzlichen Vignettierungen ist die Beleuchtungsstärke auf dem Film nach außen hin wesentlich kleiner. Man darf also beim Photometrieren stets nur Stellen vergleichen, die auf Meßbild und Schwärzungsmarkenbildern gleich liegen.

Die Meßgenauigkeit der photographischen Photometrie läßt sich zu etwa $\pm 10\%$ veranschlagen. Man ist bei dem hier verwendeten Verfahren allerdings noch auf den Verschuß angewiesen; stimmen die Belichtungszeiten nicht, so stimmen auch die ermittelten Werte für die Strahldichte nicht. Man hat indessen in der Schwärzung der nicht durch Löcher gestörten Kraterfläche stets einen Kontrollpunkt und kann Aufnahmen, bei denen die Kraterfläche nicht den normalen Leuchtdichtewert ergibt, sofort ausscheiden.

Zur Umrechnung der Leuchtdichtewerte in Temperaturen ist die wirksame Wellenlänge erforderlich. Um sie zu erhalten, muß man nicht nur die Energieverteilung des Strahlers, sondern auch die spektrale Empfindlichkeit des Negativmaterials kennen. Da aus äußeren Gründen mit Film verschiedener Herkunft und verschiedener Emulsionsnummer gearbeitet werden mußte, hätte von jedem Film die Empfindlichkeitsverteilung gemessen werden müssen. Daher kam ein einfacheres und wahrscheinlich genaueres Verfahren

paraxial benutzt wurden. Die Schirme müssen infolgedessen etwas schief gestellt werden, die Schiefstellung kann für den Stereokomparator rechnerisch ausgeglichen werden.

Die quantitative Photometrie beruht auch hier auf dem Vergleich mit bekannten Schwärzungen. Um die Schwärzungsmarken zu erhalten, werden am Anfang und Ende jeden Filmes Aufnahmen des Normalbogens nach McPherson gemacht, der meßbar geschwächt wird. Dazu

zur Anwendung. In den Homogenkohlen stehen Krater variabler Temperatur zur Verfügung, die mit einem guten Pyrometer bei einer Wellenlänge auf etwa $\pm 5^\circ$ an den Graphitkrater angeschlossen werden können. Man nimmt nun eine Reihe von verschieden temperierten Homogenkohlekratern mit dem betreffenden Material auf und weiter den verschieden stark geschwächten (s. oben) Graphitkrater. Die spektralen Emissionsvermögen von Graphit und Homogenkohle⁸⁾ sind hinreichend genau bekannt und unterscheiden sich in ihrem Gang von der Wellenlänge nur wenig. Wir erhalten dann eine Reihe von Schwärzungsmarken, die den wahren Kratertemperaturen der Homogenkohle zugeordnet sind. Werten wir nun unbekannte Schwärzungen mit dieser Schwärzungsskala aus, so erhalten wir die wahre Temperatur T_H , bei der die Homogenkohle die gleiche Schwärzung hervorrufen würde. Die untersuchte Kohle hat aber ein etwas anderes Emissionsvermögen E als die Homogenkohle (E_H). Das Verhältnis $\frac{E}{E_H}$ kann man im allgemeinen als wellenlängenunabhängig und nahezu = 1 ansehen. Die wahre, zu ermittelnde Temperatur der untersuchten Kraterstelle weicht also nur wenig von T_H ab. Ist $\Pi(T_H)$ die Plancksche Isotherme der Homogenkohle bei der jeweiligen Temperatur, so ist

$$[\Pi(T_H) \cdot E_H = \Pi(T) \cdot E]_{\lambda}.$$

Darin ist T die gesuchte Temperatur der untersuchten Kohle. Da die Korrektur nur klein ist, genügt es, bei einer roh abgeschätzten Schwerpunktswellenlänge zu rechnen. Benutzt man außerdem die Wiensche Näherung, so erhält man in bekannter Weise

$$\frac{1}{T} = \frac{\lambda}{c_2} \ln \frac{E}{E_H} + \frac{1}{T_H}.$$

Grundsätzlich wäre die Temperaturermittlung auf diese Weise möglich gewesen. Die Handhabung der Homogenkohlebögen ist jedoch verhältnismäßig umständlich und die Temperaturmessung mit dem Pyrometer verhältnismäßig zeitraubend. Deshalb sind die mit dem gut reproduzierbaren Graphitbogen bei bekannter Schwächung erhaltenen Schwärzungsmarken an die Homogenkohlemarken angeschlossen worden und bei der Messung ausschließlich verwendet worden. Durch Vergleich beider Schwärzungsmarkenserien kann man jeder Graphitkratermarke eine fiktive Temperatur zuordnen, auf die alle Photometrierungen bezogen werden können. Diese Temperaturmarken können unmittelbar in wahrer Temperatur der gesuchten Kohle angegeben werden.

Für den Temperaturmeßfehler gilt mit der Planckschen Formel

$$\frac{dT}{T} = -\frac{\lambda T}{c_2} \left(1 - e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}\right) \cdot \frac{dE}{E}.$$

Daraus erhält man eine Temperaturgenauigkeit, wie sie in Tab. 1 angegeben ist.

Diese Fehler sind verhältnismäßig groß, beziehen sich jedoch auf die absolute Höhe der Temperatur. Der Vergleich zwischen Lochboden- und Loch-

Tabelle 1

Wellenlänge m μ	$\frac{dT}{T}$ in $^\circ$ K für $\frac{dE}{E} = \pm 10\%$	
	$T = 3000^\circ$ K	$T = 4000^\circ$ K
400	25	44
500	31	55
600	38	67

⁸⁾ J. Euler, Ann. Physik (6) 11, 203–224 (1953); 14, 173 (1954).

randtemperatur ist im allgemeinen auf etwa $\pm 25^\circ$ vorzunehmen. Zum Ausphotometrieren der Aufnahmen diente ein Seibert-Mikroskop mit etwa 30facher Vergrößerung mit einem Pyrometerokular. Der Pyrometerstrom wurde mit einem Siemens-Strommesser der Klasse 0,2 gemessen.

D. Störungen des axialen Wärmestromes durch die Vertiefungen

Wenn die wahre Lochbodentemperatur auch genau bekannt ist, so ist damit die Temperatur „im Inneren der Kohle“ nur dann gegeben, wenn das Temperaturfeld durch das Loch nicht oder nur unwesentlich gestört wird. Es genügt, hier die Hauptanteile zu betrachten, den Wärmeaustausch des Lochbodens durch Leitung mit der dahinter liegenden Kohle und die Strahlungswechselwirkung des Bodens mit der Lochwandung und der kalten Umgebung. Wir betrachten den ungünstigsten, im Laufe der Messungen eingetretenen Fall. Er war zu verzeichnen bei einem Loch von $l = 0,48$ mm Tiefe bei einem Radius von rund $\frac{d}{2} = 0,1$ mm, Lochbodentemperatur (bereits korrigiert) 3450° K, Lochrandtemperatur 4000° K. Für die Wärmeleitung erhalten wir mit einem Temperaturgradienten — aus unseren weiter hinten beschriebenen Messungen — von $\frac{dT}{dx} = 4400 \frac{^\circ\text{K}}{\text{cm}}$ und einem Wärmeleitvermögen von $0,14$ W/Grad cm eine Wärmestromdichte $q_L = \varrho \cdot \frac{dT}{dx} = 620 \frac{\text{W}}{\text{cm}^2}$.

Der Lochboden gibt an die kalte Umgebung durch Strahlung $q_{S_1} = \sigma \bar{E} T^4 = 5,67 \cdot 10^{-12} \cdot 0,75 \cdot 135 \cdot 10^{12} = 575 \frac{\text{W}}{\text{cm}^2}$ ab. Das bezieht sich aber auf den gesamten Raumwinkel, hier interessiert nur der durch den Lochmund austretende Teil. Bei $0,48$ mm Tiefe und $0,1$ mm Radius ist der Raumwinkel rund $0,136$, so daß also die Abstrahlung rund $24,9 \frac{\text{W}}{\text{cm}^2}$ ist. Durch die heißeren Lochwände wird eingestrahlt, wir kommen zu einer Abschätzung, wenn wir (Abb. 5) von der Lambertischen Gleichung ausgehen:

$$q_{S_1} = \frac{\sigma \bar{E}}{\pi} (T_1^4 - T_2^4) \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{r^2} df_1 df_2.$$

Darin sind σ die schon oben benutzten Stefan-Boltzmannsche Konstante und \bar{E} das Gesamtemissionsvermögen, T_1 ist die Wandtemperatur, T_2 die Bodentemperatur, r die Verbindungslinie der Flächenelemente und $\varphi_{1,2}$ sind die Winkel zwischen Flächennormale und Verbindungslinie. Für unseren

Zweck betrachten wir nur ein Flächenelement auf der Mitte des Lochbodens und nehmen an, daß die Wandtemperatur linear mit der Höhe anwächst. x sei die Koordinate in Achsenrichtung am Lochboden $x = 0$ und nach außen positiv. Dann ist zunächst

$$T_1 = T_2 + \frac{\Delta T}{l} \cdot x,$$

worin l die Lochtiefe und ΔT die Temperaturdifferenz zwischen Boden und Rand ist. Weiter ist jedes Flächenelement ein Ring $df = \pi \cdot d \cdot dx$.

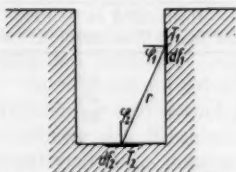


Abb. 5. Zur Strahlung aus dem Lochboden. Erklärung im Text

Für die gesamte Strahlung ist dann maßgebend:

$$q_{s_1} = \sigma \bar{E} d \int_0^{\frac{d}{2} \cdot x} \frac{(T_1^4 - T_2^4)}{\left[\left(\frac{d}{2}\right)^2 + x^2\right]^{\frac{3}{2}}} dx.$$

In unserem Fall ist $\frac{d}{2} = 1$, wenn wir stets in $\frac{1}{10}$ mm rechnen, wir erhalten dann

$$q_{s_1} = 2 \sigma \bar{E} \int_0^1 \frac{1}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} [Ax^2 + Bx^3 + Cx^4 + Dx^5] dx,$$

worin A bis D die Binominalkoeffizienten

$$A = 4 \frac{\Delta T}{l} T_2^3; \quad B = 6 \frac{(\Delta T)^2}{l^2} T_2^2; \quad C = 4 \frac{(\Delta T)^3}{l^3} T_2; \quad D = \frac{(\Delta T)^4}{l^4}$$

sind. Das Integral ergibt rund 110 Watt/cm². Der von den Wänden eingestrahlte Anteil überwiegt also um 110–25 = 85 Watt/cm². Das sind rund 13 % des Wärmeleitungsanteils. Über die obere Grenze der Meßfehler kann man sich an Hand einer einfachen Modellvorstellung Rechenschaft geben. Man nimmt an, daß die auftretende Störung nach $\frac{1}{2}$ mm nach innen zu abgeklungen ist und daß die eingestrahelte Energie restlos axial abströmt. Man darf für diese $\frac{1}{2}$ mm starke Schicht eine mittlere Temperatur von 3300° K und (nach den weiter unten niedergelegten Ergebnissen) ein mittleres Wärmeleitvermögen von 0,2 W/Grad cm annehmen. Die fälschende Temperaturerhöhung ΔT berechnet sich dann zu

$$\Delta T = q_L \frac{l}{\varrho} = 85 \cdot \frac{0,05}{0,2} = \text{rd. } 20^\circ.$$

Tatsächlich dürfte sie noch kleiner sein, da die radiale Wärmeableitung im Inneren der Kohle vernachlässigt ist, die in dieser Entfernung von der Stirnfläche bereits einsetzen dürfte. Die Fälschung liegt wahrscheinlich unter 10° K und damit wesentlich unter der Meßgenauigkeit von 25° K. Neben den beiden Hauptanteilen können noch die restliche Stromeinmündung (erhöhend) und die Abfuhr durch Konvektion bzw. Leitung im Anodenfallgebiet der Gasentladung (erniedrigend) mitspielen. Beide Anteile sind in engen Löchern sicher klein. (S. a. S. 357.) Sie lassen sich quantitativ nur schlecht fassen und sollen hier nicht behandelt werden.

E. Energiebilanz des positiven Kraters

Wir dürfen also die Verteilung der Lochbodentemperaturen über die Lochtiefe als die axiale Temperaturverteilung in der Anode ansehen. Abb. 6 zeigt zunächst für eine Belastung von 8 A die erhaltene Abhängigkeit. Die Meßpunkte sind als Rechtecke eingetragen, deren Ausdehnungen den Meßfehlern entsprechen. Dabei ist der Temperaturmeßfehler mit $\pm 25^\circ$ angesetzt, weil die Temperatur von 4000° K für die Stirnfläche der Kohle hier noch willkürlich angesetzt ist und an diese Temperatur alle Werte lediglich angeschlossen sind. Der Temperaturabfall innerhalb der Kohle erfolgt also außerordentlich steil. 0,5 mm hinter der Stirnfläche ist die Temperatur bereits um mehr als 500° abgesunken. Weiter lehrt die Betrachtung der Kurve, daß bei etwa 3700° K ein Knick vorhanden ist, dessen Bedeutung zunächst nicht klar

ist, der aber in allen gemessenen Kurven mehr oder weniger ausgeprägt und stets bei der gleichen Temperatur auftritt.

Um aus dieser Temperaturverteilung das Wärmeleitvermögen zu erhalten, muß der axiale Wärmestrom in der Kohle bekannt sein. Die Energiebilanz

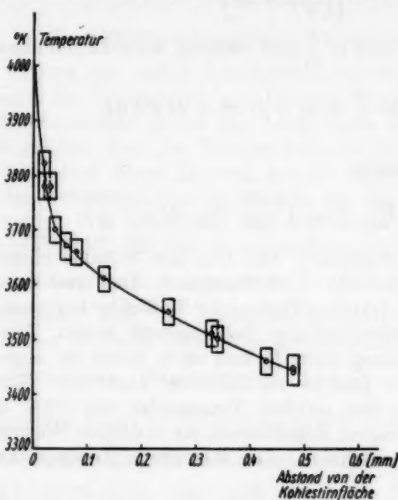


Abb. 6. Temperaturverteilung bei 8 A Bogenstrom

an der positiven Kraterfläche enthält fünf Energie liefernde und fünf Energie verbrauchende Anteile. Energie wird geliefert durch die Anodenfall-Leistung und die Eintrittsarbeit einerseits und die Verbrennung des Kohlematerials andererseits. Dazu kommt noch die vom Plasma her durch Strahlung (S) und Leitung (L) zugeführte Energie. Diese Energie wird im Stationärzustand, wenn also keine Temperaturveränderungen mehr eintreten, benutzt, um die Strahlung zu liefern, um die nachgelieferte Kohlenmenge zu erwärmen und zu verdampfen oder zu sublimieren, ein Teil wird durch Konvektion abgeführt und ein Teil geht als Wärmestrom in die Kohle hinein. Die Energiebilanz sieht also folgendermaßen aus:

$$J_F \cdot (U_A + U_E) + H \cdot m + S + L = F \cdot \sigma \cdot \bar{E} \cdot T^4 + Q_T + r \cdot m + Q_{\text{konv}} + Q_w$$

Darin ist J_F die auf die Anodenstirnfläche mündende Stromstärke (s. weiter unten), U_A der Anodenfall, U_E die Eintrittsarbeit, H die Verbrennungswärme der Reaktion $C + \frac{1}{2} O_2 \rightarrow CO$, m der Abbrand in Masse pro Zeiteinheit, F die (strahlende Fläche), σ die Konstante des Stefan-Boltzmannschen Gesetzes, \bar{E} das Gesamtemissionsvermögen, Q_T die zum Erwärmen der nachgeschobenen Kohlenmenge nötige Leistung, r die Verdampfungs- bzw. Sublimationswärme, Q_{konv} die durch Konvektion abgeführte Leistung und Q_w der in die Kohle einfließende Wärmestrom. Im folgenden sei für einen Spezialfall die Bilanz zahlenmäßig vorgerechnet:

I. Energie liefernde Vorgänge

- | | |
|--|----------------|
| a) Anodenfall-Leistung $U_A \cdot J_F =$ | 270 |
| $U_A = 27 \text{ V}; J_F = 10 \text{ A}$ | |
| b) Eintrittsarbeit der Elektronen $U_E = 4,5 \text{ V}$ | 45 |
| c) Verbrennungswärme $H \cdot m =$ | 13 |
| $H = 26,64 \text{ kcal/Mol} = 9,4 \text{ kWsec/gr}; m = 1,5 \text{ mg/sec},$ | |
| d) Energieeinstrahlung von der Säule her $S =$ | 3 |
| e) Wärmeleitung L von der Säule her vgl. ⁹⁾ | (zu vernachl.) |

zusammen 331 W

⁹⁾ K. H. Höcker, W. Bez, Z. Naturforschg. 10a, 706–714, besonders 712 (1955).

II. Energie verbrauchende Vorgänge

f) Abstrahlung $F \sigma \bar{E} T^4 =$	136
$F = 12,5 \text{ mm}^2$; $T = 4000^\circ \text{ K}$; $\bar{E} = 0,75$; $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-12} \text{ W/cm}^2 \text{ Grad}^4$,	
g) Erwärmung der nachgelieferten Kohle (oberer Grenzwert s. w. u.) spezifische Wärme zwischen 3000 und 4000° K $c < 0,5 \text{ cal/g Grad}$; Abtragung 1,5 mg/sec; $\Delta T \approx 600^\circ \text{ K}$; $Q_T = m \Delta T \cdot c <$	2
h) Sublimationswärme entfällt nach Steinle ¹⁰⁾	
i) Konvektionsverluste (s. w. u.)	85 ± 20
k) Energiestrom, der in die Kohle eintritt	108 ± 20
zusammen	331 W

Zu der angegebenen Bilanz ist noch wie folgt Stellung zu nehmen.

1. Der Anodenfall

In die Energiebilanz geht als wichtigster, Energie liefernder Summand die Anodenfall-Leistung ein. Dabei muß sowohl dem Anodenfall als auch der Anodenstromstärke besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden.

Für den Anodenfall finden sich in der Literatur sehr unterschiedliche Werte. Man darf erwarten, daß man mit einem arithmetischen Mittel einen brauchbaren Wert findet. Die folgende Aufstellung gibt die Werte wieder.

Das Mittel aus allen Angaben ist 27 V. Die Angaben von Ayrton und Rasch sind dabei nur einmal berücksichtigt worden. Scheidet man den Wert von Engel-Steenbeck aus, so kommt man zu 29 V. Da der von Engel-Steenbeck angegebene Wert aber reell sein kann, ist mit 27 V zu rechnen.

2. Das Übergreifen der Stromstärke auf den Rand

Die Stromstärke J ist der auf die Stirnfläche mündende Teil der Bogenstromstärke. Bei den hier verwendeten Kohlen mündet fast stets ein erheblicher Bruchteil der Stromfäden auf der Peripherie des Kohlestiftes. Dieser Anteil läßt sich folgendermaßen abschätzen. Man variiert bei vorgegebener Elektrodenanordnung und gleichem Material die Querschnittsform der Positivkohle. Für jede Querschnittsform ermittelt man den Zischeinsatz, bei nichtgraphitierten Kohlen kann man außerdem auch die Abhängigkeit der Strahldichte von der Stromstärke heranziehen. Bei diesen annähernd gleichen Kraterflächen ist es erlaubt, dem Zischeinsatz eine einheitliche Frontalstromdichte zuzuordnen. Analoges gilt für jeden Leuchtdichtewert. Weiter machen wir die Voraussetzung, daß der außerhalb der Stirnfläche mündende Stromanteil proportional zum Kraterumfang ist. Man kann dann ansetzen:

$$J_{\text{ges}} = J + u \cdot d \cdot i = i_z \cdot F + u \cdot d \cdot i,$$

worin i_z die Zischstromdichte, F die Kraterfläche, u der Kraterumfang sowie d und i die mittlere Breite und die mittlere Stromdichte der außen mündenden Stromanteile sind. Für verschiedene Forme erhält man dann Gleichungen,

¹⁰⁾ H. Steinle, Z. angew. Mineralogie 2, 617 (1939).

Tabelle 2
In der Literatur angegebene Werte für den Anodenfall von Niederstrom-Kohlebögen

Autor	Jahr	Anodenfall (Volt)	Bemerkungen bzw. Methode
E. Rasch ¹¹⁾	1920	31,28	Reinkohle, Methode unbekannt
Hagenbach ¹²⁾	1924	33,7	stromlose Sonden
Lecher ¹³⁾	1887	36	Sonde mit Voltmeter
H. Ayrton ¹⁴⁾	1898	31,28	wahrscheinlich durch Rasch übernommen
W. Finkelnburg ¹⁵⁾	1948	28	aus Angaben für Hochstrombögen extrapoliert
Engel-Steenbeck ¹⁶⁾	1934	11—12	irrig? der gleiche Wert bei ¹⁷⁾
Seeliger ¹⁸⁾	1934	17	verweist außerdem auf Ayrton
W. Finkelnburg ¹⁹⁾	1952	25	eingeschossene, stromlose Sonden
K. H. Hoecker ²⁰⁾	1955	26	theoretisch berechnet
eigene Messungen	1952	32 ± 2	stromführende Sonden; Graphit; grober Graphit liefert höhere Werte

die sich in J_{ges} , F und u unterscheiden und nur $i \cdot d$ und i_z als Unbekannte enthalten. Tab. 3 gibt einen Überblick über die so gewonnenen Zischstromdichten.

Die Übereinstimmung der Zischstromdichten ist bemerkenswert. Mit bekannten J_{ges} , i_z und F kann jetzt sofort für den Rundstab von 4,5 mm Durchmesser der außen mündende Stromanteil (für Zischstromstärke) ermittelt werden.

Tabelle 3
Zischstromdichte in Abhängigkeit von der Anodenform

Form	Querschnitt	Zischeinsatz J_{ges} (A)	Zischstromdichte i_z (A/mm ²)
Rundstab	4,5 mm \varnothing	9,2	0,400
Rohr	4,5 mm \varnothing außen	9,7	0,409
	1,4 mm \varnothing innen		
Quadrat	3,8 mm Seitenlänge	8,3	0,375
Rechteck	$5,0 \times 2,5$ mm ²	8,1	0,405
Rechteck	$5,3 \times 1,9$ mm ²	7,0	0,404

¹¹⁾ E. Rasch, Das elektrische Bogenlicht, S. 80.

¹²⁾ A. Hagenbach in E. Marx, Handbuch d. Radiologie, Akadem. Verl. Ges. Leipzig, Bd. IV, Teil. 2 (2. Aufl. 1924). Der elektrische Lichtbogen, S. 58, 59 u. 64 nach Messungen von H. Luggin.

¹³⁾ E. Lecher, Wiener Berichte 95, (II), 992 (1887).

¹⁴⁾ H. Ayrton, Electrician 41, 720 (1898); Nature 58, 553 (1898).

¹⁵⁾ W. Finkelnburg, Hochstromkohlebogen, Springer-Verlag Berlin-Göttingen-Heidelberg 1948, S. 39 bis 40.

¹⁶⁾ A. v. Engel, M. Steenbeck, Elektrische Gasentladungen, Bd. II. Verl. Jul. Springer, Berlin 1934, S. 135—137.

¹⁷⁾ H. Maecker, Ergebn. Exakt. Naturwiss. 25, 350 (1951).

¹⁸⁾ R. Seeliger, Einführung in die Physik der Gasentladungen, 2. Aufl., Verl. Ambros, Barth, Leipzig 1934, S. 381.

¹⁹⁾ W. Finkelnburg, Tagung der Gasentladungsphysiker Bonn, Herbst 1952, vgl. auch W. Finkelnburg u. S. M. Segal, Physic. Rev. 80, 258 (1950); 83, 582 (1951); M. J. Block, W. Finkelnburg, Z. Naturforsch. 8a, 758 (1955).

Er en
daß
schö
münd
Hand
müte
auch
stärk
In Al
aufge
Stral
der
für
einze
man
relati
fest,
Kurv
bring

W
aus
bring
keln
an. M
Beck
Nied
Stral
stim
beob
26 W
Hom
gut
spiel
keine
gilt r
und
trag

I
pera
10 W
setzt

20
115

Er ergibt sich zu $9,2 - 0,400 \cdot (2,25)^2 \cdot \pi = 2,8 \text{ A}$. Nimmt man nun noch an, daß das Verhältnis von Bodenstrom unabhängig ist, so hat man eine Abschätzung für die außen mündenden Anteile in der Hand. Diese trivial anmutende Abschätzung gibt auch die Strahldichte-Stromstärke-Kurven gut wieder. In Abb. 7 ist für die in Tab. 2 aufgeführten Kohlen die Strahldichte als Funktion der Stromdichte zunächst für jede Querschnittsform einzeln aufgetragen. Setzt man die Zischeinsätze zu 100 relativen Strom-Einheiten fest, so kann man die Kurven gut zur Deckung bringen.

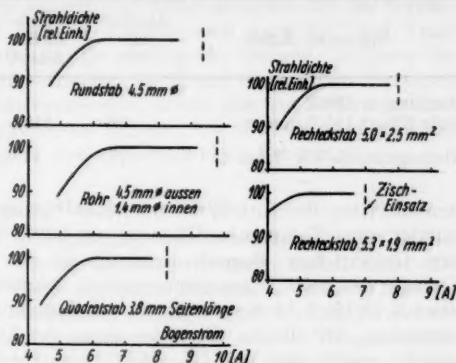


Abb. 7a. Strahldichte - Stromdichtekurven für verschiedene Anodenquerschnitte

3. Die Energieeinstrahlung von der Säule her

W. Finkelnburg²⁰⁾ konnte am Beckbogen ermitteln, daß die Strahlung aus der Säule etwa 30% der Anodenfall-Leistung zusätzlich auf die Anode bringt. Tab. 4 gibt die von Finkelnburg angegebenen Werte an. Man errechnet daraus für den Beckbogen 31% und für den Niederstrombogen 0,8%. Die Strahldichte von rund 10 W/cm^2 stimmt mit dem von J. Euler²¹⁾ beobachteten Wert von rund 26 W/cm^2 für den zischenden Homogenkohlebogen mit 75 A gut überein, die Einstrahlung spielt also für die Energiebilanz keine große Rolle. Das gleiche gilt nach Angaben von Höcker und Bez⁹⁾ für die Energieübertragung durch Wärmeleitung.

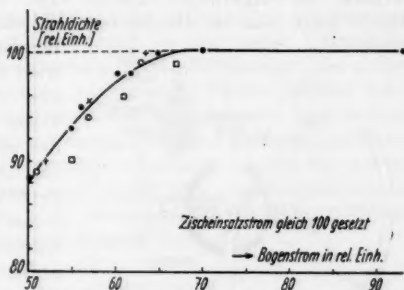


Abb. 7b. Die gleichen Kurven auf gleiche Zischstromstärke reduziert fallen zusammen. ● Rundstab, ○ Rohr, □ Quadratstab, + Rechteckstab $5,0 \times 2,5 \text{ mm}^2$, × Rechteckstab $5,3 \times 1,0 \text{ mm}^2$

4. Erwärmung der nachgelieferten Kohle

Die nachgelieferte Kohle muß von Zimmertemperatur auf Kratertemperatur gebracht werden. Das bedeutet einen Energieaufwand von rund 10 W, wenn man die mittlere spezifische Wärme \bar{c} mit $0,5 \text{ cal/g Grad}$ ansetzt. Diese Leistung wird aber in der gesamten Kohle verbraucht. Hier in-

²⁰⁾ W. Finkelnburg, Hochstromkohlebogen S. 173, S. 39 bis 40 u. S. 58, Abb. 38.

²¹⁾ J. Euler, unveröff. Messungen im Anschluß an die Arbeit Z. angew. Physik 2, 115 (1950).

Tabelle 4
Zur Energieeinstrahlung auf die Anode

Bogenart, Kohle	Anodenfall (V)	Stromdichte (A/cm ²)	spezifische Anodenfall-Leistung (W/cm ²)	Gesamt-Strahlendichte ²³⁾ (W/cm ²)
Beckbogen 100 A Sola Effekt 134 7 mm \varnothing	38	510	19400	6000
Homogenkohle 7 A 6 mm \varnothing	27	44	1190	rund 10

teressiert nur der Anteil, der im ersten $\frac{1}{2}$ mm benötigt wird, also zum Überwinden einer Temperaturdifferenz von 600° . Die mittlere spezifische Wärme von Graphit bzw. Bogenlampenkohle ist von verschiedenen Autoren²³⁾ bis in Gebiete von 2000°C gemessen worden. Danach steigt \bar{c} von 0 bis 600°C von etwa 0,15 bis 0,44 cal/g Grad an, um dann einem Grenzwert von etwa 0,5 zuzustreben. Mit diesem Wert, der genau der Dulong-Petitschen Regel entspricht, ergibt sich bei $\Delta T = 600^\circ$, also für den inneren Rand des von uns betrachteten Gebietes der Kohle erst ein Leistungsverbrauch von 1,9 W, also weniger als $\frac{1}{2}\%$ der gesamten Energiebilanz, so daß auf eine eingehende Berechnung verzichtet werden kann.

5. Konvektionsverluste

Der unangenehmste Term in der Bilanz wird durch die Konvektionsverluste hervorgerufen. Durch Abb. 8 kann man sie abschätzen.

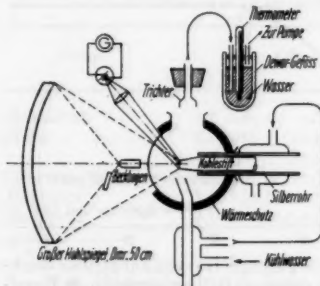


Abb. 8. Anordnung zur Ermittlung der Konvektionsverluste des Kraters

der Bilanz wird durch die Konvektionsverluste hervorgerufen. Durch Abb. 8 kann man sie abschätzen. Mit einem weitgeöffneten Hohlspiegel und der Strahlung eines kräftigen Beckbogens wird der „Krater“ des Kohlestiftes auf eine möglichst hohe Temperatur geheizt. Dabei erreicht man etwa 3400° . Durch das untere Rohr des bis auf das Fenster für die Strahlung gut wärmeisoliert eingepackten Gefäßes steigt dann ein Luftstrom nach oben, der am Kohlestift erwärmt wird und nach oben abfließt. Die abfließende Luft wird durch ein Kalorimeter gesaugt und dessen Temperaturerhöhung in definierter Zeit gemessen. Dabei wird die Sauggeschwindigkeit so reguliert, daß bei gleichbleibender Einstrahlung die Temperatur bzw. die Strahlendichte des Kohlestiftes die gleiche ist wie bei abgenommenem Kalorimeteraufsatz. Das Verfahren verlangt eine Extrapolation auf die Kratertemperatur 4000° und auf die Kraterfläche allein. Die Extrapolation auf 4000° ist einfach und nur wegen des großen Umfangs bedenklich. Die andere Extrapolation — es interessiert ja nur die Konvektionsverluste der Kraterfläche, nicht die des

²³⁾ Seitlich gemessen, Strahlung der festen Anode ausgeblendet.

²⁸⁾ Internat. Crit. Tabl. Bd. II (1927) S. 303 und E. Rasch, Das elektrische Bogenlicht, Verlag F. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1910, S. 38.

gesamten Kohlestiftes — wird durch den gekühlten Silbermantel M ermöglicht, der verschieden weit über die Kohle geschoben werden kann. Diese Extrapolation ist bedenklich wegen der mangelnden Meßgenauigkeit für das herausstehende Kohleende. Auch bei 3400°K dürften noch rund 500° auf 1 mm Kohlestiftlänge kommen, so daß also die wichtigsten Gebiete, in denen die Hauptverluste eintreten, am schlechtesten zu fassen sind. Das Verfahren liefert auf jeden Fall nur rohe Näherungswerte, dürfte aber zur Zeit als einziges überhaupt zu quantitativen Ergebnissen führen. Aus 8 Messungen erhielten wir $Q_{\text{konv}} = 85 \pm 20\text{ W}$, abgesehen von systematischen Fehlern.

6. Spannungsabfall in der Kohle

In der Energiebilanz ist die Energiezufuhr durch den Spannungsabfall in der Kohle außer acht gelassen. Sie ist sicherlich vernachlässigbar klein. Da die elektrische Leitfähigkeit der Kohle bei hohen Temperaturen nicht bekannt ist, kann man diesen Term nur abschätzen. Nimmt man an, daß die elektrische Leitfähigkeit bei höchsten Temperaturen stark abfällt (ungünstigster Fall) und größenordnungsmäßig dem Wiedemann-Franz-Lorenzschen Gesetz folgt, so erhält man ausgehend von einer Zimmertemperatur-Leitfähigkeit von $2 \cdot 10^{-3}\ \Omega\text{ cm}$ bei 4000°K mit den weiter unten ermittelten Wärmeleitvermögen von $0,4\text{ W/cm Grad}$ (Zimmertemperatur) und $\sim 0,01\text{ W/cm Grad}$ (Krater Temperatur) für eine Schicht von $0,2\text{ cm}^2$ Fläche und $0,1\text{ mm}$ Dicke, also den Abmessungen, die hier ungünstigstens vorkommen, einen Widerstand von $0,06\ \Omega$. Das bedeutet bei 10 A eine zusätzliche Leistung von etwa 6 W^{24} . Dieser Term ist aber außerordentlich unsicher und deshalb in die Bilanz nicht aufgenommen worden. Besteht die weiter unten beschriebene oberste Kraterschicht nur in einer Auflockerung, so sind unter Umständen höhere Widerstände zu erwarten. Das gleiche gilt auch für flüssige oder anders modifizierte Schichten. Die weiter unten angegebenen Werte für das WL \bar{V} können sich also bei Verschiebungen innerhalb der Energiebilanz noch ändern.

Die Energiebilanz vor der Kathode ist durch den nicht völlig aufgeklärten Elektronenemissionsvorgang²⁵ noch wesentlich unsicherer als vor der Anode. Aus diesem Grunde sind analoge Messungen zu den hier angegebenen an der Kathode nicht sinnvoll. Das zwischen 1500 und 3400°K noch fehlende Gebiet der Wärmeleitmessungen ist also zunächst nicht zu schließen.

F. Wärmeleitvermögen

Damit können wir den durch die Stirnwand der Kohle eintretenden Wärmestrom für den betrachteten Spezialfall zu $108 \pm 20\text{ W}$ angeben. Dieser Wärmestrom fließt in dem von uns betrachteten Gebiet praktisch ausschließ-

²⁴ Inzwischen haben J. Okawa u. T. Ikegawa, Physic. Rev. 87, 1282 (1952), die elektrische Leitfähigkeit von Kunstgraphit zwischen 1200 und 2730°K ermittelt. Danach steigt die Leitfähigkeit in dem genannten Gebiet auf rund das dreifache. Über das hier interessierende Temperaturgebiet ist naturgemäß damit noch nichts auszusagen. Immerhin dürfte die Vernachlässigung dieses Termes damit berechtigter erscheinen. Interessant ist, daß die bei verschiedenen Temperaturen gebrannten Kohlestifte bei steigender Temperatur in der Leitfähigkeit ähnlicher werden. Das stimmt mit der von mir gemachten Beobachtung überein, daß Stifte mit bei Zimmertemperatur sehr unterschiedlicher Wärmeleitung bei hohen Temperaturen fast gleiche Wärmeleitung haben.

²⁵ z. B. H. Maecker, Ergebn. Exakt. Naturwiss. 25, 351 ff. (1951).

lich in axialer Richtung. In Abb. 9 sind die — in den Löchern ermittelten — Axialtemperaturen und die gleichzeitig an der Kohle auf dem Mantel mit einem Glühfadenpyrometer gemessenen Randtemperaturen aufgetragen. Wie man

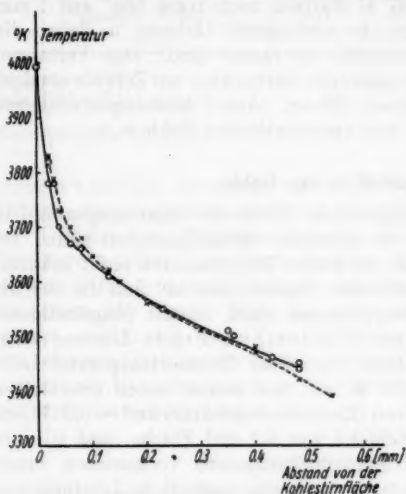


Abb. 9. Temperaturverteilung im Inneren und auf dem Rand der Kohle. ○—○ Temperatur in der Kohle, ×---× Rand-Temperatur

niedriger liegen. Eine Korrekturrechnung in dieser Hinsicht ist demnach nicht erforderlich. Damit wird es möglich, für das Gebiet zwischen 3400 und 4000° K quantitative Aussagen über das Wärmeleitvermögen zu machen.

1. Temperaturgebiet 300 bis 1500° K

Bei tieferen Temperaturen liegen eine Reihe von Messungen an Natur- und Kunstkohlen vor²⁰⁾, die zeigen, daß das Wärmeleitvermögen stark von der Herkunft bzw. Herstellung der Kohle abhängt. Aus diesem Grunde muß das Wärmeleitvermögen der hier benutzten beiden Kohlesorten bei Zimmertemperatur gesondert gemessen werden. Dazu wird die Kohle mit einem Konstantanstäbchen, dessen Wärmeleitvermögen zu 0,054 cal/sec cm Grad bekannt ist, hintereinandergeschaltet und an eine Temperaturdifferenz von etwa 50° gelegt. Der Wärmekontakt zwischen Konstantan und Kohle war durch eine dünne Schellack-Schicht bewirkt, die Messung erfolgte im Endvakuum einer zweistufigen rotierenden Ölpumpe. Zur Temperaturmessung wurden am Konstantan und an der Kohle je 2 Fe-Konstantan-Thermoelemente von 0,2 mm Drahtdurchmesser in 1,5 cm Abstand angebracht. Am Konstantan konnten sie angelötet werden; die Kohle wurde mit je drei Windungen Cu-Draht von 0,2 mm Durchmesser straff umwickelt. An diese Drähte wurden die Thermoelemente angelötet. Die Temperaturmessung erfolgte mit

²⁰⁾ Internat. Crit. Tabl. Bd. V (1929), S. 217.

sieht, fallen beide Kurven bis etwa 0,45 mm hinter dem Krater zusammen. Das ist eine Folge der außen einmündenden Stromteile; man könnte im Prinzip versuchen, durch Hilfskathoden beide Kurven noch für ein größeres Gebiet zur Deckung zu bringen. Man würde aber nicht viel erreichen, weil einerseits Löcher, die tiefer als 0,5 mm sind, nicht mehr auftreten, und weil andererseits die Stereo-Tiefenmessung immer ungenauer und schwieriger wird. Die hohe Meßgenauigkeit erfordert große Stereo-Winkel, mit denen man in tiefe und enge Löcher nur schlecht hineinsehen kann.

Da Mitten- und Randtemperaturen identisch sind, kann kein radialer Wärmestrom fließen. Erst weiter hinten dürfte die Manteltemperatur wesentlich

einem dreistufigen Diessehorst-Kompensator, die Temperaturdifferenzen hielten sich zwischen 2 und 4°. Dabei ergab sich für

$$\left. \begin{array}{l} \text{Kohle A, feinkörniger Rußgraphit} \\ \text{(Ringsdorff Spektralkohle II)} \end{array} \right\} \lambda = 0,28 \frac{\text{W}}{\text{cm Grad}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Kohle B, grobkörniger Koksgraphit} \\ \text{(Ringsdorff Spektralkohle I)} \end{array} \right\} \lambda = 0,57 \frac{\text{W}}{\text{cm Grad}}$$

mit einem geschätzten Fehler von rund 10%. An diese Werte können weiter eine Reihe von Relativmessungen im Temperaturgebiet bis 1500° K angeschlossen werden, die über thermoelektrische Temperaturmessungen an Rohren aus dem gleichen Material gewonnen worden sind.

2. Temperaturgebiet 3400 bis 4000° K

Das gesamte Ergebnis zeigt Abb. 10. Die Genauigkeit, mit der diese Abhängigkeit gilt, hängt einerseits an der Genauigkeit des Wärmestromwertes, der nur auf $\pm 20\%$ bekannt ist, andererseits an der graphischen Differenzierung der Temperaturverteilung. Da insgesamt vier Kurven benutzt werden konnten, kann man den Fehler auf etwa $\pm 25\%$ veranschlagen. Die beiden Kohlesorten zeigen im Hochtemperaturgebiet die gleiche Wärmeleitfähigkeit. In Abb. 10 sind Meßwerte nur bis 3700° K herauf eingetragen, weil oberhalb das Wärmeleitvermögen stark absinkt und große Streuungen aufweist. Die Anode muß also mit einer einige Hundertstel mm dicken Schicht sehr geringen Wärmeleitvermögens überzogen sein. Das zeigt sich schön an folgender Erscheinung: Eine dicke Homogenkohle wird mit etwa der halben Zischstromstärke gebrannt. Der projizierte Krater zeigt dann einen Bogenansatz, der wesentlich kleiner ist als die Kraterfläche.

Um das Wandern des Ansatzes zu vermeiden, drängt man ihn magnetisch in eine Richtung und erreicht so stabile Aufnahmeverhältnisse. Die beiden Aufnahmen der Abb. 11 zeigen links den stationär brennenden Bogenansatz hell auf dem dunkleren Hintergrund der Anode, 0,2 sec nach dem Abschalten erscheint derselbe Bogensatz dunkel auf hellem Grund (rechtes Bild der Abb. 11). Die Front der Kohle kühlt sich durch Strahlung sehr schnell ab; wegen des geringen Wärmeleitvermögens erfolgt keine oder nur geringe Wärmenachlieferung von der noch hochtemperierten Kohle. Auch das schnelle

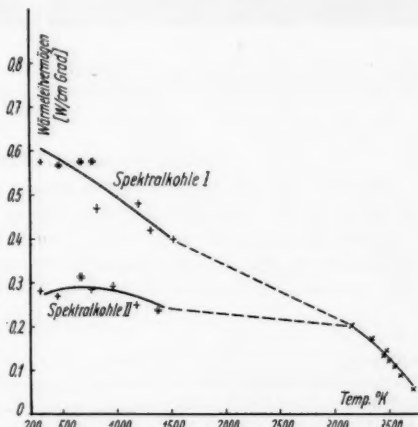


Abb. 10. Wärmeleitvermögen in Abhängigkeit von der Temperatur für grobe I und feine II graphitisierte Kunstkohle. \times Lochmethode, \pm thermoelektrisch

Wandern des anodischen Bogenansatzes in longitudinalen Magnetfeldern, das optisch noch mit hohen Frequenzen ohne Verschmierung zu beobachten ist, erklärt sich zwanglos durch diese Schicht geringen Wärmeleitvermögens.

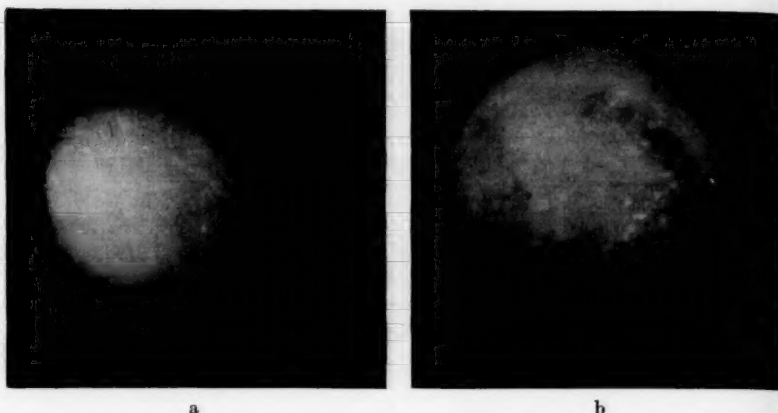


Abb. 11. „Überholeffekt“ beim Abschalten; a) stationär heller Bogenansatz auf dunklem Hintergrund; b) 0,2 sec nach dem Abschalten dunkler Bogenansatz auf hellem Hintergrund

Theorie der Wärmeleitfähigkeit bei Graphit

Zur Theorie des Wärmeleitvermögens von Graphit bei sehr hohen Temperaturen ist nur verhältnismäßig wenig zu sagen. Man darf wegen der kleinen Elektronenkonzentrationen annehmen, daß im wesentlichen die Gitterschwingungen die Wärmeleitung allein besorgen. Dann erhalten wir für hohe und mittlere Temperaturen für die Wärmeleitfähigkeit λ einen Ausdruck:

$$\lambda = K c_v v \bar{l}_G,$$

worin c_v die spezifische Wärme, v die mittlere Schallgeschwindigkeit und \bar{l}_G die freie Weglänge der Gitterschwingungen bedeutet. K ist ein Faktor, der bei $1/2$ (Debye) oder $1/3$ (Sommerfeld-Bethe) liegt. Wird die mittlere freie Weglänge durch die Kristallgröße begrenzt, so wird \bar{l}_G von der Temperatur unabhängig, anderenfalls ist es proportional zu $1/T$. Wie Mizushima und Okada²⁷⁾ ausführen, können dadurch zwischen der Wärmeleitfähigkeit einkristallinen Naturgraphits und der Wärmeleitfähigkeit von feinstkörnigen Kunstkohlen erhebliche Unterschiede auftreten. Je nach der Kristallitgröße wird nach Mrozowski²⁸⁾ von einer bestimmten Temperatur ab keine Beeinflussung der freien Weglänge mehr eintreten, so daß von dieser Temperatur an nach oben die $1/T$ -Abhängigkeit des Wärmeleitvermögens einsetzt. Mrozowski gibt ein Diagramm wieder, in dem zwischen die experimentell von Powell und Schofield²⁹⁾ an polykristallinem Naturgraphit und ge-

²⁷⁾ S. Mizushima u. J. Okada, *Physic. Rev.* **82**, 94 (1951).

²⁸⁾ S. Mrozowski, *Physic. Rev.* **86**, 251 (1952).

²⁹⁾ R. W. Powell u. F. H. Schofield, *Proc. physic. Soc. (London)* **51**, 153 (1939).

brannter, aber nicht graphitierter Kohle verschiedene hypothetische Abhängigkeiten eingezeichnet sind, die durch verschiedene Kristallitgrößen zustande kommen sollen. Das Diagramm reicht von der Nähe des abs. Nullpunktes bis rund 2500°C , Meßwerte liegen für Graphit zwischen 0 und 2500°C , für Kohle zwischen 0 und 1500°C vor. In Abb. 12 ist der interessierende Bereich der Mrozowskischen Kurven wiedergegeben. Hat man sehr kleine Kri-

stallite, ist also \bar{l}_G konstant, so kann das Wärmeleitvermögen nach der Theorie nur von der spezifischen Wärme c_v und von v abhängen. Bei großen Kristalliten wird diese schwache Abhängigkeit durch die starke Abhängigkeit $\bar{l}_G = k/T$ überdeckt. In Abb. 12 sind weiter die in der vorliegenden Arbeit neu gewonnenen Meßergebnisse eingetragen. Wie man erkennt, liegen die beiden untersuchten Kohlen zwischen polykristal- linem Naturgraphit und nicht graphitierter Bogenlampen- kohle. Die grobkörnigere der beiden von uns untersuchten Kohlen liegen erwartungsgemäß höher. Die freie Weglänge der Gitterschwingungen dürfte von der Größenordnung 100 \AA sein. Tatsächlich ist die andere Spek- tralkohle aus Ruß hergestellt und deshalb sehr feinkörnig. Bei dieser Kohle könnten die Kristallite in die verlangte Größenordnung kommen, so daß mit einer Einschränkung von \bar{l}_G zu rechnen ist. Dagegen hat die grobkörnigere Spektral- kohle I eine Korngröße von rund $10^{-2} \text{ mm} = 10^5 \text{ \AA}$. Damit müßte ihre Wärmeleitfähigkeit mit der von Naturgraphit identisch sein. Sie liegt aber tatsächlich um rund 30% darunter. Man erkennt daraus, daß neben den theoretisch geforderten noch eine weitere Abhängigkeit auftreten muß. Sie ist wahrscheinlich in der geringeren Dichte der Kunstgraphite zu suchen, also in einer Gefüge- Auflockerung.

Die Kurve von Powell und Schofield²⁷⁾ wird bei 2300°C annähernd konstant. Das ist wahrscheinlich durch das Einsetzen von zusätzlichem Wärmetransport durch frei gewordene Elektronen zu erklären. Diese elek-

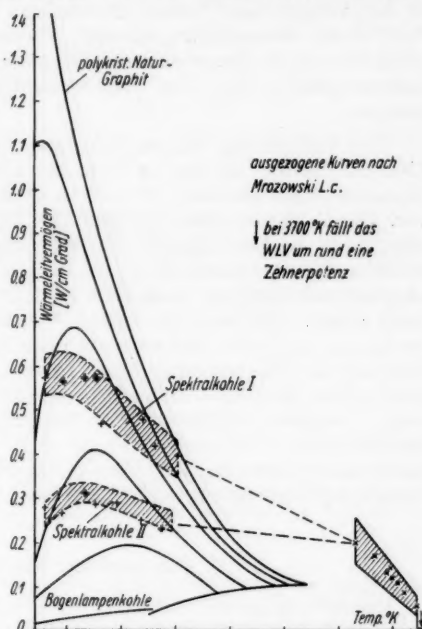


Abb. 12. Wärmeleitvermögen als Funktion der Temperatur. Vergleich der neuen Meßwerte mit den Überlegungen von Mrozowski. Kurve A: polykristalliner Naturgraphit, Kurve B: ge- brannte, nicht graphitierte Kohle, A und B nach Powell und Schofield. Kurven C und D Ringsdorf-Spektralkohle I und II, Messungen aus der vorliegenden Arbeit. \times Lochmethode, $+$ thermoelektrisch

tronische Wärmeleitung ist durch eine Einengung der Weglänge infolge zu kleiner Kristallite praktisch nicht mehr zu beeinflussen, weil die mittlere Elektronenweglänge bei den hohen Temperaturen sehr klein wird. Durch diese zusätzliche Elektronenwärmeleitung wird es verständlich, daß bei 3300°K das Wärmeleitvermögen wieder höher ist als das von Powell und Schofield bei rund 2500°K gemessene. Man sollte aber annehmen, daß in dem in der vorliegenden Arbeit untersuchten Temperaturgebiet von 3300 bis 3700°K die Wärmeleitung ansteigt. Das ist eindeutig nicht der Fall. Wahrscheinlich ist für dieses anormale Verhalten die verhältnismäßig große Volumenzunahme³⁰⁾, also eine starke Dichteverminderung, verantwortlich zu machen.

Der Verlauf der Wärmeleitfähigkeit zwischen Zimmertemperatur und 1500°K dürfte also der in Abb. 12 stark eingezeichneten Kurve folgen. Meßwerte liegen zwischen 300 und 1500°K sowie zwischen 3300 und 3700°K vor. Das Gebiet zwischen 1500 und 3300°K , in dem keine Meßwerte vorliegen, zeigt einen leichten Anstieg der Wärmeleitung, wahrscheinlich durch einsetzende Elektronenleitung. Ob in diesem Gebiet eventuell noch ein stärker ausgeprägtes Maximum vorhanden ist, läßt sich mangels Meßwerten natürlich nicht sagen. Die von Mrozowski²⁸⁾ angestellten Überlegungen scheinen wenigstens qualitativ und zwischen etwa 300 und 3000°K zuzutreffen. Man darf aber bei Elektrographitstiften sicher nicht voraussetzen, daß ideale Unordnung der Kristallorientierungen herrscht. Vielmehr wird ziemlich sicher eine Vorzugsrichtung bestehen³¹⁾. Da Graphit stark anisotrop ist (Verhältnis der elektrischen Widerstände rund 10^5), können dadurch erhebliche Verfälschungen eintreten. Die Übereinstimmung der Größenordnung zwischen Theorie und Experiment darf also als durchaus befriedigend angesehen werden.

G. Temperaturen oberhalb 3700°K

Die Abb. 13 enthält vier Temperaturverteilungen, die bei verschiedenen Bogenströmen aufgenommen worden sind. Alle Kurven liefern unterhalb von 3700° mit vertretbaren Werten für den Wärmestrom für jede Temperatur das gleiche Wärmeleitvermögen. Auffällig ist jedoch, daß bei der niedrigsten Stromstärke die Temperatur 3700° verhältnismäßig dicht hinter der Kohlefront gemessen wurde, während sie mit zunehmender Belastung zunächst tiefer in die Kohle hineinwandert, um nach dem Zischeinsatz wieder sehr dicht an der Oberfläche aufzutauchen. Abb. 14 zeigt die Kratertemperatur als Funktion der Belastung und gleichzeitig den Abstand der Temperatur 3700° von der Kraterfläche. Die Kratertemperatur ist aus Farbtemperaturmessungen nach einer unlängst veröffentlichten Methode gewonnen worden³²⁾. Wie dort bereits angemerkt, ist die Meßgenauigkeit der Punkte relativ zueinander besser als 1°K , während die gesamte Skala um $\pm 20^{\circ}$ unsicher ist⁸⁾. Die Parallele zwischen beiden Kurven ist im nichtzischenden Bogen unverkennbar.

³⁰⁾ Leider sind quantitative Angaben über die Volumenzunahme praktisch unmöglich.

³¹⁾ Herrn Prof. W. Finkelburg danke ich für den freundlichen Hinweis auf von ihm an Kohlescheiben beobachtete Vorzugsrichtungen.

³²⁾ J. Euler, Z. angew. Physik 3, 260 (1951).

Bei
bei 37
Knieh
etwa
Umwa

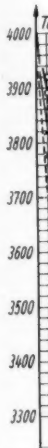


Abb. 13

bei 3
energ
eben
A
strom
von
oder
Boge
Unter
ist, v
ist.

worin
man

1. Wärmetönung

Betrachtet man Abb. 13, so dürfte ein Knick in den Kurven für 8,6 und 10,5 A bei 3700° K ebenfalls kaum zu übersehen sein. Die Kurve für 9,5 A zeigt diesen Knick weniger gut. Man hat daher einen Sprung in der Wärmeleitung bei etwa 3700° K anzunehmen und darf daraus auf einen — irgendwie gearteten — Umwandlungspunkt schließen. Fajans und Ryschekwitsch³³⁾ vermuteten

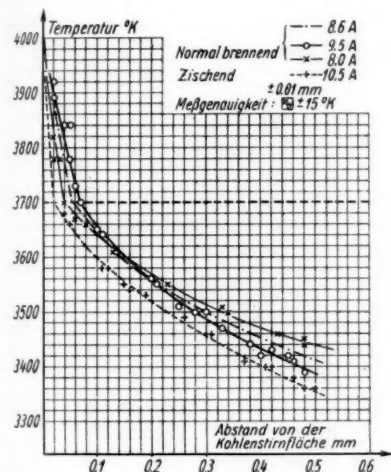


Abb. 13. Temperaturverteilungen bei verschiedenen Belastungen

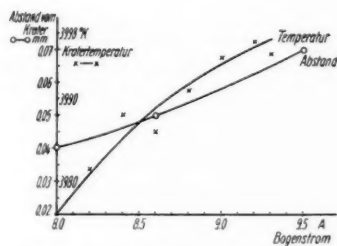


Abb. 14. Kratertemperatur und Abstand der 3700° K-Isotherme von der Kraterfläche als Funktion der Bogenstromstärke

bei 3700° K den Schmelzpunkt der Kohle und fanden eine Umwandlungsenergie von 10 cal/Mol. Aus den oben angegebenen Messungen kann man ebenfalls zu einer Abschätzung der Umwandlungsenergie kommen.

Aus der Energiebilanz erhalten wir den in die Kohle eintretenden Wärmestrom auf etwa $\pm 20\%$ genau. Dieser Wärmestrom setzt sich aus einer Reihe von Teilen zusammen, deren Abhängigkeit vom Bogenstrom J bekannt ist oder gemessen werden kann. Man kann also das Verhältnis der bei zwei Bogenströmen in die Kohle eintretenden Wärmeströme N_1 und N_2 angeben. Unterhalb 3700° ist die Wärmetönung abzuziehen, so daß jetzt $N' = N - f \cdot m$ ist, worin f die Umwandlungswärme pro Gramm und m der Abbrand in g/sec ist. Für diesen Wärmestrom gilt gleichzeitig

$$N' = q \lambda(T) \frac{dT}{dx},$$

worin q der Querschnitt und $\lambda(T)$ das Wärmeleitvermögen ist. Vergleicht man bei zwei Bogenströmen Stellen gleicher Temperatur, so wird

$$\frac{N'_1}{N'_2} = \frac{N_1 - f m_1}{N_2 - f m_2} = \frac{\left(\frac{dT}{dx}\right)_1}{\left(\frac{dT}{dx}\right)_2}.$$

³³⁾ K. Fajans, R. Ryschekwitsch, Z. Elektrochem. **31**, 63 (1925); **31**, 54 (1925).

Daraus erhält man für f :

$$f = \frac{N_1 \left(\frac{dT}{dx} \right)_2 - N_2 \left(\frac{dT}{dx} \right)_1}{m_1 \left(\frac{dT}{dx} \right)_2 - m_2 \left(\frac{dT}{dx} \right)_1}.$$

Kann man weiter $N = KJ$ und $m = cJ$ setzen, so bleibt nur $f = \frac{K}{c}$. Diese Näherung ist zweifellos sehr grob, liefert aber die auch von Fajans gefundene Größenordnung von 10 cal/Mol richtig. Die oben angegebene Formel für f liefert wegen der Differenzen nahezu gleichgroßer Zahlen $f = 15 \pm 10$ cal/Mol. Dieser Wert stimmt auch mit dem aus theoretischen Betrachtungen von P. Debye³⁴) im Rahmen der hier zu erwartenden Meßgenauigkeit überein. Die Annahme einer dünnen, geschmolzenen Kohleschicht würde auch mit Versuchen von König³⁵) gut in Zusammenhang zu bringen sein³⁶).

Brewer u. a.³⁷) konnten aus direkten Dampfdruckmessungen den Sublimationspunkt zu 4600° K errechnen. Da derartige Temperaturen an Kohlebögen nie beobachtet werden konnten, klappt hier zunächst eine erhebliche Diskrepanz, die durch Meßfehler auf beiden Seiten keinesfalls erklärt werden kann. Die Extrapolation von Brewer u. a.³⁷) verlangt aber bis zum Sublimationspunkt ein einheitliches und unverändertes Material. Diese Annahme ist aber durch die Wärmetönung bei 3700° als sicher unzutreffend geklärt. Damit wird die Extrapolation der Autoren unzulässig.

2. Dicke der Schicht

Nimmt man für die dünne, schlecht wärmeleitende Oberflächenschicht zunächst einmal ein einheitliches Wärmeleitvermögen λ_s an, so gilt in grober Näherung für den Wärmestrom $N = (T_K - 3700) \cdot \lambda_s \cdot \frac{F}{d}$. Daraus kann man für bekannte N (J) und T (J) die Abhängigkeit der Schichtdicke d von der Belastungsstromstärke ermitteln. Abb. 15

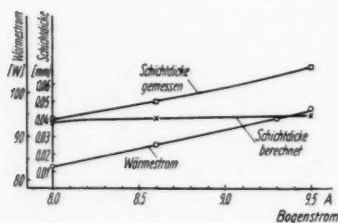


Abb. 15. Wärmestrom in der Kohle und Schichtdicke der schlecht wärmeleitenden Schicht als Funktion des Bogenstromes

gibt für einen derartigen Fall N , T und die daraus errechnete Schichtdicke d (J) wieder. Die eingetragenen Punkte sind die durch Messung der Temperaturverteilung erhaltenen Dicken. Die gemessenen d -Werte liegen stets erheblich höher als die gerechnete Abhängigkeit d (J), und zwar um so mehr, je höher die Bogenstromstärke wird. Das könnte dadurch erklärbar sein, daß die Konvektion in der Flüssigkeitsschicht und ebenfalls die Durchknetung durch den Weizel-Finkelnburgschen Mikro-

³⁴) Zit. nach K. Fajans³³) vgl. A. Weinberg, Berl. Ber. **52**, 1501 (1919).

³⁵) H. König, Naturwiss. **34**, 108 (1947).

³⁶) Inwieweit die Schicht extrem niedrigen Wärmeleitvermögen als flüssig angesehen werden muß, sei dahingestellt. Man könnte auch lediglich an eine Modifikationsumwandlung denken.

³⁷) L. Brewer, P. W. Gilles, F. A. Jenkins, J. chem. Physics **16**, 797 (1948).

brennfleck mit steigendem Strom (damit auch steigender Temperatur) zunimmt. Dann würde das mittlere Wärmeleitvermögen λ_s mit steigender Stromstärke wieder zunehmen, so daß d größer wird als die mit einem unabhängig von J (durch Schätzung) angenommenen λ_s berechnete Kurve $d(J)$. Wird der Zischstrom überschritten, so erfolgt der Materialabbau zu erheblichem Teil durch Sublimation. In der Energiebilanz tritt dann ein Sublimationsanteil auf, der nur schlecht abzuschätzen ist. Nun liegen aber wegen der Konstanz des Siedepunktes beide Temperaturgrenzen der dünnen, schlecht leitenden Schicht fest. Weiter wird auch λ_s praktisch von J unabhängig, so daß mit wachsendem N nunmehr d abnehmen muß. Diese Abnahme der Schichtdicke im Zischgebiet ist aus unseren Messungen auch zu entnehmen. Der Verlauf von d bei wesentlich größeren Bogenströmen läßt sich aber wegen des störenden Flammenkontinuums³⁸⁾ und wegen der geringen zu erwartenden Schichtdicken nicht messen.

3. Spektrales Emissionsvermögen

Die große Fehlergrenze der Umwandlungsarbeit bei 3700° läßt den Wunsch offen, auch andere Eigenschaften als das Wärmeleitvermögen in der Umgebung von 3700° zu untersuchen. Verhältnismäßig gut zugänglich ist das spektrale Emissionsvermögen. Nach der früher entwickelten Aufprojektionsmethode³⁹⁾ können wir im Gebiet von rund 350 μ verhältnismäßig genaue Messungen des spektralen Emissionsvermögens durchführen. Wir wählten dazu eine

praktisch homogene, nicht graphitierte Kohle, Ringsdorff RKS, die das Einhalten von Temperaturen zwischen 3500 und 4000° K erlaubt, ohne daß allzu große Anforderungen an die Konstanz der Stromstärke gestellt werden. Das Meßverfahren ist inzwischen zu einer Wechsellichtmethode ausgearbeitet worden, die an anderer Stelle veröffentlicht werden soll. Das Ergebnis ist in Abb. 16 niedergelegt. Danach ist im Gebiet von etwa 3650 bis 3720° K ein deutlicher über die Meßgenauigkeit von $\pm 0,007$ des Emissionsvermögens hinausgehender Anstieg zu konstatieren. Ein eindeutiger

Beweis ist aber nicht zu führen. Das Emissionsvermögen muß nicht unbedingt einen Sprung bei der Umwandlungstemperatur machen. Zweifelloos findet sich auf der Kraterfläche eine Schicht, die durch teilweise Verbrennung stark aufgelockert und Sauerstoff- bzw. CO-haltig ist. Diese fortwährend nachgebildete Schicht bestimmt aber unter Umständen die optischen Eigenschaften des Kraters schon bei Schichtdicken von wenigen Wellenlängen.

Das in Abb. 16 auftretende Änderungsgebiet von 3650 bis 3720° K liegt etwas tiefer als die weiter oben ermittelte Umwandlungstemperatur von 3700° K. Die Temperaturmeßgenauigkeit liegt beim Vergleich so dicht benachbarter

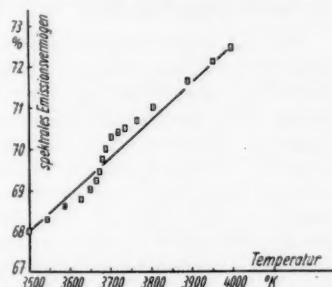


Abb. 16. Emissionsvermögen bei 350 μ als Funktion der Temperatur

³⁸⁾ J. Euler, Z. angew. Phys. 1, 411 (1949).

³⁹⁾ J. Euler, Ann. Physik (6) 11 203-224 (1954) u. 14, 145 (1954).

Temperaturen hier bei $\pm 5-6^\circ \text{K}$. Die Abweichung ist also eindeutig größer als die Meßgenauigkeit; sie erklärt sich wahrscheinlich aus den Verunreinigungen der Kohle RKS, die nicht hochgereinigt war, während die weiter oben vermessenen Kohlen praktisch keine Verunreinigungen enthielten.

Zusammenfassung

Durch quantitative Photometrie in gelegentlich vorhandenen Lunkern der Lichtbogenanode aus reiner Kohle kann die Temperaturverteilung im Inneren der Anode ermittelt werden. Da der Wärmestrom durch die Anode aus energetischen Überlegungen bekannt ist, läßt sich das Wärmeleitvermögen bei Temperaturen zwischen 3400 und 4000°K angeben.

Die Temperatur fällt unmittelbar hinter der Kohlestirnfläche sehr steil ab. Die Kurven zeigen bei etwa 3700°K einen Knick. Bei dieser Temperatur ist von älteren Autoren der Schmelzpunkt vermutet worden und eine Schmelzwärme von 10 kcal/Mol angegeben worden. Dieser Wert ist den neuen Messungen verträglich; die Meßgenauigkeit ist aber sehr gering. Untersuchungen des Emissionsvermögens bei $350 \text{ m}\mu$ zwischen 3500 und 3800°K ergeben in gewisser Weise eine Bestätigung. Die Front der Kohle ist mit einer Schicht sehr geringen Wärmeleitvermögens bedeckt, deren Dicke mit steigender Belastung zunächst wächst, um nach dem Zischen stark abzusinken. Dieses Verhalten kann durch Abschätzungen plausibel gemacht werden. Die schlecht wärmeleitende Schicht bedingt einen leicht beobachtbaren „Überholeffekt“ beim Abschalten mancher Bögen.

Ob die experimentell gefundene Schicht flüssig ist oder fest, kann nicht entschieden werden. Zum mindesten müßte die Flüssigkeit sehr viskos sein. Zweifellos liegt aber bei etwa 3700°K ein Sprung in der Wärmeleitung vor; das Kohlematerial ist oberhalb und unterhalb 3700°K nicht identisch. Dadurch erklärt sich die Diskrepanz zwischen den bisher im Lichtbogen maximal gefundenen Temperaturen von etwa 4000°K und der „Sublimationstemperatur“ von 4600°K , die amerikanische Autoren³⁷⁾ aus Dampfdruckmessungen extrapoliert haben. Die Extrapolation ist nur zulässig, wenn das Material keine Umwandlungen durchmacht. Diese Umwandlung ist aber nach den vorstehenden Ergebnissen zum mindesten sehr wahrscheinlich geworden.

Bei 3700°K scheint weiter eine Wärmetönung aufzutreten, die abgeschätzt werden kann und in der Größenordnung von 10 cal/Mol liegt. Zwischen 3650 und 3720°K ändert sich auch das spektrale Emissionsvermögen im UV stärker als in anderen Temperaturgebieten.

Die vorstehende Arbeit entstand 1951–1952 im Physikalischen Institut der T. H. Braunschweig. Dem Institutsdirektor, Herrn Professor Cario, danke ich herzlich für das der Arbeit entgegengebrachte Interesse. Ihm wie auch den Herren Professor Kohler, Professor Finkelnburg und Professor Höcker verdanke ich weiter eine Reihe von interessanten und anregenden Diskussionen.

Das Kohlematerial stellten in großzügiger Weise die Ringsdorf-Werke und die Firma Schunk & Ebe zur Verfügung. Besonders Herrn Dr. Neu-

kirchen von den Ringsdorff-Werken möchte ich für manchen Ratschlag bei der Auswahl geeigneter Kohlen danken.

Die Firma Optique et Precision de Levallois half mir über ihre deutsche Vertretung, Fa. Glock & Co., durch die leihweise Überlassung einer Foca Universal. Das Negativ- und Positivmaterial verdanke ich den Firmen Perutz und Leonar.

Bei den Messungen und Berechnungen halfen mir Herr Dr. O. Weber sowie die Herren Diplom-Physiker H. Fricke, A. Groeneveld und M. Kleeberg. Allen Genannten gilt mein herzlicher Dank.

Die Veröffentlichung der Arbeit kann aus äußeren Gründen erst jetzt erfolgen.

Frankfurt/Main, Zentral-Laboratorium der Accumulatorenfabrik AG,
Neue Mainzer Str. 54.

Bei der Redaktion eingegangen am 11. August 1956.

Über die Statistik des Zündverzuges

Von W. Feldt und H. Raether

Mit 3 Abbildungen

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstage gewidmet

Inhaltsübersicht

Messungen der Zündverzugszeiten in Luft bei so starker Bestrahlung der Kathode (mehrere 10^7 Elektr./sec), daß die Wartestatistik nach v. Laue zu vernachlässigen ist, lassen eine Statistik der Aufbauzeit erkennen. Diese ist durch die statistischen Schwankungen in der Zahl der Nachlieferungselektronen während der Entwicklung der Entladung bedingt.

Legt man an eine Funkenstrecke eine Spannung, die größer als die statische Durchbruchspannung (U_D) ist, so bezeichnet man die Zeit zwischen dem Anlegen der Spannung (Überschreiten von U_D) und dem Zusammenbruch der Spannung (Durchschlag) als „Zündverzug“. Diese Zeit setzt sich zusammen aus der für die Entwicklung der Entladung notwendigen Aufbauzeit T_A und aus der Wartezeit auf ein durch Fremdeinstrahlung ausgelöstes „Startelektron“. Ist β die Wahrscheinlichkeit, daß in einem Zeitintervall dt ein Elektron ausgelöst wird und p die Wahrscheinlichkeit, daß dieses Elektron die Zündung herbeiführt, so ist wenn n_0 -Stoßversuche angestellt werden, die Zahl der Versuche n_t , die bis zur Zeit t noch nicht zur Zündung geführt haben

$$n_t = n_0 \exp \left(-\beta \int_0^t p dt \right)^1)^2).$$

Setzt man wie üblich für $t < T_A$ $p = 0$ und für $t \geq T_A$ $p = p_0 = 1 - \frac{1}{\mu}$), so wird

$$n_t = n_0 \exp \left(-\frac{t - T_A}{\sigma} \right), \quad t \geq T_A.$$

$\sigma = \frac{1}{\beta p_0}$ wird die mittlere Streuzeit genannt; ihr reziproker Wert ($1/\sigma$) gibt an, wieviel Elektronen im Mittel pro sec an der Kathode durch Bestrahlung ausgelöst werden. Trägt man wie üblich $\ln \frac{n_t}{n_0}$ abhängig von der Zeit (t) auf, so erhält man von 0 bis T_A sec eine Horizontale, da mindestens die Aufbau-

¹⁾ M. v. Laue, Ann. Physik **76**, 261 (1925).

²⁾ K. Zuber, Ann. Physik **76**, 231 (1925).

³⁾ G. Hertz, Z. Physik **106**, 102 (1937); W. Braunbeck, Z. Physik **39**, 6 (1926); R. A. Wismann, Phys. Rev. **75**, 833 (1949).

zeit vergehen muß, bis eine Zündung einsetzt. Für $t > T_A$ ergibt sich eine abfallende Gerade mit der Neigung $1/\sigma$. Je stärker die eingestrahlte Lichtintensität ist und damit die Primärelektronenzahl, desto stärker fällt die Gerade ab, wie experimentell mehrfach festgestellt wurde⁴⁾.

Bei Wiederholung dieser Versuche im Zusammenhang mit anderen Fragen fanden wir in Luft ($p \approx 1000$ Torr cm) bei starker Einstrahlung (10^7 Elektronen/sec), statt einer geraden eine gekrümmte Verteilungskurve, die darauf hindeutet, daß hier die Statistik des Entladungsaufbaues ins Spiel kommt, Abb. 1 und 2.

Die Messungen wurden in der von Köhrmann⁵⁾ beschriebenen Apparatur ausgeführt; in Abänderung dieser Anordnung geschah die Lichteinstrahlung statt von der Seite durch ein in der Anode befindliches Netz senkrecht auf die Kathode. Die Zahl der ausgelösten Photoelektronen wurde direkt mit Hilfe eines Gleichstromverstärkers gemessen. Der an die Entladungsstrecke gelegte Spannungsimpuls stieg innerhalb 10^{-7} sec auf seinen Höchstwert an. Der Spannungsverlauf wurde mit Hilfe eines AEG-Stoßoszillographen photographisch registriert, wobei eine zeitliche Auflösung von 10^{-8} sec möglich war. Für jede Verteilung wurden etwa 100 Messungen ausgeführt. Der Primärelektronenstrom I_0 blieb innerhalb der Meßgenauigkeit (10–30 %) konstant. Die laufende Kontrolle der Durch-

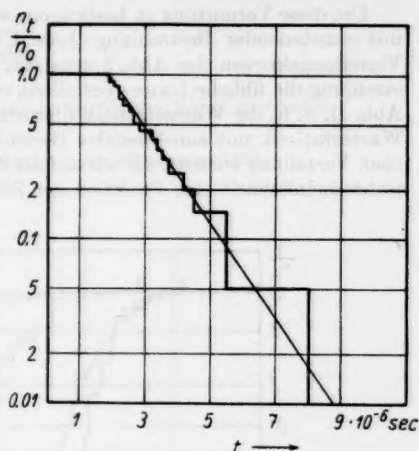


Abb. 1. Beispiel einer „Wartestatistik“. $p = 996$ Torr cm. Überspannung: 2,6%. Anzahl der ausgelösten Primärelektronen: $N_0 = 6,7 \cdot 10^8$ El/sec

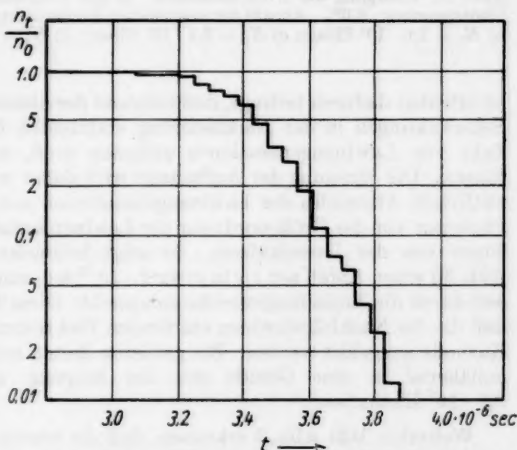


Abb. 2. Beispiel einer „Aufbaustatistik“. $p = 976$ Torr cm. Überspannung: 1,2%. Anzahl der ausgelösten Primärelektronen: $N_0 = 2,8 \cdot 10^7$ El/sec

⁴⁾ R. Strigel, Elektr. Stoßfestigkeit, Berlin 1952; B. Gänger, Arch. Elektrotechn. **39**, 508 (1950).

⁵⁾ W. Köhrmann, Z. angew. Physik **7**, 183 (1955).

bruchsspannung gestattete eine Festlegung der Überspannung während einer Meßreihe auf 0,05 %.

Um diese Vermutung zu bestätigen, wurde die Verteilung der Zündverzüge mit zunehmender Bestrahlung (feste Überspannung) gemessen und die vier Verteilungskurven der Abb. 3 erhalten. Sie zeigen, daß bei schwacher Einstrahlung die übliche Laue-Verteilung erhalten wird (Abb. 3a entspricht der Abb. 1), d. h. die Wartestatistik überwiegt, daß jedoch bei Unterdrücken der Wartestatistik mit zunehmender Bestrahlung eine Abweichung von der üblichen Verteilung auftritt, die wir auf die Tatsache zurückführen, daß die Zündwahrscheinlichkeit eine Funktion der Zeit ist. Diese Statistik der Aufbauzeit

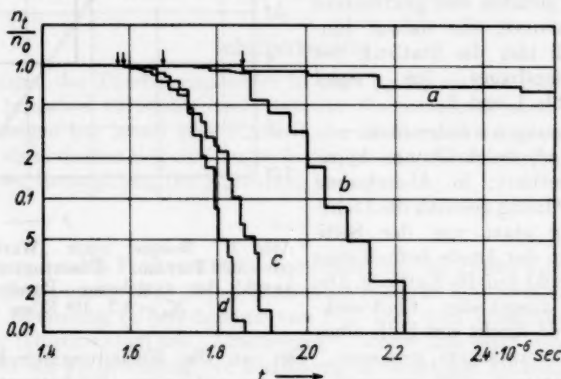


Abb. 3. Übergang der „Wartestatistik“ in die „Aufbaustatistik“. $p_d = 996$ Torr cm. Überspannung: 2,6 %. Anzahl der ausgelösten Primärelektronen: a) $N_0 = 6,7 \cdot 10^5$ El/sec; b) $N_0 = 2,0 \cdot 10^7$ El/sec; c) $N_0 = 3,1 \cdot 10^7$ El/sec; d) $N_0 = 5,0 \cdot 10^7$ El/sec

ist offenbar dadurch bedingt, daß während des Ablaufs der Lawinengenerationen Schwankungen in der Nachlieferung stattfinden und daher eine wechselnde Zahl von Lawinengenerationen ablaufen muß, um die Zündung herbeizuführen. Die Streuung der Aufbauzeit wird daher von der Größenordnung des zeitlichen Abstandes der Lawinengenerationen sein: Bei Nachlieferung durch Photonen von der Größenordnung der Lawinenlaufzeit; bei Nachlieferung durch Ionen von der Ionenlaufzeit. So zeigt beispielsweise die Verteilungskurve Abb. 3d einen Abfall auf $1/e$ in etwa $2 \cdot 10^{-7}$ sec, eine Zeit, die der Lawinenlaufzeit durch die Entladungsstrecke entspricht. Diese Tatsache deutet darauf hin, daß die die Nachfolgelawinen startenden Elektronen durch Photoeffekt an der Kathode ausgelöst werden. Bei größeren Zeiten mündet die Verteilungskurve annähernd in eine Gerade mit der Neigung $1/\sigma \approx 5 \cdot 10^7$ El/sec ($N_0 = 5,0 \cdot 10^7$ Elektr./sec).

Weiterhin läßt Abb. 3 erkennen, daß die kürzeste Aufbauzeit (siehe Pfeile in Abb. 3) bei zunehmender Einstrahlung abnimmt. Dadurch, daß mehr Elektr./sec ausgelöst werden, wird vermutlich die Entstehung der Raumladung beschleunigt, die die rasche Stromsteigerung (Durchbruch) zur Folge

hat. Auf Grund der hier gemessenen Statistik der Aufbauzeit hat Legler seine theoretischen Betrachtungen^{*)} erweitert und die nachstehenden Berechnungen angestellt, die eine gute Übereinstimmung mit den Experimenten erkennen lassen.

*) W. Legler, Z. Physik 140, 221 (1955).

Hamburg, Institut für Angewandte Physik der Universität.

Bei der Redaktion eingegangen am 27. August 1956.

Statistische Probleme bei Nachlieferungsprozessen und beim Townsend-Aufbau von Gasentladungen

Von Werner Legler

Mit 2 Abbildungen

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstage gewidmet

Inhaltsübersicht

Die statistische Verteilung der an der Kathode ausgelösten Nachlieferungselektronen einer Elektronenlawine liefert eine statistische Verknüpfung der Lawinenzahl aufeinanderfolgender Generationen einer in Ionisierungsspielen ablaufenden Entladung (Townsend-Entladung). Hieraus ergibt sich eine Streuung der Aufbauzeit der Entladung, die zusammen mit der statistisch verteilten Auslösung der Primärelektronen die Verteilung der Zündverzögerungen beim Townsend-Aufbau liefert. Diese Verteilung wird mit dem Experiment verglichen.

Statistik der Nachlieferungsprozesse

Die in den letzten Jahren in unserem Institut durchgeführten Untersuchungen über einzelne Elektronenlawinen und deren Rolle beim Zündvorgang von Gasentladungen ergaben, daß statistische Schwankungserscheinungen eine nicht zu unterschätzende Rolle spielen. Besonders auffällig ist dies für den Prozeß der Erzeugung von Nachlieferungselektronen an der Kathode. Die Zahl k der Nachlieferungselektronen, die eine aus n Elektronen bestehende Lawine erzeugt, unterliegt der Poisson-Verteilung

$$w(n, k) = \frac{(\gamma n)^k}{k!} \cdot e^{-\gamma n}. \quad (1)$$

[$w(n, k)$ = Wahrscheinlichkeit, daß eine Lawine von n Elektronen ($n \gg 1$) an der Kathode k Nachlieferungselektronen auslöst; γ = Nachlieferungskoeffizient¹⁾ ²⁾.]

Diese Verteilung gilt unabhängig von der Art des Sekundärprozesses, also nicht nur für Nachlieferung durch positive Ionen (γ_+ -Effekt), sondern auch für Photoeffekt durch Lawinenstrahlung (γ_{ph} -Effekt) und Auslösung durch Metastabile (γ_m -Effekt³⁾). Unter Berücksichtigung dieser Streuung im Nachlieferungsprozeß konnten Braunbeck¹⁾ und Hertz²⁾ angeben, mit welcher Wahr-

¹⁾ W. Braunbeck, Z. Physik **89**, 6 (1926).

²⁾ G. Hertz, Z. Physik **106**, 102 (1937).

³⁾ W. Legler, Z. Physik **140**, 221 (1955).

scheinlichkeit ein an der Kathode startendes Elektron die Zündung der Entladungsstrecke herbeiführt. Dabei wird als Zündung definiert, daß das Elektron eine nicht abreißende Kette von Elektronenlawinen nach sich zieht, so daß in der Entladungsstrecke ein dauernder Strom fließt, ohne daß durch fremden Einfluß weitere Elektronen an der Kathode ausgelöst werden müssen. Bei diesen Rechnungen blieb jedoch die breite Verteilung der Lawinengröße n um den Mittelwert $\bar{n} = e^{\mu d}$, die von Frommhold⁴⁾ im ebenen Feld experimentell bestimmt wurde, unberücksichtigt. Wijsman⁵⁾ hatte diese Verteilung theoretisch abgeleitet und erhielt mit

$$\omega_k = \frac{\mu^k}{(1 + \mu)^{k+1}} \quad (2)$$

die Wahrscheinlichkeit dafür, daß eine Lawine k Nachlieferungselektronen auslöst. Dabei ist $\mu = \gamma \cdot e^{\mu d}$. Diese Verteilung hat eine wesentlich breitere Streuung als die Poisson-Verteilung. Mit (2) erhält man für die Zündwahrscheinlichkeit P eines einzelnen Elektrons

$$P = \begin{cases} 0 & \text{für } \mu < 1 \\ 1 - 1/\mu & \text{für } \mu \geq 1. \end{cases} \quad (3)$$

Mit Angabe dieser Zündwahrscheinlichkeit sind aber die statistischen Probleme der Nachlieferungsprozesse nicht erschöpft. Es ergeben sich die Fragen nach der Bildung von Lawinenketten unterhalb der Zündspannung, der zeitlichen Entwicklung der zündenden Entladung bei der statischen Zündspannung ($\mu=1$) und bei Überspannung ($\mu>1$), sowie nach der Aufbauzeit und der Zündverzugszeit der Entladung. Hier wollen wir uns mit der Zündverzugszeit beschäftigen; die anderen Fragen wurden ausführlich schon an anderer Stelle behandelt³⁾.

Der Zündverzug der Townsend-Entladung

Zunächst muß gesagt werden, zu welchem Zeitpunkt die Entladung als gezündet angesehen werden soll. Meßtechnisch ist dieser Punkt dadurch definiert, daß der wachsende Strom die Spannung an der Entladungsstrecke rasch absinken läßt. Einem fest gewählten Wert der Spannungsabsenkung entspricht in der Entladungsstrecke ein bestimmter Strom, der durch ihren Bau und die äußeren Schaltelemente bestimmt wird. Dieser Strom ist aber bereits so groß, daß die Raumladung in der Entladungsstrecke schon eine wesentliche Verzerrung des Feldes bewirkt. Man könnte nun den Einwand erheben, daß die statistische Rechnung gar nicht bis in dieses Gebiet ausgedehnt werden darf, da die Lawinen stets unter gleichen Bedingungen laufen sollen, was bei wachsender Raumladung sicher nicht erfüllt ist. Nun ist aber bei Beginn der Raumladungsstörung die Lawinenzahl bereits so groß, daß der weitere Ablauf der Entladung sicher keinen merklichen statistischen Streuungen mehr unterworfen ist. Bewirkt das Auftreten der Raumladung eine Erhöhung

⁴⁾ L. Frommhold, Z. Physik 144, 396 (1956), siehe auch Abb. 6 bei H. Raether, Z. angew. Physik 7, 50 (1955).

⁵⁾ R. A. Wijsman, Physic. Rev. 75, 833 (1949).

der Gasverstärkung (dies ist bei $\frac{\partial \alpha}{\partial E^2} > 0$ der Fall) und somit eine wesentliche Beschleunigung des Zündvorganges, so wird man diesen Zeitpunkt als Zündpunkt ansehen können. Allgemein kann gesagt werden, daß zum Zündzeitpunkt die Lawinenzahl in der Entladungsstrecke einen Wert N überschreiten muß, wobei N von der speziellen Definition des Zündpunktes abhängt.

Nimmt man an, daß zur Zeit $t = 0$ an der Kathode das Elektron startet, welches die Zündung der Entladung herbeiführt, so kann man berechnen, mit welcher Wahrscheinlichkeit $W_s(k)$ in der k -ten Generation die kritische Lawinenzahl N bereits überschritten worden ist. Es ist

$$W_s(k) = \exp(-N \cdot (\mu - 1) \cdot \mu^{-k}). \quad (4^a)$$

Der zeitliche Abstand zweier aufeinanderfolgender Lawinengruppen wird als Generationenabstand τ_0 bezeichnet. Er wird wesentlich durch den wirklichen Nachlieferungsmechanismus bestimmt und ist bei Nachlieferung durch Ionen etwa gleich der Ionenlaufzeit τ_+ und bei Nachlieferung durch kathodischen Photoeffekt von der Größenordnung der Elektronenlaufzeit τ_- . Mit $k = t/\tau_0$ lautet W_s als Funktion der Zeit

$$W_s(t) = \exp(-N \cdot (\mu - 1) \cdot \mu^{-t/\tau_0}). \quad (5)$$

Diese Verteilung hat nun den Nachteil, daß ihre experimentelle Prüfung sehr schwierig ist. Es wäre dazu erforderlich, auf den Bruchteil eines Generationenabstandes τ_0 genau (also evtl. mit einer Genauigkeit von $\pm 10^{-8}$ sec) an der Kathode ein und nur ein Elektron auszulösen. Um diese Schwierigkeit zu umgehen wurde der Einfluß dieser Verteilung auf die Streuung der Zündverzugszeit beim Townsend-Aufbau untersucht.

Zur Zeit $t = 0$ möge die Spannung an die Entladungsstrecke gelegt werden. An der Kathode werden (z. B. durch UV-Bestrahlung) in statistischer Verteilung n_0 Elektronen pro Sekunde ausgelöst. Die Wahrscheinlichkeit, daß zur Zeit t die Entladungsstrecke noch nicht gezündet hat (d. h. die Lawinenzahl der laufenden Generation hat noch nicht den Wert N überschritten), ergibt sich zu⁷⁾

$$W(t) = \frac{\Gamma(s, e^{-s})}{\Gamma(s)}, \quad (6)$$

wobei $\Gamma(s, e^{-s})$ die unvollständige Gammafunktion⁸⁾ ist, definiert durch

$$\Gamma(s, e^{-s}) = \int_0^{e^{-s}} y^{s-1} \cdot e^{-y} dy. \quad (7)$$

s ist der Einstrahlungsparameter, definiert durch

$$s = n_0 \cdot (1 - 1/\mu) \cdot \tau_0 / \ln \mu. \quad (8)$$

^{a)} Ableitung von Gl. (6) siehe⁸⁾.

⁷⁾ Die ausführliche Ableitung der Gleichungen (6), (11) und (12) wird an anderer Stelle gegeben.

⁸⁾ K. Pearson, Tables of the Incomplete Γ -Function (Cambridge University Press, 1951).

In der Zeit $\tau_0/\ln \mu$, in der sich die Lawinenzahl um das e -fache vermehrt, starten im Mittel s Elektronen, die jeweils allein die Zündung herbeiführen könnten. Die Variable x ist die normierte Zeit, definiert durch

$$x = t \cdot \frac{\ln \mu}{\tau_0} - \ln N(\mu - 1). \quad (9)$$

Abb. 1 zeigt $W(t)$ nach Gl. (8) als Funktion der normierten Zeit x für verschiedene Werte des Einstrahlungsparameters s . Bei schwacher Bestrahlung der Kathode, d. h. bei $s \ll 1$, geht $W(t)$ in die bekannte Lauesche Formel

$$W(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } t < T_a \\ e^{-(t-T_a)/\sigma} & \text{für } t \geq T_a \end{cases} \quad (10)$$

mit

$$T_a = \tau_0 \cdot \frac{C + \ln N(\mu - 1)}{\ln \mu}, \quad C = 0,577$$

und

$$1/\sigma = n_0(1 - 1/\mu)$$

über.

Dies ist an den Kurven für $s = 0,1$ und $s = 0,3$ zu erkennen, die etwa ab $x = 2$ praktisch rein exponentiell abklingen. Bei $s = 1$ und $s = 3$ ist schon sehr deutlich die Abweichung vom Typus der Laue-Verteilung zu erkennen.

An den Kurven für $s = 3$ bzw. $s = 10$ ist deutlich eine Verkürzung der Aufbauzeit durch die starke Bestrahlung zu bemerken, denn dem Wert $x = C = 0,577$ entspricht die mittlere Aufbauzeit einer Entladung, die durch ein einzelnes Elektron gezündet worden ist.

Diese Verteilungsfunktion wird mit einer Messung aus der vorangehenden Arbeit verglichen, die in Luft ($p = 488$ Torr, $d = 2$ cm) bei einer Überspannung von 1,2 % (entsprechend $\mu = 3,2$) durchgeführt wurde. Als Zündkriterium wurde $N = 10^6$ angenommen. Dies entspricht einer kritischen Stromstärke $5 \cdot 10^{-2}$ A. Bei dieser Lawinenzahl würde das durch Raumladung bedingte Feld die Größe des ursprünglich angelegten Feldes erreichen. Berechnet man auf Grund der theoretischen Verteilung den Mittelwert \bar{t} und die Streuung σ^2 und setzt diese Werte den entsprechenden Werten der experimentellen Verteilung gleich, so erhält man ein Gleichungspaar zur Bestimmung des Generationenabstandes τ_0 und des Einstrahlungsparameters s . Diese Gleichungen lauten

$$\bar{t} = \frac{\tau_0}{\ln \mu} \cdot \left\{ \ln N \cdot (\mu - 1) - \frac{d}{ds} (\ln \Gamma(s)) \right\} \quad (11)$$

$$\sigma^2 = \left(\frac{\tau_0}{\ln \mu} \right)^2 \cdot \frac{d^2}{ds^2} (\ln \Gamma(s)). \quad (12)$$

Für den Generationenabstand τ_0 findet man $2,9 \cdot 10^{-7}$ sec und für den Einstrahlungsparameter erhält man $s = 3$, d. h. $n_0 = 1,7 \cdot 10^7$ Elektronen pro Sekunde. Diese Werte stimmen befriedigend mit dem durch Nebelkammer-

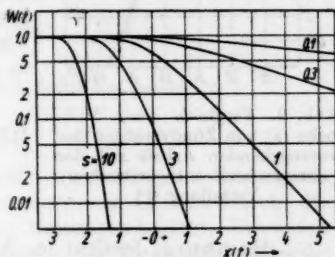


Abb. 1. Wahrscheinlichkeit $W(t)$, daß zur Zeit t nach dem Anlegen der Spannung die Entladungstrecke noch nicht gezündet hat. $x(t)$ ist ein normierter Zeitmaßstab und s der Einstrahlungsparameter [siehe Gl. (8) und (9)]

versuche bestimmten Wert der Elektronenlaufzeit von $1,4 \cdot 10^{-7}$ sec (eine Zeit, die man bei Photonachlieferung als Generationenabstand annehmen kann) und dem gemessenen Wert von $2,8 \cdot 10^7$ Elektronen pro Sekunde⁹⁾ überein. Eine Variation des Wertes N bedingt keine wesentliche Änderung der Werte für τ_0 und n_0 , da N nur logarithmisch in die Bestimmungsgleichungen eingeht. Bei dieser Wahl der Parameter wird der Verlauf der gemessenen Verteilung durch die angegebene Verteilungsfunktion (8) sehr gut wiedergegeben, wie man aus Abb. 2 erkennt, in der beide Verteilungen dargestellt sind.

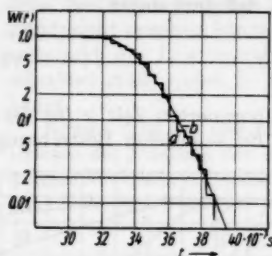


Abb. 2. Vergleich einer Meßreihe (a) von Zündverzügen der vorangehenden Arbeit mit der entsprechenden theoretischen Verteilung (b)

⁹⁾ Vgl. Abb. 2 der Arbeit W. Feldt u. H. Raether, Ann. Physik (6) 18, 371 (1956).

Hamburg, Institut für Angewandte Physik der Universität.

Bei der Redaktion eingegangen am 27. August 1956.

Der Einfluß der Luftfeuchtigkeit auf den elektrischen Durchschlag in Luft

Von Wilfried Köhrmann

Mit 6 Abbildungen

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstage gewidmet

Inhaltsübersicht

Die folgende Untersuchung hat den Zweck, die vorliegende Diskrepanz in den Werten der statischen Durchbruchspannung von Luft zu klären, die zwischen den Standardwerten und den neueren Messungen besteht. Es werden Messungen der statischen Durchbruchspannung einer Plattenfunkenstrecke mitgeteilt, die zeigen, daß die Luftfeuchtigkeit einen Einfluß auf die Durchbruchspannung hat. Ergänzend dazu werden Messungen der Aufbauzeit bei Überspannung gebracht, wodurch Aussagen über den Aufbaumechanismus der Entladung gemacht werden können. Bei kleinen Überspannungen ist ein Townsend-Mechanismus mit photoelektrischer Nachwirkung an der Kathode wirksam, während bei größeren Überspannungen ein Kanalaufbau stattfindet. Durch den Zusatz von Wasserdampf verschiebt sich die Grenze zwischen beiden Aufbaumechanismen zu kleineren Überspannungen.

1. Einleitung

Für die statische Durchbruchspannung einer Plattenfunkenstrecke in Luft ergeben sich nach den Messungen verschiedener Autoren unterschiedliche Werte. Während die mit Wechselfeldspannung bestimmten Standardwerte¹⁾ lange Zeit als gesichert galten, konnten z. B. von Bruce²⁾, Fisher³⁾ und vom Verfasser⁴⁾ bei einem Elektrodenabstand von 1 cm und Atmosphärendruck kleinere Werte der statischen Durchbruchspannung festgestellt werden, wobei die beiden letzten Messungen mit Gleichspannung durchgeführt wurden.

Es war schon vom Verfasser vermutet worden⁴⁾, daß der Einfluß der Luftfeuchtigkeit auf die Durchbruchspannung diesen Unterschied erklären kann, da z. B. die Messungen von Fisher ebenso wie die eigenen Messungen in trockener Luft ausgeführt wurden, während sich die Standardwerte auf einen Wasserdampf-Partialdruck p_w von 10 Torr beziehen.

¹⁾ W. O. Schumann, Elektrische Durchbruchfeldstärke in Gasen (Berlin 1923); Landolt-Börnstein, 5. Aufl. Erg. IIIb, S. 1252; H. Ritz, Arch. f. Elektr. **26**, 219 (1932); W. Holzer, Arch. f. Elektr. **26**, 865 (1932).

²⁾ F. M. Bruce, J. Instn. Electr. Engrs. **94** (II), 138 (1947).

³⁾ L. H. Fisher, Physic. Rev. **72**, 423 (1947).

⁴⁾ W. Köhrmann, Z. angew. Phys. **7**, 183 (1955), Appl. sci. Res. B **5**, 288 (1955).

2. Durchbruchspannung

a) Messungen bei Atmosphärendruck

Zur Bestimmung der statischen Durchbruchspannung U_D wurde eine größere Zahl von Funken-Durchbrüchen gemessen. Abgesehen von anfänglich streuenden Werten (Wegbrennen von Staub), ergab sich eine Reproduzierbarkeit von etwa 0,05%, sofern Pausen von einer Minute zwischen den Funken eingehalten wurden. Die Unsicherheit in der Angabe von $U_D = U_D(p, d)$ ist jedoch größer ($\approx 0,3\%$), da die Fehler in der Druck-, Temperatur und Abstandsmessung berücksichtigt werden müssen. Die in der folgenden Tab. 1 dargestellten Ergebnisse sind auf eine Gasdichte von 760 Torr und 20°C bezogen.

Tabelle 1

d	$U_D^{5)}$ $p_{\text{Wasser}} = 0 \text{ Torr}$	U_D $p_{\text{Wasser}} = 10 \text{ Torr}$	U_D Alte (Standardwerte)
0,5 cm	16,4 kV	16,8 kV	16,9 kV
1,0	30,1	30,9	31,3
1,5	42,9	44,4	45,5
2,0	55,8	57,6	59,4

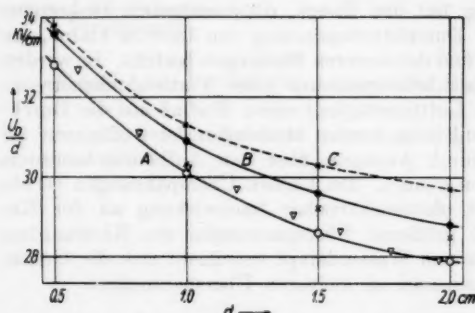


Abb. 1. Durchbruchfeldstärke für Luft von Atmosphärendruck ($p = 760 \text{ Torr}$, 20°C); A \circ Eigene Messungen in trockener Luft ($p_w = 0 \text{ Torr}$); B \bullet Eigene Messungen in feuchter Luft ($p_w = 10 \pm 1 \text{ Torr}$); ∇ Messungen von Fisher; \times Messungen von Bruce; C \bullet Werte nach Schumann (1935)

einstimmt, während sich die Werte von Bruce für kleinere Abstände nicht in die Kurve B einfügen. Bruce führte seine Messungen in freier Atmosphäre aus, wobei er keine näheren Angaben über die Luftfeuchtigkeit machte⁶⁾. Grundsätzlich erkennt man, daß die Werte von Schumann¹⁾, die sich auf $p_w = 10 \text{ Torr}$ und Messung mit Wechselspannung beziehen, wenigstens für $d > 1 \text{ cm}$ etwas zu hoch angesetzt sind.

⁵⁾ In einer früheren Veröffentlichung⁴⁾ waren Messungen bei verschiedenen Drucken in einer Paschenkurve dargestellt worden. Unter Berücksichtigung aller Meßwerte wurde eine mittlere Kurve gezeichnet, aus der die dort angegebenen Werte der Durchbruchspannung für 760 Torr gewonnen wurden. Offenbar sind geringe systematische Abweichungen vom Paschengesetz vorhanden, da alle Meßpunkte für Atmosphärendruck unter der mittleren Kurve liegen. Für die hier angegebenen Werte werden nur die Messungen bei Atmosphärendruck berücksichtigt.

⁶⁾ In einer Diskussion mit Meek behauptet Bruce (Proc. Inst. Electr. Engrs. 98 (II), 362 (1951)), daß die Luftfeuchtigkeit keinen Einfluß auf die Durchbruchspannung hat.

b) Messungen bei 500 Torr

Zur Feststellung der Durchbruchspannung bei variablen Wasserdampf-Partialdruck p_w diente eine weitere Meßreihe. Dabei wurde nach der Evakuierung des Rezipienten eine abgewogene Wassermenge verdampft und der Wasserdampf-Partialdruck p_w gemessen. Darauf wurde getrocknete Luft eingelassen, bis der Gesamtdruck $p_w + p_L = 500$ Torr betrug. Bemerkenswert ist, daß unter diesen Bedingungen (abgeschlossener Rezipient, kein Austausch des Gasinhaltes mit der Außenluft) bei trockener Luft ein Anwachsen der Durchbruchspannung mit der Funkenzahl beobachtet wurde. Erst nach etwa 100 Funken erreichte die Durchbruchspannung einen relativ konstanten Wert. Die nach dieser Methode durchgeführten Messungen sind in Abb. 2 wieder gegeben.

Die Abhängigkeit der statischen Durchbruchspannung von der Luftfeuchtigkeit p_w war schon früher von Ritz⁷⁾ beobachtet worden. Bei Elektrodenabständen von 1 bzw. 2 cm und Atmosphärendruck fand Ritz im Bereich $2 < p_w < 32$ Torr einen ähnlichen Verlauf der Durchbruchspannung wie er in Abb. 2 dargestellt wird, jedoch liegen die Absolutwerte der Durchbruchspannung höher als sie hier mitgeteilt wurden (siehe Tab. 1).

Über die Änderung der statischen Durchbruchspannung U_D mit der Luftfeuchtigkeit bei größeren Abständen ($d = 4$ bzw. 5 cm) und Atmosphärendruck berichtet Schröder⁸⁾.

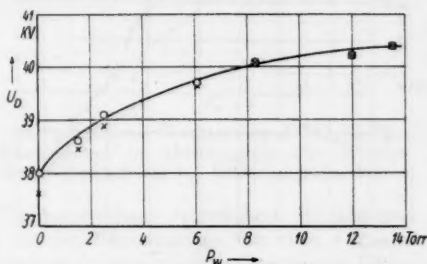


Abb. 2. Durchbruchspannung in Abhängigkeit von Wasserdampf-Partialdruck p_w . Gesamtdruck $p_w + p_L = 500$ Torr (20°C), Abstand der Funkenstrecke $d = 2$ cm; \times Anfangswert; \circ nach 100 Durchschlägen

3. Untersuchungen über den Aufbaumechanismus

a) Trockene Luft

Um einen ersten Einblick in den Aufbaumechanismus zu bekommen, wird man die mittlere Lawinenverstärkung $e^{\alpha d}$ beim statischen Durchbruch berechnen. Bei Benutzung der bekannten Werte für den Stoßionisationskoeffizienten ergibt sich $\alpha d = 12,0$ ($p = 500$ Torr, $d = 2$ cm, $U_D = 38,0$ kV). Weiter rechnet man aus, daß bei $U = 40,4$ kV, entsprechend einer Überspannung $\Delta U/U_D = 6,3\%$, die in der Vorentladung ablaufenden Lawinen die für den Kanalaufbau kritische Verstärkung⁹⁾

$$\alpha d = 17,7 + \ln d$$

gerade erreichen. Es ist daher zu erwarten, daß bei größeren Überspannungen als 6,3 % der Durchschlag durch einen Kanalaufbau eingeleitet wird, während bei kleineren Überspannungen offenbar ein Townsend-Aufbau stattfindet.

⁷⁾ H. Ritz, Arch. d. Elektr. 26, 219 (1932).

⁸⁾ Siehe die folgende Arbeit.

⁹⁾ H. Raether, Naturwiss. 28, 749 (1940); J. M. Meek, Physic. Rev. 57, 722 (1940).

Die durch Messung ermittelten Aufbauzeiten sind in Abb. 3 als Kurve A aufgetragen¹⁰⁾. Zur Deutung werden diesen Messungen die theoretisch zu

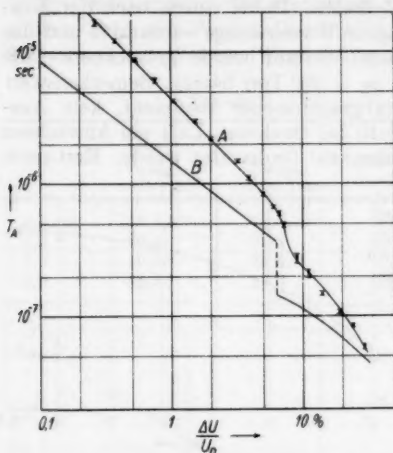


Abb. 3. Aufbauzeit als Funktion der Überspannung für trockene Luft $p_w = 0$ Torr, $p_a = 500$ Torr (20°C), $d = 2$ cm; A Messungen; B Theoretische Kurve. Bei jeder Überspannung werden 5 Oszillogramme ausgemessen; der senkrechte Strich gibt den Bereich an, in dem die erhaltenen Zeiten liegen

Da nach der obigen Rechnung die in der Vorentladung ablaufenden Lawinen bei 6,3% die kritische Verstärkung erreichen, liegt folgende Deutung

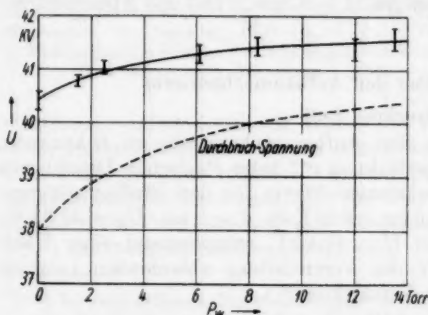


Abb. 4. Einsatzspannung für den Kanalaufbau in Abhängigkeit vom Wasserdampf-Partialdruck p_w . Unterhalb der ausgezogenen Kurve erfolgt der Durchbruch mit einer Stufe, oberhalb wird ein glatter Zusammenbruch beobachtet. Der senkrechte Strich gibt den Übergangsbereich an, in dem beide Arten des Spannungszusammenbruchs nebeneinander auftreten

erwartenden Aufbauzeiten gegenübergestellt; die Berechnung erfolgte in der in (4) angegebenen Weise. Es ergeben sich bei dieser Rechnung zwei Kurvenstücke, die an der Stelle $\Delta U/U_D = 6,3\%$ nicht stetig anschließen (Abb. 3, Kurve B). Die gemessenen Aufbauzeiten zeigen an der Stelle $\Delta U/U_D \approx 6\%$ einen deutlichen Knick und bestätigen damit, daß an dieser Stelle der Townsend-Aufbau durch den Kanalaufbau abgelöst wird.

In der Nähe von 6% Überspannung wird eine weitere Unstetigkeit beobachtet, die darin besteht, daß für $\Delta U/U_D < 5,9\%$ stets eine Stufe im Spannungsrückgang auftritt, während bei $\Delta U/U_D < 6,7\%$ immer ein glatter Durchbruch der Spannung erfolgt, wie in (4) näher beschrieben. Lediglich in dem engen Zwischenbereich $5,9 < \Delta U/U_D < 6,7\%$ werden beide Erscheinungen gleichzeitig beobachtet.

b) Feuchte Luft

Die gleichen Versuche wurden nun in Luft mit Wasserdampfzusatz durchgeführt.

¹⁰⁾ Die Messungen wurden mit der in (4) beschriebenen Apparatur durchgeführt. Durch Verwendung eines Wasserstoff-Thyratrons (Type PL 522 bzw. 5 C 22) konnte eine Anstiegszeit des Impulses von $2 \cdot 10^{-6}$ sec erzielt werden, so daß die Messungen bis zu einer Überspannung von 30% ausgedehnt werden konnten.

Zunächst wird bei verschiedenem Wasserdampf-Partialdruck p_w der Spannungsverlauf beim Zusammenbruch oszillographisch beobachtet. In Abb. 4 ist der Absolutwert der Spannung aufgetragen, oberhalb der keine Stufe im Spannungszusammenbruch gefunden wird. Aus der Differenz ΔU dieses Spannungswertes mit der statischen Durchbruchspannung U_D ergibt sich die für das Verschwinden der Stufe kritische Überspannung $\Delta U/U_D$ (Abb. 5).

Weiter wird für $p_w = 10$ Torr die Aufbauzeit der Entladung in Abhängigkeit von der Überspannung aufgenommen (Abb. 6). Bei gleicher Überspannung ergeben sich kleinere Aufbauzeiten als in trockener Luft; der Knick im Kurvenverlauf ist zu kleineren Überspannungen verschoben. Es läßt sich daraus eine kritische Überspannung für den Kanalaufbau von etwa 4 % entnehmen. Dieser Wert ist in guter Übereinstimmung mit der kritischen Überspannung, die aus dem Verschwinden der Stufe ermittelt wurde.

Die Tatsache, daß mit wachsendem p_w die kritische Überspannung für den Kanalaufbau geringer wird, läßt sich daraus verstehen, daß γ durch den Wasserdampfzusatz kleiner wird (Absorption des Lawinen-Lichtes). Hierdurch wird bei der statischen Durchbruchspannung e^{ad} größer als ohne Wasserdampf-Zusatz sein, so daß der Einsatz des Kanalaufbaus nur einen geringeren Spannungszuwachs benötigt.

Weiter kann aus den Messungen eine Verkleinerung von α bei wachsendem p_w abgelesen werden. In Abb. 4 erkennt man, daß bei Zusatz von Wasserdampf eine höhere Spannung angelegt werden muß, um die Grenze des Kanalaufbaus zu erreichen. Beim Erreichen dieser Grenze hat die Lawinenverstärkung einen bestimmten Wert $(\alpha d)_K$. Die Abb. 4 läßt sich daher so deuten, daß bei Wasserdampf-Zusatz eine höhere Spannung notwendig ist, um gleiches α zu erhalten. Daraus läßt sich dann schließen, daß α — bezogen auf gleiche Feldstärke — durch den Wasserdampf-Zusatz verkleinert wird. Ein Vergleich mit anderen Beobachtungen ist nicht möglich, da die bisherigen Mes-

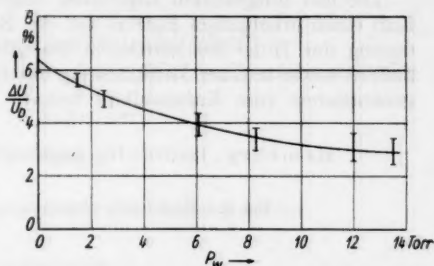


Abb. 5. Kritische Überspannung $\Delta U/U_D$ für den Kanalaufbau in Abhängigkeit vom Wasserdampf-Partialdruck p_w , Erklärung siehe Abb. 4

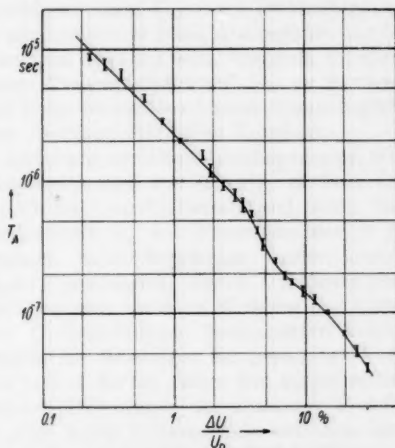


Abb. 6. Aufbauzeit als Funktion der Überspannung für feuchte Luft $p_w = 10$ Torr, $p_w + p_L = 500$ Torr (20°C), $d = 2$ cm

sungen von α ausnahmslos in trockener Luft durchgeführt wurden. Aus dem gleichen Grunde kann auch keine theoretische Betrachtung der Aufbauzeit durchgeführt werden, wie sie für trockene Luft Abb. 3 (Kurve B) zeigt.

Die hier mitgeteilten Ergebnisse zeigen, daß der Wasserdampfgehalt der Luft einen erheblichen Einfluß auf die Entladung hat, der sich in einer Änderung der Höhe der statischen Durchbruchspannung und der Aufbauzeit äußert, sowie in einer Verschiebung der Grenze, die den Aufbau in Lawinengenerationen vom Kanalaufbau trennt.

Hamburg, Institut für Angewandte Physik der Universität.

Bei der Redaktion eingegangen am 27. August 1956.

Der Einfluß der Luftfeuchtigkeit auf die Durchbruchspannung einer Plattenfunkenstrecke

Von G. A. Schröder

Mit 1 Abbildung

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstag gewidmet

Inhaltsübersicht

Es wird gezeigt, daß für Plattenabstände $d \approx 4$ und 5 cm eine Zunahme des Wasserdampfgehalts der Luft zu einem ähnlichen Anstieg der Durchbruchspannung führt, wie er für kleinere Abstände schon früher von anderen Autoren beobachtet wurde.

Da die Bestimmung der Durchbruchspannung U_D einer Plattenfunkenstrecke in Luft für hohe pd -Werte im allgemeinen in freier Atmosphäre durchgeführt wird, muß bei Präzisionsmessungen bekannt sein, wie weit ein Einfluß des stets im Raum vorhandenen Wasserdampfes auf U_D zu berücksichtigen ist. Die Beantwortung dieser Frage ist darüber hinaus unumgänglich für eine eingehende Diskussion der zur Zündung führenden Vorgänge.

Erste genaue Angaben über eine Änderung der Durchbruchspannung mit der Luftfeuchtigkeit brachten die Untersuchungen von Ritz¹⁾. Er fand bei Atmosphärendruck im Bereich von 0,01 bis 2 cm Plattenabstand einen Anstieg von U_D mit zunehmendem Partialdruck p_w des Wasserdampfes, d. h. mit steigender absoluter Luftfeuchtigkeit. Seine Ergebnisse wurden neuerdings durch eine Arbeit von Köhrmann bestätigt²⁾. Durch U_D -Messungen von Bruce³⁾ wurde es jedoch fraglich, ob eine ähnliche Wirkung der Luftfeuchtigkeit auch bei den in diesen Untersuchungen betrachteten hohen pd -Werten besteht. Obwohl sich nämlich die Messungen des genannten Verfassers über einige Monate erstreckten und in der im Raum frei aufgestellten Funkenstrecke während dieser Zeit sicher Änderungen der absoluten Feuchtigkeit um einige Torr auftraten, wurden keine Unterschiede zwischen den Ergebnissen der einzelnen Meßreihen beobachtet, die einen Einfluß des Wasserdampfes auf U_D erkennen ließen⁴⁾.

Im Rahmen einer Untersuchung der Durchschlagsspannung bei größeren Plattenabständen wurde deshalb im pd -Bereich von 3000 bis 4000 Torr · cm die Abhängigkeit von der Luftfeuchtigkeit nachgeprüft. Als Funkenstrecke

¹⁾ H. Ritz, Arch. f. Elektrotechn. **26**, 219 (1932).

²⁾ Siehe die vorangehende Arbeit in diesem Heft.

³⁾ F. M. Bruce, J. Instn. Elect. Engrs. **94** II, 138 (1947).

⁴⁾ F. M. Bruce, Proc. Instn. Elect. Engrs. **98** II, 363 (1951).

dienten bei diesen Versuchen ebene Messingplatten, die eine Randprofilierung nach Rogowski erhielten. Die verwendete Gleichspannung war auf 0,05 % konstant; sie ließ sich über einen Ohmschen Meßwiderstand auf 0,1% bestimmen. Die Kathode wurde mit dem UV-Licht einer Quarzlampe bestrahlt und dessen Intensität dabei so gering gehalten, daß eine Absenkung der Durchbruchspannung infolge zu starker Einstrahlung mit Sicherheit nicht auftrat. Mit einem Aspirationspsychrometer konnte die absolute Feuchtigkeit mit ausreichender Genauigkeit ermittelt werden. Die Untersuchungen

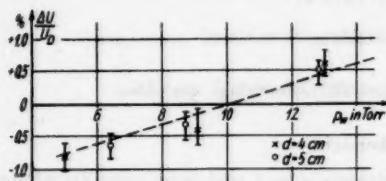


Abb. 1. Die Abweichung ΔU der Durchbruchspannung von ihrem Wert bei $p_w = 10$ Torr in Abhängigkeit von der absoluten Luftfeuchtigkeit, angegeben in Prozent der Durchbruchspannung U_D

absoluter Feuchtigkeit. Abb. 1 zeigt die Abweichung ΔU der Durchbruchspannung von ihrem Wert bei $p_w = 10$ Torr, wie sie sich im Mittel aus einer großen Anzahl von Meßpunkten bei $d \approx 4$ und 5 cm ergab. Ritz konnte diese Abweichung in dem von ihm untersuchten Abstandsbereich (0,01 cm bis 2 cm) für $7 \text{ Torr} \leq p_w \leq 30 \text{ Torr}$ durch eine Korrektur der Konstanten A in der für die Abhängigkeit der Durchbruchspannung von ρd empirisch gültigen Gleichung

$$U_D = A \rho d + B \sqrt{\rho d}$$

(ρ relative Gasdichte, bezogen auf $p = 760$ Torr und eine Temperatur von 20°C) berücksichtigen:

$$A = A' + 0,41 (0,1 p_w - 1), p_w \text{ in Torr.}$$

Berechnet man auf Grund dieser Korrektur die in dem oben untersuchten pd -Bereich zu erwartende Abweichung ΔU , erhält man die gestrichelte Gerade der Abb. 1. Den eigenen Messungen ist somit zu entnehmen, daß die Durchbruchspannung bei größeren Plattenabständen in ähnlicher Weise von der Luftfeuchtigkeit beeinflusst wird, wie es in den früher untersuchten Bereichen kleineren Abstandes geschieht. Der beobachtete Anstieg der Durchbruchspannung um mehr als 0,1 % je 1 Torr Zunahme der Luftfeuchtigkeit darf also bei genaueren Untersuchungen auf keinen Fall vernachlässigt werden.

Hamburg, Institut für Angewandte Physik der Universität.

Bei der Redaktion eingegangen am 27. August 1956.

Untersuchungen über den Kathodenfall in den Übergangsbereichen vom Thermobogen zum Feldbogen und vom Bogen zur Glimmentladung

Von Arnold Bauer

Mit 3 Abbildungen

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstage gewidmet

Inhaltsübersicht

Die Auffassung, eine kräftige Elektronenemission der Kathode würde eine entscheidende Rolle im kathodischen Mechanismus eines jeden Bogentyps spielen, konnte in einer früheren Arbeit nicht zwingend bewiesen werden, weil einige physikalische Konstanten nicht genau genug bekannt sind. Die Ergebnisse der Untersuchungen über den druckabhängigen kontinuierlichen Übergang vom Thermobogen zum Feldbogen besonders im Bereich schwächerer Ströme lassen sich zwanglos aus den früher entwickelten Vorstellungen heraus erklären. Es erscheint damit unwahrscheinlich, daß der Akkomodationskoeffizient unter den vorliegenden Verhältnissen einen ausgeprägten Gang mit der Teilchengeschwindigkeit zeigt und bei schweren Gasen wesentlich unter den Wert $\alpha = 1$ sinkt. Die zentralen Maxima der Dichteverteilung des kathodischen Emissionsstromes und des Ionenstromes zur Kathode verstärken sich gegenseitig wegen der wechselseitigen Rückwirkung beider Ströme aufeinander. Dieser kontrahierende, maximale kathodische Stromdichte anstrebende Mechanismus setzt sich mit wachsendem Gasdruck von einer unteren Grenzstromstärke an durch. Mit Unterschreiten der letzteren erfolgt Umschlag in die Glimmentladung, die im Gegensatz offenbar zu jeder Bogenentladung mit einem Elektronenstromanteil vor der Kathode von nur einigen Prozenten auskommt.

Einführung

In einer früheren Arbeit¹⁾ wurde gezeigt, wie bei dem Hochdruckbogen mit hochschmelzender Kathode im kathodischen Brennfleck die hohe Stromdichte von 10^4 bis 10^6 A/cm² zu einem wesentlichen Teil durch Thermo- und Feldemission zustande kommen kann. Dieser auch Brennfleckbogen genannte Bogentyp stellt danach ein Übergangsstadium vom Thermobogen zum Feldbogen dar, bei dem ebenso wie im Thermobogen und im Feldbogen eine wesentliche Elektronenemission notwendige Voraussetzung für den Bogenmechanismus ist. Ein quantitativ exakter Nachweis für die Richtigkeit der entwickelten

¹⁾ A. Bauer, Z. Physik **128**, 35 (1954).

Vorstellungen konnte nicht erbracht werden, weil einige physikalische Konstanten im wesentlichen der Akkomodationskoeffizient, der Grobfeinfaktor und die effektive Austrittsarbeit der Kathode nicht genau genug bekannt sind. Auch die damals bekannten Formeln für die Elektronenemission beschrieben die Verhältnisse in dem fraglichen Temperatur- und Feldstärkebereich nur lückenhaft. Hier bringt eine

kürzlich erschienene Arbeit²⁾, wie noch eingehender zu besprechen, merkliche Verbesserungen.

Bezüglich des Akkomodationskoeffizienten kann man zuverlässigere Aussagen machen als mitunter angenommen wird. Vor längerer Zeit schon wurden von C. C. van Vorish und K. T. Compton³⁾ Messungen

Tabelle 1
Gemessener Akkomodationskoeffizient α verschiedener Ionen beim Aufprall auf Metalloberflächen mit einer in eV angegebenen Energie, nach C. C. van Vorish und K. T. Compton

Ionen	eV	Metall	α
He ⁺	21—51	Pt	$0,35 \pm 0,05$
	111—141	Pt	$0,55 \pm 0,05$
Ne ⁺	21—141	Mo	$0,65 \pm 0,05$
Ar ⁺	21—141	Mo	$0,75 \pm 0,05$

angestellt, die auf den vorliegenden Fall anwendbar sind, nur im Zusammenhang mit dem Kathodenmechanismus zu wenig Beachtung fanden. Die Ergebnisse werden in Tab. 1 wiedergegeben.

Mit wachsendem Atomgewicht der untersuchten Gase steigt der Akkomodationskoeffizient hiernach gegen den Wert $\alpha = 1$. Bei schweren Gasen ist er zumindest in dem untersuchten Energieintervall unabhängig von der Ionenenergie. Dieses Verhalten ist theoretisch verständlich⁴⁾.

Für den Fall fehlender bzw. vernachlässigbar kleiner Elektronenstromkomponente verlangt die Energiebilanz des Ionisationsgebietes, wie G. Ecker⁵⁾ kürzlich zeigte, den Zusammenhang

$$\alpha = \frac{U_k - \Phi}{U_k + U_i - \Phi}.$$

Mit dem Austrittspotential $\Phi = 4$ V und der Ionisierungsspannung $U_i = 12$ V ergeben sich für verschiedene mit sinkendem Bogenstrom durchlaufene Kathodenfälle U_k die Wertepaare

U_k	6,5	10	20	50	200	V
α	0,17	0,33	0,57	0,79	0,94.	

In den schweren Gasen, wie Hg und Xe, mit denen wir uns hier hauptsächlich befassen werden, ist nach Tab. 1 mit einem Akkomodationskoeffizienten in der Nähe des Wertes $\alpha = 1$ zu rechnen. In der letzteren Tabelle nähert sich α diesem Grenzwert erst bei den hohen Kathodenfällen, die in der Glimmentladung herrschen. In dieser Entladungsform, beträgt die Elektronenstromkomponente vor der Kathode bekanntlich nur einige Prozent, was sich mit der Voraussetzung sehr kleinen Elektronenstromanteils für den

²⁾ E. L. Murphy and R. H. Good jr., *Physic. Rev.* **102**, 1464 (1956).

³⁾ C. C. van Vorish and K. T. Compton, *Physic. Rev.* **37**, 1596 (1931).

⁴⁾ C. Zener, *Physic. Rev.* **40**, 178, 335 (1932).

⁵⁾ G. Ecker, *Z. Physik* **142**, 447 (1955).

obigen Zusammenhang zwischen α und U_k befriedigend deckt. Mit dem Übergang zu den kleinen Kathodenfällen des Bogens ist diese Voraussetzung aber nicht aufrechtzuerhalten, weil der ausgeprägte Gang des Akkomodationskoeffizienten mit der Teilchenenergie nach Tab. 1 nicht zutrifft.

Wie schon oft gezeigt, ergibt sich aus einer groben Energiebilanz des Ionisationsgebietes vor der Kathode unter der Voraussetzung $\alpha = 1$ der minimale Elektronenstromanteil $s_{\min} = U_i / (U_i + U_k)$. Die Bilanz ergibt einen Minimalwert, weil die zugrunde gelegte Annahme, die Kathodenfallenergie der Elektronen würde nur zur Ionisation verbraucht, nicht ganz zutrifft. Wenn $\alpha \neq 1$ angenommen wird, dann gelangt ein Teil der Kathodenfall- und Rekombinationsenergie der Ionen in das Ionisationsgebiet zurück. Ausgehend von der Annahme, α liege wenig unter 1, kann für eine erste Abschätzung angenommen werden, daß diese Energiezufuhr in das Ionisationsgebiet von der Größe des Anteils der Kathodenfallenergie der Elektronen ist, der nicht zur Ionisation zur Verfügung steht. Damit gewinnt s_{\min} die Bedeutung einer ersten Annäherung. Sie kann noch etwas verfeinert werden, wenn man berücksichtigt, daß die in das Ionisationsgebiet einströmenden Elektronen dort nicht ihre volle Kathodenfallenergie $s I U_k$ abgeben (I = Bogenstrom), sondern nur $s I (U_k - U_e)$, ($e U_e = \frac{3}{2} k T$) vgl. ⁶⁾. Damit wird

$$s = \frac{U_i}{U_i + U_k - U_e}. \quad (1)$$

Diese Abschätzung ist zunächst freilich fragwürdig. Als wesentliches Resultat dieser Arbeit ergibt sich aber die Möglichkeit, sie zu prüfen.

Messungen

Ein Xenon-Bogen an kugelförmiger Wolframkathode wurde unter Drucken untersucht, die von kleinsten Werten bis 60 Atm einzustellen waren. Insbesondere wurde der Kathodenfall und die kathodische Stromdichte in Abhängigkeit von Druck und Stromstärke vermessen. Mit steigendem Druck erhält man einen kontinuierlichen Übergang vom Thermobogen zum Kathodenfleckbogen. Den Übergang zum reinen Feldbogen wird man an ein und derselben Versuchsanordnung aus folgenden Gründen nicht erreichen.

Frei wählbare und genau meßbare Drucke an der Kathodenoberfläche wird man nur an Kathoden mit hohem Siedepunkt am besten bei Wolfram erreichen, weil nur dort ein Verdampfen des Kathodenmaterials im Kathodenfleck und damit verbunden eine unkontrollierbare Drucksteigerung vermieden werden kann. Der reine Feldbogen erfordert aber Drucke im Kathodenfleck von einer Höhe, wie sie nur durch entsprechend lebhaft Verdampfung von Kathodenmaterial zu erreichen ist. So herrscht im Kathodenfleck der Quecksilberkathode, an der ein typischer Feldbogen brennt, nach Th. Wasserrab⁷⁾ ein Druck von rund 2000 Atm. Solche Gasdrucke, wollte man sie im ganzen Entladungsgefäß aufrechterhalten, wären technisch kaum zu bewältigen.

Im Übergangsbereich zur Glimentladung ändert sich der Kathodenfall U_k mit dem Bogenstrom in z. T. starkem Maß. Da damit nach Gl. (1)

⁶⁾ A. Bauer u. P. Schulz, Z. Physik **130**, 197 (1954).

⁷⁾ Th. Wasserrab, Z. Physik **130**, 311 (1951).

auch eine kräftige Änderung von s verbunden ist, wird dieser Bereich unser besonderes Interesse beanspruchen.

Der Kathodenfall U_k wurde nach einem in ⁶⁾ beschriebenen Verfahren gemessen. Er ist in seiner Abhängigkeit vom Bogenstrom für einige Drucke in Abb. 1a wiedergegeben. Mit wachsender Stromstärke wird ein vom Druck unabhängiger Grenzwert des Kathodenfalles asymptotisch erreicht. Er beträgt in Xenon 6,5 V, wie an bis zum Schmelzpunkt belasteten Wolfram-Kathoden festgestellt wurde. Die vorliegenden Messungen beschränken sich

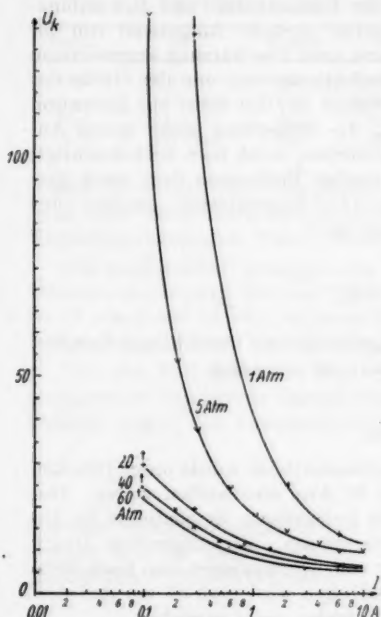


Abb. 1a. Gemessener Kathodenfall in Xenon an Wolframkathoden in Abhängigkeit von der Stromstärke für verschiedene Drucke

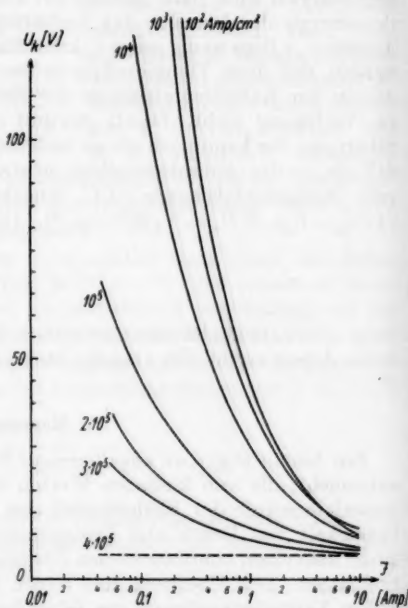


Abb. 1b. Berechneter Kathodenfall in Xenon an Wolframkathoden in Abhängigkeit von der Stromstärke für verschiedene Stromdichten

auf den Belastungsbereich, bei dem im Höchstdruckbogen der kathodische Brennfleck oder besser ausgedrückt die kathodische Plasmakugel auftritt. Bei hohem, konstant gehaltenem Gasdruck erfolgt mit Steigerung der Stromstärke der bekannte Umschlag in den brennflecklosen Bogen, der ein thermischer Bogen ist und im übrigen hier nicht näher untersucht werden soll. Mit Senkung des Druckes wird die Plasmakugel immer verwuschener um schließlich bei Drucken unter 5–1 Atm, je nach Kathodenform, zu verschwinden. Unter diesem Druckbereich liegt bei jeder Belastung nur noch das Erscheinungsbild des thermischen Bogens vor. So besitzt die Kennlinie Abb. 1a für 1 Atm

ebenso wie der von A. v. Engel und M. Steenbeck⁹⁾ untersuchte Thermobogen einen kontinuierlichen Übergang zur Glimmentladung. Bei höheren Drucken wird dieser Übergang unstetig: Der Bogen schlägt in die Glimmentladung um. Mit zunehmendem Druck wird außerdem die Stromstärkeabhängigkeit des Kathodenfalles bis zum Umschlagpunkt immer geringer. Bei extrem hohen Drucken, wie sie z. B. vor der Hg-Kathode im reinen Feldbogen herrschen, ist eine solche Stromstärkeabhängigkeit kaum mehr zu beobachten. Der Kathodenfall des Bogens springt hier bei der unteren Grenzstromstärke von seinem weitgehend stromstärkeunabhängigen Wert auf den hohen Wert der Glimmentladung. Die Lage des Umschlagpunktes schwankt unregelmäßig innerhalb eines gewissen Stromstärkebereiches. Mit Annäherung an diesen Bereich von höheren Stromstärken her werden die Spannungsmessungen immer weniger reproduzierbar. (Vergleiche auch E. Pfender⁹⁾.) Nur bei neuen, polierten Kathoden bewegen sich die Schwankungen in einem für Gasentladungen üblichen Rahmen. Mit fortschreitender Veränderung der Kathodenoberfläche durch den Bogenansatz verliert sich die Reproduzierbarkeit mehr und mehr, bis schließlich bei alten Kathoden auch für die tieferen Drucke Kathodenfälle gemessen werden, die bei denen für 60 Atm liegen. Vor gealterten Kathoden ergeben sich also kleinere Kathodenfälle als vor frisch polierten. Abb. 1a zeigt die genügend reproduzierbaren Meßergebnisse an neuen Kathoden, auf deren Untersuchung wir uns in dieser Arbeit beschränken wollen. Im Umschlagbereich, mitunter bei höheren Stromstärken, stellen sich außerdem, vor allem bei höheren Drucken, unregelmäßige hochfrequente Spannungsschwankungen zwischen dem Kathodenfall des Bogens und demjenigen der Glimmentladung ein. Im reinen Feldbogen bei der Hg-Kathode sind diese Schwankungen besonders ausgeprägt.

Während wir also bezüglich der Stromspannungscharakteristik Abb. 1a auf seitens des niederen Druckes die bekannten Verhältnisse des reinen Thermobogens erreichen, nähern wir uns mit steigendem Druck denjenigen des reinen Feldbogens. Die hier vertretene Ansicht, der Kathodenfleckbogen stelle einen Übergang vom Thermobogen zum Feldbogen dar, wird durch diese Meßergebnisse gestützt.

Die Messung der unmittelbar vor der Kathode herrschenden Stromdichte stößt auf Schwierigkeiten. Unter Umständen kann man zwar aus der Spur eines einmalig auf der Kathode entlangwandernden Bogens auf seine kathodische Stromdichte schließen. Diese Methode ist aber fragwürdig und außerdem auf unseren stationär in der Röhre brennenden Bogen nicht anwendbar. Wegen des bei kleinen Stromstärken unruhigen Bogenansatzes sind wir auf eine photographische Meßmethode mit sehr kurzen Belichtungszeiten (bis 10^{-5} s) angewiesen. Ähnlich wie bei den Untersuchungen des Brennflecks an Hg-Kathoden, wie sie sehr sorgfältig von K. D. Froome¹⁰⁾ angestellt wurden, müssen wir von der Ausdehnung der kathodischen Plasmakugel auf die kathodische Stromdichte schließen. In zahlreichen Meßreihen wurde die Halbwertsbreite des Strahldichteverlaufs in der mitte durch die

⁹⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck, Elektrische Gasentladungen Teil II (Springer-Verlag).

⁹⁾ E. Pfender, Z. angew. Phys. 5, 450 (1953).

¹⁰⁾ K. D. Froome, Proc. phys. Soc. London (B) 63, 377 (1950).

Plasmakugel parallel zur Kathodenoberfläche gelegten Ebene photometrisch ermittelt. Bei der Überlegung, inwieweit diese Halbwertsbreite von der mittleren kathodischen Stromdichte abweicht, sind im wesentlichen zwei Punkte zu berücksichtigen. Einmal zeigt die Strahldichte einen anderen Temperaturverlauf als die Leitfähigkeit und zum anderen wird in einem Querschnitt 10^{-2} bis 10^{-3} cm vor der Kathode gemessen, während hier die Stromdichte unmittelbar vor der Kathode interessiert. Zunächst zur ersten Abweichung.

Unter der Voraussetzung, daß erstens das Plasma reabsorptionsfrei ist, zweitens die Leitfähigkeit zur Elektronendichte $n \sim \exp\left(-\frac{e U_i}{2 k T}\right)$ proportional ist, drittens der Stromdichteverlauf senkrecht zur Bogenachse einer Gaußschen Glockenkurve gleicht*), ist wie P. Gerthsen¹¹⁾ gezeigt hat, der Halbwertsquerschnitt der Leitfähigkeit um den Faktor 2 größer als derjenige der Kontinuumsstrahlung. Von diesen drei Voraussetzungen ist in hochionisiertem Xenon-Plasma die zweite Voraussetzung am schlechtesten erfüllt. Im Inneren der Plasmakugel wird die Elektronenbeweglichkeit im wesentlichen durch die Ionenquerschnitte bestimmt. Das hat zur Folge, daß die Leitfähigkeit mit wachsender Ionendichte kaum noch zunimmt. Dieser Effekt bedingt eine Aufweitung des Leitfähigkeitskanals gegenüber dem Querschnitt der optischen Säule. Eine für die maximale Kathodenflekttemperatur 12 500° K durchgeführte Abschätzung zeigt jedoch, daß sich das Verhältnis Leitfähigkeitsquerschnitt zu Strahlungsquerschnitt nur auf den Wert 2,6 vergrößert. Dieses Verhältnis dürfte im vorliegenden Fall etwa zutreffen.

Der räumliche Unterschied zwischen dem Leitfähigkeitskanal in der Plasmakugel, wo er zu messen ist, und demjenigen unmittelbar vor der Kathode, der hier interessiert, ist schwer abzuschätzen. Wenn der Kanal sich um den gleichen Betrag aufweiten würde, wie er für den vorher behandelten Effekt abgeschätzt wurde, dann gäbe die gemessene Halbwertsbreite das richtige Maß für die kathodische Stromdichte. Wahrscheinlich wird die Kanalaufweitung jedoch größer sein, so daß die Ergebnisse der photographischen Stromdichtemessung die Bedeutung von Minimalwerten erhalten. (Vgl. mit⁷⁾.)

Abb. 3a gibt nach obigem einen Anhalt für die untere Grenze des Stromdichteverlaufs. Für eine quantitative Auswertung ist Vorsicht geboten. Doch läßt sich mit Sicherheit aussagen, daß mit steigendem Druck die Stromdichte steigt und die Stromstärkeabhängigkeit immer schwächer wird. Für Drucke unter 1 Atm konnten die Stromdichten aus technischen Gründen nicht mehr photographisch gemessen werden. Die Beobachtung zeigt aber, daß sich der kathodische Ansatz mit fallendem Druck weiter ausbreitet, bis die gesamte Kathodenoberfläche f bedeckt ist. Damit wird die Stromdichte $j = i/f = \text{const}$. Dieser von A. v. Engel und M. Steenbeck untersuchte Fall (Abb. 3a) gehört wieder dem Thermobogen an. Die für den reinen Feldbogen von K. D. Froome gemessene stromstärkeunabhängige Stromdichte von über

*) Die während der Drucklegung erschienene Arbeit von W. Neumann, Ann. Physik (6) 17, 146 (1953), zeigt in Abb. 5 ein weitgehendes Zusammenfallen der relativen radialen Verteilung von Intensität und Strahldichte in der Plasmakugel, was die letztere Voraussetzung bestätigt.

¹¹⁾ P. Gerthsen, Z. Physik 138, 515 (1954).

10^6 A/cm^2 ist ebenfalls in Abb. 3a eingetragen. So zeigt auch dieses Diagramm, daß mit steigendem Druck ein kontinuierlicher Übergang vom Thermobogen zum Feldbogen stattfindet.

Theoretischer Teil

Gegründet auf die in der Einführung entwickelte Ansicht vom Mechanismus des Kathodenfalles sollen die gewonnenen Meßergebnisse im folgenden theoretisch untersucht und gedeutet werden. Um die recht verwickelten Zusammenhänge einigermaßen überschaubar darzulegen, müssen wiederum die Vereinfachungen vorgenommen werden, die den Abschätzungen der vorangegangenen Arbeiten¹⁾ und ²⁾ zugrunde liegen. (Im wesentlichen das Kanalmodell mit über den Entladungsquerschnitt konstanten Entladungsparametern sowie die Trennung der kathodischen Gebiete in Raumladungszone mit frei oder nahezu frei fliegenden Ladungsträgern und in angrenzenden quasineutralen Ionisationsraum.)

Für die Elektronenemission haben E. L. Murphy und R. H. Good jr.²⁾ neuerdings Formeln mit erweitertem Gültigkeitsbereich angegeben. Danach wurde die Emission für das Austrittspotential $\Phi_0 = 4,0 \text{ V}$ ausgerechnet. Die für Wolfram angesetzte Größe $4,0 \text{ V}$ ist näher zu begründen.

Die Vermutung, daß das effektive Austrittspotential unter dem für die günstigste Netzebene des Wolfram bekannten Wert $\Phi = 4,2 \text{ V}$ liegt, wurde schon mit einer Gasbeladung der Kathodenoberfläche begründet. Es ist allerdings fraglich, ob sich bei den hohen Temperaturen im Kathodenfleck eine Gasbeladung hält. Andererseits ist daran gedacht worden, daß das Ionenbombardement, diese äußerst konzentrierte Energiezufuhr im Kathodenfleck, zu einer Auflockerung des Oberflächengefüges und so zu einer Erniedrigung der Austrittsarbeit führt. Eine neuerdings von T. J. Lewis¹²⁾ angestellte Berechnung des Bildkraftpotentials unebener Oberflächen läßt merkwürdige Abweichungen erwarten von den für die ideal ebene Oberfläche berechneten Verhältnissen, wie sie sowohl dem Schottky-Gesetz als auch der Fowler-Nordheim-Gleichung zugrunde liegen. Eine eingehende Diskussion dieses Fragenkomplexes würde über den Rahmen dieser Arbeit hinausgehen. Hier sei nur festgehalten, daß das Austrittspotential durch diesen Effekt aller Wahrscheinlichkeit nach um einige Bruchteile eines Volts erniedrigt wird. Das auf den abgerundeten Wert $\Phi = 4 \text{ V}$ festgesetzte effektive Austrittspotential erscheint damit gerechtfertigt.

In Abb. 2 wurde die Elektronenemission nach E. L. Murphy und R. H. Good jr. für verschiedene Temperaturen über der Wurzel aus der Feldstärke eingetragen. Die ausgezogenen Kurven der Feldemission liegen auf der rechten Seite des Diagramms und sind mit F bezeichnet. Die übrige links davon liegende Schaar ausgezogener Kurven gibt die Thermoemission an. Die von E. L. Murphy und R. H. Good jr. angegebene Formel für den zwischen Thermo- und Feldemission gelegenen Bereich hat so enge Gültigkeitsgrenzen, daß sie unter den vorliegenden Bedingungen nicht anwendbar ist. Doch läßt sich der formelmäßig nicht erfaßte Zwischenbereich, wie der gestrichelte Teil der Kurvenschar zeigt, zwanglos interpolieren.

¹²⁾ T. J. Lewis, Proc. phys. Soc. (B) **67**, 187 (1954).

Damit ist die Gesamtemission unserer Wolframkathode

$$j_- = j_-(T, E_{\text{eff}}) \quad (2)$$

in den hier benötigten Bereichen der Kathodentemperatur T und der effektiven Feldstärke E_{eff} an der Kathodenoberfläche theoretisch mit weit größerer

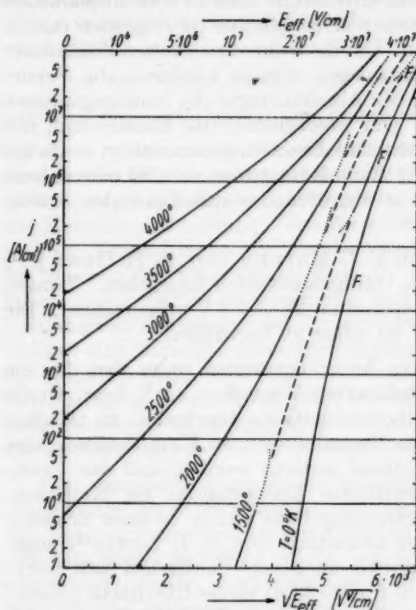


Abb. 2. Stromdichte j_- der Elektronenemission einer Kathodenoberfläche mit $\Phi_0 = 4,0$ V in Abhängigkeit von der Wurzel aus der effektiven Feldstärke E_{eff} für verschiedene Temperaturen nach E. L. Murphy und R. H. Good jr.

Tabelle 2

Feldstärke an der idealebenen Kathodenoberfläche für einige Ionenstromdichten

j_+	10^3	10^4	10^5	10^6	A/cm ²
E_0	0,91	2,9	9,1	29	10^6 V/cm

die Kathodenheizleistung. Die Kathode bestand aus einer Wolframkugel mit dünnem Stiel, deren Durchmesser wesentlich größer war als der Kathodenfleckdurchmesser. Außer in dem relativ sehr kleinen Bereich des Brennfleckes hatte die Kathode nahezu die ortsunabhängige Oberflächentemperatur T_a . Dies ergibt sich sowohl rechnerisch als auch pyrometrisch. Der Zusammenhang zwischen W_k und T_a mußte, da zu der Abstrahlung der Kathode eine schwer zu erfassende Wärmeleitung tritt, experimentell ermittelt werden. Wegen des

Zuverlässigkeit gegeben als nach älteren Formeln. Eine quantitative Bestätigung der Kurven in Abb. 2 für Feldstärken oberhalb rund $5 \cdot 10^6$ V/cm (mit Ausnahme der Feldemissionskurve für $T = 0$) durch das Experiment steht freilich immer noch aus.

Für die ideale ebene Kathodenoberfläche gibt das Langmuir'sche Gesetz einen Zusammenhang zwischen Ionenstromdichte und Feldstärke an der Kathodenoberfläche. In Tab. 2 werden einige danach berechnete Wertepaare für $U_k = 10$ V in Xenon und bei vernachlässigtem Einfluß des Elektronenstroms gegeben. Der letztere Einfluß wird in Zusammenhang mit Tab. 3 besprochen.

Die effektive Feldstärke ist um den Grobfeinfaktor $\gamma = E_{\text{eff}}/E_0$ größer als E_0 .

Die maximale Oberflächen-temperatur der Kathode wurde in ¹⁾ angenähert bestimmt und aus dort dargelegten Gründen als über den Kathodenfleck konstant angenommen.

$$T = T_a + \frac{3 W_k}{4 \pi} \sqrt{\frac{j}{\pi I}} \quad (3)$$

Hierbei bedeutet gemäß ⁶⁾

$$W_k = I (U_k - \Phi - U_a) \quad (4)$$

Überwiegens der Abstrahlung konnte dieser Zusammenhang durch das Stefan-Boltzmannsche Gesetz wiedergegeben werden, wobei die zusätzliche Wärmeleitung durch eine Erhöhung des Emissionskoeffizienten auf den Wert ε_{eff} erfaßt wurde.

$$W_k = \varepsilon_{\text{eff}} \sigma F T_a^4. \quad (5)$$

ε_{eff} erstreckt sich von 0,5 bis 1,0.

Damit besitzen wir in den Gl. (1) bis Gl. (5) für die 5 von I und j abhängigen Größen U_k , s , W_k , T und T_a 5 Bestimmungsgleichungen, aus denen sich z. B. die I - U_k -Charakteristiken mit der Stromdichte als Parameter berechnen lassen. Die physikalischen Konstanten der Gl. (1) bis Gl. (5) sind hinlänglich bekannt, bis auf die im vorliegenden Fall zutreffende Größe des effektiven Austrittspotentials Φ_0 und des Grobfeinfaktors. Der abgerundete Wert $\Phi_0 = 4,0$ V wurde oben begründet. Über den Grobfeinfaktor γ gehen die Ansichten noch auseinander. Nach älteren vor allem von Schottky angestellten Überlegungen ist an schärferen Spitzen $\gamma = 10$ ohne weiteres zu erreichen (vgl. ¹⁾). Eine neuere für einfache geometrische Formen exakt durchgeführte Berechnung von T. J. Lewis¹³⁾ ergab im Falle der Schottky-Korrektur für relativ kleine Feldstärken Grobfeinfaktoren normalerweise $\gamma < 2$. Diese enge Grenze dürfte für unregelmäßige Rauhigkeiten und höhere Feldstärken auf $\gamma < 3$ zu erweitern sein. Die Kurvenschar der Abb. 1b wurde für $\gamma = 2,5$ berechnet. Mit steigender Stromdichte steigt einmal bei gleicher der Kathode zugeführter Wärme die Kathodenflecktemperatur gemäß Gl. (3), zum anderen ergibt sich nach dem Langmuirschen Gesetz eine steigende Feldstärke. Beide Effekte ergeben zufolge Abb. 2 eine höhere Emission; oder aber bei gleichem Elektronenstrom kommt der Mechanismus bei höherer Stromdichte mit kleinerer Leistungszufuhr zur Kathode und damit kleinerem Kathodenfall aus. Mit steigender Stromdichte ergibt sich also in Abb. 1b ein immer schwächerer Anstieg des Kathodenfalles zu kleinen Stromstärken hin, ähnlich wie es in Abb. 1a mit steigendem Druck geschieht. Bei Stromdichteveränderungen unterhalb 10^3 A/cm² ändert sich die Lage der Strom-Spannungs-Charakteristiken nur schwach. Oberhalb 10^3 A/cm² ergeben sich starke Änderungen, weil zufolge Tab. 2 die Feldstärke in die Größenordnung kommt, die nach Abb. 2 ein kräftiges Anwachsen der Emission hervorruft. Übersteigt j den Wert $4 \cdot 10^5$ A/cm² und damit zufolge des Langmuirschen Gesetzes mit $\gamma = 2,5$ die Grenze etwa $3 \cdot 10^7$ V/cm, dann tritt wie Abb. 2 zeigt die Temperaturabhängigkeit der Elektronenemission gegenüber ihrer Feldstärkeabhängigkeit in den Hintergrund. Aus dem obigen Gleichungssystem ergibt sich damit die physikalisch bedeutsame Feststellung, daß U_k oberhalb $4 \cdot 10^5$ A/cm² praktisch unabhängig von I wird. Für $j < 4 \cdot 10^5$ A/cm² haben wir also den für den Feldbogen charakteristischen nahezu stromstärkeunabhängigen Kathodenfall.

Aus den beiden Kurvenscharen Abb. 1, der theoretisch gewonnenen mit dem Parameter j und der gemessenen mit dem Parameter p wurde nun die abhängige Veränderliche U_k eliminiert. Die daraus entstehende Kurvenschar mit dem Parameter p ist in Abb. 3b gestrichelt eingezeichnet. Von diesen halbtheoretisch gewonnenen Stromdichten ist nun zu fordern, daß sie über den gemessenen oder richtiger aus der Messung geschätzten Minimalwerten liegen.

¹³⁾ T. J. Lewis, J. appl. Phys. **26**, 1405 (1955).

Diese Forderung ist dadurch erfüllt, daß $\Phi = 4 \text{ V}$ und $\gamma = 2,5$ gesetzt wurde. Auch geringe Abweichungen von diesen Größen ergeben, da sie im Exponenten der Emissionsformel stehen, eine merkliche Verschiebung der gestrichelten Kurven. Für 1 Atm ist die gestrichelte Kurve im übrigen quantitativ recht unsicher. Dies ist daraus zu ersehen, daß die Strom-Spannungs-Charakteristik für 1 Atm Abb. 1a, wenn man sie in Abb. 1b überträgt, in dem Bereich der eng zusammenliegenden Kurven von 10^2 bis 10^3 A/cm^2 liegt. Aus dem gleichen Grunde werden die gestrichelten Kurven der übrigen Drücke mit wachsender Stromstärke ungenau.

Die berechnete Stromdichte kann noch einer weiteren Prüfung unterzogen werden. Der kathodische Mechanismus wird aus Gründen der Ökonomie (Minimumsprinzip) stets den kleinstmöglichen Kathodenfall anstreben. Da für die vorliegenden Verhältnisse gezeigt wurde, daß der Kathodenfall mit

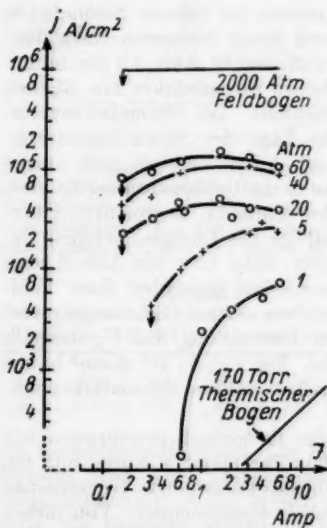


Abb. 3a) Aus der optischen Halbwertsbreite gewonnene kathodische Stromdichte in Abhängigkeit von der Stromstärke für verschiedene Drücke

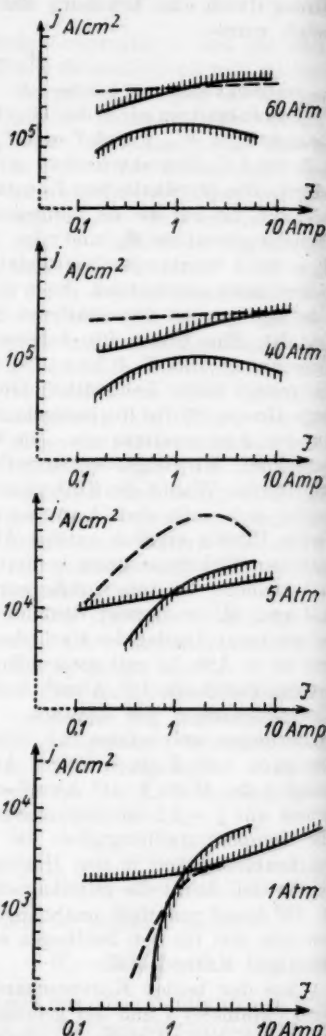


Abb. 3b. Kathodische Stromdichte für verschiedene Drücke: ——— Maximalkurven für 100proz. Ionisation; ——— aus Abb. 3a) übertragene Minimalkurven; ——— halbtheoretisch ermittelter Verlauf

steigender Stromdichte sinkt, ist zu erwarten, daß die höchstmögliche Stromdichte angestrebt wird. Zu dem gleichen Ergebnis gelangt, ebenfalls auf dem Minimumsprinzip gegründet, aber auf anderem Wege die Kontraktions-theorie. Mit der Feststellung allerdings, daß sich der kleinere Kathodenfall bei höherer Stromdichte einstellt, ist die Frage nach der Wirkungsweise des kontrahierenden Mechanismus noch nicht beantwortet. Eine höhere kathodische Kontraktion, entgegen dem Bestreben der positiven Säule die für sie normale Querkontraktion anzunehmen, muß durch eine entsprechende Kraft erzwungen werden. Eine Betrachtung der Prozesse im Innern des Kontraktionsbereiches führt hier nicht zum Ziel, denn auf Grund nur dieser Prozesse müßte auch der kathodische Teil der positiven Säule die Querkontraktion der normalen Säule annehmen. Unserer Ansicht nach entspringt der kontrahierende Mechanismus einer Wechselwirkung zwischen Kathode und angrenzendem Plasma, welche nur unter der Voraussetzung höheren Elektronenstromes in folgender Weise zustande kommt. Der Ionenstrom muß aus verschiedenen Gründen eine mehr oder weniger ausgeprägte Dichteverteilung über den Querschnitt haben mit einem Maximum im Zentrum. Da zufolge des Langmuirschen Gesetzes die Feldstärke an der Kathodenoberfläche $E \sim \sqrt{j_+}$ und E in dem Exponenten der Gl. (2) steht, muß die Feldemission ein erheblich steileres zentrales Maximum haben als j_+ . Die Kathodenfallenergie dieses Emissionsstromes sorgt wiederum für Konzentration der Ionisation im Ionisationsraum und damit des Ionenstromes zur Kathode. Dieses sich gegenseitig verstärkende Wechselspiel stellt einen Mechanismus dar, der gegen die zerstreuen Kräfte der Wärmeleitung und Diffusion zu wirken vermag. Auch im Bogen mit überwiegender Thermoemission existiert ein solcher kontrahierender Effekt, weil sich zufolge den zu Gl. (3) führenden Überlegungen ein Temperaturmaximum an der Kathodenoberfläche ausbildet und auch T im Exponenten der Gl. (2) steht. Doch ist die Höhe dieses Maximums von Gestalt und Wärmeleitfähigkeit der Kathode abhängig, so daß sich der kontrahierende Mechanismus nicht unter allen Umständen durchsetzen kann. Bei überwiegender Feldemission jedoch ist stets zu erwarten, daß der oben aufgestellten Forderung nach höchstmöglicher kathodischer Stromdichte weitgehend entsprochen werden kann.

Die maximal erreichbare Dichte des Ionenstroms zur Kathode ist gerade gleich dem Grenzflächendiffusionsstrom $j_{+\max} = (1/4) e n_+ v_+$, wobei die maximale Ionendichte im Ionisationsraum bei 100proz. Ionisation mit $n_+ = (n_0/2)(p \cdot 273/T_i)$ gegeben ist ($n_0 = 2,686 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$). Doppelte Ionisation ist unter den gegebenen Verhältnissen unbedeutend. Damit wird

$$j_{+\max} = \frac{273 e n_0 p v_+}{8 T_i} \quad (6)$$

Mit $v_+ \sim \sqrt{T_i}$ folgt die Temperaturabhängigkeit $j_{+\max} \sim 1/\sqrt{T_i}$. Trotz größerer Temperaturschätzung ergeben sich also recht zuverlässige Maximalwerte der Ionenstromdichte. Für die wahrscheinliche Temperatur im Ionisationsraum von $T_i = 12000^\circ \text{ K}$ ergeben sich bei den verschiedenen Drucken die Werte

p	= 1	5	20	40	60	Atm
$j_{+\max}$	= 0,2	1,0	4,5	8,5	12	10^4 A/cm^2

Mit diesen recht genau gegebenen Grenzwerten ist auch die obere Grenze für die Gesamtstromdichte gegeben, da auch für s in Gl. (1) eine, wenn auch noch fragwürdige Abschätzung existiert. In Abb. 3b wurde die aus Gl. (6) und Gl. (1) folgende maximale Stromdichte $j_{\max} = j_{+\max}/(1-s)$ für einige Drucke eingetragen. Diese Maximalkurven liegen bei den Drucken über etwa 10 Atm, wie am Beispiel 40 und 60 Atm gezeigt, erwartungsgemäß über den Minimalkurven. Die berechneten gestrichelt eingetragenen Kurven würden ebenfalls in ihrem ganzen Verlauf unter den Maximalkurven liegen, wenn statt $\gamma = 2,5$ ein etwas höherer Wert in den Grenzen $2,5 < \gamma < 2,8$ eingesetzt würde. Die Berechnung dieses genau zutreffenden Grobfeinfaktors unterblieb, da sie physikalisch noch keinen rechten Sinn hat. Bei den tiefen Drucken 5 und 1 Atm schneiden die Maximalkurven sowohl die gestrichelten Kurven als auch die Minimalkurven, so daß vermutlich das berechnete j_{\max} hier nicht realisiert ist. Die Kritik wird an der von vornherein fragwürdigen Gl. (1) ansetzen müssen, da Gl. (6) recht zuverlässig ist.

Die oben angestellten zu Gl. (1) führenden Überlegungen sollen zunächst für den Bogen mit überwiegender Feldemission erweitert werden. Im Gegensatz zum Thermobogen ist im Bogen mit reiner oder überwiegender Feldemission die Emissionsstromdichte in erster Linie von der Feldstärke abhängig. Aus dem Langmuirschen Gesetz ergibt sich in Abhängigkeit von dem Elektronenstromanteil bei $j_+ = \text{const}$ für die relative Feldstärke $E/E_{\max} = \sqrt{1-s} \sqrt{m/M}/(1-s)$, wobei m/M das Verhältnis von Elektronen- zu Ionenmasse ist. Die in Tab. 3 gebrachten Wertepaare gelten für Xenon, ändern sich aber mit dem Atomgewicht nur wenig.

Tabelle 3
Relative Feldstärke E/E_{\max} an der Kathodenoberfläche abhängig von dem Elektronenstromanteil s

s	0	0,5	0,8	0,9	0,95	0,99	0,998
E/E_{\max}	1	0,999	0,996	0,991	0,98	0,89	0

Mit steigendem Elektronenstromanteil sinkt die Feldstärke zuerst langsam, dann rascher, um bei dem in Gasentladungen nicht zu überschreitenden Wert $s = 1 - \sqrt{m/M}$ auf Null zu fallen. Sinkt s auch nur wenig, dann erfolgt, weil E im Exponenten der Gl. (2) ansteigt, eine kräftige Steigerung der Emissionsstromdichte. Die höchstmögliche Emissionsstromdichte für $j_{+\max} = \text{const}$ ist also bei kleinstmöglichem Elektronenstromanteil zu erwarten. Dieser aber ist mit Gl. (1) gegeben, da Gl. (1) aus einer Abschätzung des energetisch bedingten Minimalwertes hervorgegangen ist. Bedenkt man, daß bei Drucken über rund 10 Atm die Feldemission eine Rolle zu spielen beginnt, dann ergibt sich Übereinstimmung zwischen diesen Überlegungen und den in Abb. 3b eingetragenen Ergebnissen. Damit wird die Brauchbarkeit der Gl. (1) für den Brennfleckbogen erhärtet. Aus dem geringen Spielraum zwischen Maximalkurven und Minimalkurven bei hohem Druck (Abb. 3b) geht außerdem hervor, daß die tatsächlichen Ionenstromdichten nur wenig unterhalb der mit Gl. (6) gegebenen Maximalwerte liegen.

Im Thermobogen, wo die Feldstärke noch keine wesentliche Rolle spielt, liegen die Verhältnisse anders. Hier sorgt zwar die Temperaturaufteilung im Kathodenfleck, wie sie in Gl. (3) zum Ausdruck kommt, meist noch für die Wirksamkeit des oben beschriebenen kontrahierenden Mechanismus, aber der die untere Grenze des Elektronenstromanteils anstrebende Mechanismus ist hier nicht wirksam. Die Höhe des Elektronenstroms hängt im wesentlichen von der Kathodentemperatur und damit von dem Wärmehaushalt der Kathode ab. Eine relativ verlustarme Kathode kann auch bei verhältnismäßig kleinem Ionenstrom einen höheren Elektronenstrom emittieren, so daß ein Elektronenstromanteil näher bei der oberen Grenze $s = 1 - \sqrt{m/M}$ möglich ist. Eine Kathode ist in diesem Sinn relativ verlustarm, wenn sie entweder entsprechend kleine Oberfläche hat oder höher belastet wird. Wie in (6) gezeigt wurde, gilt im Hochdruckbogen, d. h. bei angenähert gleicher Temperatur der Plasmakomponenten die von A. v. Engel und M. Steenbeck⁸⁾ aus energetischen Gründen geforderte obere Grenze des Elektronenstromes nicht. So berechnen z. B. W. Weizel und W. Thouret¹⁴⁾ für den kathodenflecklosen Bogen den recht hohen Elektronenstromanteil von $s = 0,975$. Im vorliegenden Falle ergeben sich, wenn die berechnete Stromdichte in Abb. 3b für 1 und 5 Atm mit der Maximalkurve zusammenfallen soll, für höhere Stromstärken die Werte $s = 0,8 \dots 0,85$, während aus Gl. (1) $s = 0,5 \dots 0,6$ folgt. Offenbar steht bei den tiefen Stromdichten des vorwiegend thermischen Bogens im Ionisationsgebiet nicht mehr der überwiegende Teil der Kathodenfallenergie der Elektronen für die Ionisation bereit, und Gl. (1) liefert hier zu tiefe Werte.

Der bei hohen Drucken mit fallender Stromstärke beobachtete Umschlag in die Glimmentladung ist offenbar darauf zurückzuführen, daß sich die hohe Stromdichte nicht mehr aufrechterhalten läßt. Ein Überwiegen der zerstreuen Kräfte der radialen Wärmeleitung und Diffusion über den oben beschriebenen kontrahierenden Mechanismus bei den sehr kleinen Durchmesser des kathodischen Ansatzes im Umschlagbereich von rund 10^{-3} cm wird in Anbetracht des Anwachsens der relativen Randverluste verständlich.

An dieser Stelle sei im übrigen darauf hingewiesen, daß in unseren Berechnungen die durch Ionen aus der Kathode herausgeschlagenen Elektronen nicht berücksichtigt wurden. Dieser die Glimmentladung beherrschende Mechanismus ergibt einen Elektronenstromanteil von einigen %. Nach Gl. (1) liegen bei unseren Untersuchungen wesentlich höhere Elektronenstromanteile vor. Die Elektronenbefreiung durch aufprallende Ionen wurde deshalb vernachlässigt. Bei höheren Kathodenfällen, wenn laut Gl. (1) s in den Bereich einiger % gelangt, muß der Mechanismus der Glimmentladung berücksichtigt werden, so wie es A. v. Engel und M. Steenbeck⁸⁾ für den vollständigen und kontinuierlichen Übergang Glimmentladung—Thermobogen ausführten.

Schluß

Ein quantitativ exakter Nachweis für die Richtigkeit der entwickelten Vorstellungen kann in Anbetracht der Unbestimmtheit der beiden Größen Austrittspotential Φ und Grobfeinfaktor γ zwar immer noch nicht erbracht

¹⁴⁾ W. Weizel u. W. Thouret, Z. Physik **131**, 170 (1952).

werden. Die brauchbare Übereinstimmung zwischen den Berechnungen und den Meßergebnissen für die Werte $\Phi = 4$ V und $\gamma = 2,5$ stellt aber ein befriedigendes Ergebnis dar, denn damit liegen diese beiden Größen in einem durch neuere Arbeiten umrissenen engen Unsicherheitsbereich.

Herrn Prof. Dr. P. Schulz habe ich für zahlreiche anregende und klärende Diskussionen meinen besonderen Dank zu sagen.

Augsburg, OSRAM Studiengesellschaft.

Bei der Redaktion eingegangen am 4. September 1956.

Licht
bildete
Gemessene
abstand
stärker
länge
während
geht.
stärker
 $n = 1$
mit b
bei 35
Grenz
geht
gigen
nur no
bestim
dichte
Elekt
größ
gering

Ü
liegen
diese
Kath
Bei d
Elekt
Gen
lichen
durch

An

Untersuchungen über die positive Säule von Xenon-Hochdruckbögen höherer Belastung

Von P. Schulz und B. Steck

Mit 11 Abbildungen

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstage gewidmet

Inhaltsübersicht

Lichtstärke und Gradient wurden für den mittleren gleichmäßig ausgebildeten Teil der positiven Säule von Xenon-Hochdruckentladungen bestimmt. Gemessen wurde an Kurzbogen-Entladungsröhren mit variablem Elektrodenabstand für Drucke von 8–35 Atm und Stromstärken von 10–35 A. Lichtstärke und Lichtausbeute lassen sich in Abhängigkeit von der je cm Säulenlänge aufgenommenen Leistung durch eine einzige Kurve wiedergeben, während in einer Darstellung als Funktion der Stromstärke der Druck eingeht. Es ist $J \sim i^m$ (J Lichtstärke je cm Säulenlänge in cd/cm, i Stromstärke in A). Der Exponent ist druckabhängig und läßt sich durch $n = 1,82 - 0,01 \cdot p$ (p Druck in Atm) wiedergeben. Die Bogenbreiten nehmen mit $b \sim i_m$ zu, wo m mit dem Druck ansteigend von 0,16 bei 10 Atm auf 0,40 bei 35 Atm wächst. Die Stromdichten streben unabhängig vom Druck einem Grenzwert von rund 1000 A/cm² zu. Die elektrische Leitfähigkeit $\sigma = e \cdot n_e \cdot b_e$ geht bei hohen Belastungen gegen einen von Druck und Stromstärke unabhängigen Endwert. In diesem Bereich wird die Elektronenbeweglichkeit praktisch nur noch durch die Wechselwirkung der Elektronen mit den positiven Ionen bestimmt. In der Leitfähigkeitsgleichung wird die Zunahme der Elektronendichte mit steigender Temperatur kompensiert durch eine Abnahme der Elektronenbeweglichkeit. Der Xenon-Bogen zeigt die Tendenz einer Vergrößerung des Kanalquerschnittes mit zunehmender Stromstärke bei nur geringer Temperaturerhöhung des Plasmaschlauches.

Über Lichtstärke und Lichtstrom von Xenon-Hochdruckentladungen liegen umfangreiche Untersuchungen vor. Es wurden jedoch im allgemeinen diese Größen für die gesamte Entladung mit Einschluß der Anoden- und Kathodenfallgebiete sowie der Kontraktionszone vor der Kathode gemessen. Bei der Angabe von Lichtausbeuten in der Säule wurden gelegentlich die Elektrodenverluste mit einem Pauschalbetrag von 10–15 V berücksichtigt. Genaue Messungen der Lichtstärke und des Leistungsumsatzes in der eigentlichen, gleichmäßig ausgebildeten Säule fehlten bislang. Für niedrig belastete durch ein Magnetfeld stabilisierte lange Xenon-Bögen konnten kürzlich die

Gradienten und damit die Leistungsumsätze in der Säule dadurch ermittelt werden, daß Entladungsröhren verwendet wurden, die durch Änderung des Elektrodenabstandes während des Betriebes die Aufstellung der Bogenlänge-Spannungs-Charakteristik erlaubten¹⁾. Unter Verwendung der hierbei entwickelten Entladungsröhren konnten dann in einer weiteren Untersuchung²⁾ die Lichtstärken bezogen auf 1 cm Säulenlänge in Abhängigkeit vom Leistungsumsatz je cm Säulenlänge gemessen werden. Aufgabe der vorliegenden Untersuchung soll es sein, durch Verwendung von Versuchsröhren mit variablem Elektrodenabstand auch für Kurzbogenentladungen mit hohem Leistungsumsatz je cm Säulenlänge Lichtstärke und Gradient sowie die Lichtausbeute in der eigentlichen Säule in Abhängigkeit von der Leistung für

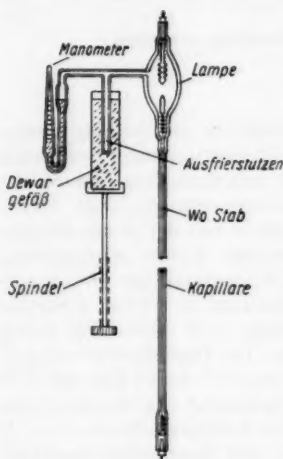


Abb. 1. Versuchsanordnung

verschiedene Drucke zu ermitteln. Ergänzende Messungen von Bogenbreiten und Stromdichten sollen Unterlagen liefern für eine Diskussion der Eigenschaften des Entladungskanals.

Die Versuchsanordnung ist in Abb. 1 wiedergegeben. Das ovale Entladungsgefäß aus Quarz hatte einen Außendurchmesser von 33 mm und eine Wandstärke von 3 mm. Der Durchmesser der im Betrieb oben befindlichen Anode aus Wolfram war 8 mm, derjenige der gleichfalls aus Wolfram gefertigten Kathode 4 mm. Im kalten Zustand betrug der Elektrodenabstand 4,9 mm. Zur Änderung des Elektrodenabstandes war die Kathode mit einem Wolframstab von 130 cm Länge und einem Durchmesser von 2,4 mm verbunden, der durch eine an das Entladungsgefäß angesetzte Quarzkapillare geführt wurde und am unteren Ende mit der bei Quarzentladungsröhren üblichen Molyb-

dänbanddurchführung fest verbunden war. Die Kapillare war mit einer Heizspirale umwickelt, durch deren Heizung der Elektrodenabstand mittels der thermischen Ausdehnung des Wolframstabes variiert werden konnte³⁾. Die Versuchsröhre wurde in kaltem Zustand mit 26 Atm Xenon gefüllt. Im Betriebszustand erhöhte sich der Druck auf über 35 Atm. Durch Ausfrieren eines Teils des Xenons in einem Ausfrierstutzen mit Hilfe von flüssiger Luft konnte der Druck beliebig zwischen 1 und 35 Atm variiert und am Manometer M abgelesen werden. Die Zündung erfolgte mit einem Hochspannungszündgerät nach Ramert⁴⁾.

Da die Entladung in einem ovalen Quarzgefäß mit einem im Vergleich zu den Bogenabmessungen großen Durchmesser brannte, konnte nicht einfach an der Röhre ein Teil der Säule ausgeblendet und dessen Lichtstärke gemessen werden. Es wurde deshalb der Bogen mittels eines Achromaten zehnfach ver-

¹⁾ A. Bauer u. P. Schulz, Z. Physik **139**, 197 (1954).

²⁾ A. Bauer u. P. Schulz, Z. Physik **146**, 339 (1956).

³⁾ Vgl. hierzu P. Gerthsen u. P. Schulz, Z. Physik **140**, 510 (1955).

⁴⁾ H. Ramert, ETZ **72**, 604 (1951).

größert auf einen Schirm abgebildet und hier mittels einer Blende mit einer Öffnung von 20×40 mm aus dem mittleren Teil des insgesamt 4 mm langen Bogens ein Stück von 2 mm Länge ausgeblendet. In 3,33 m Abstand hinter der Blende befand sich am Ende eines mit schwarzem Samtpapier ausgeschlagenen lichtdichten Kastens ein Photoelement. Die Meßanordnung wurde geeicht mit Hilfe einer Xenon-Hochdrucklampe von 1 mm Elektrodenabstand, die so an die Stelle der Versuchsröhre gesetzt wurde, daß das Bild des gesamten Bogens in die Blendenöffnung des Schirmes fiel. Der Anteil der Elektrodenstrahlung an der Gesamtlichtstärke war vorher zu 16 % bestimmt worden.

Da bei der Bestimmung von Lichtstärken und Leuchtdichten mit Hilfe einer Zwischenabbildung nicht selten Fehler gemacht werden, soll im folgenden etwas auf die Problematik solcher Messungen eingegangen werden. Dabei soll zunächst vorausgesetzt werden, daß die Leuchtdichte des Bogens unabhängig von der Ausstrahlungsrichtung ist (d. h. wir setzen einen Lambert-Strahler voraus), und daß der ausgeblendete Teil eine Kreisfläche konstanter Leuchtdichte ist. Es sind nun zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Der Durchmesser des Bildes ist größer als der Durchmesser der Linse.

2. Der Durchmesser des Bildes ist kleiner als derjenige der Linse.

Im ersten Fall, der in Abb. 2 skizziert ist, bleibt für alle Punkte rechts von S' die Linse L die Austrittspupille. Ein Beobachter bei A sieht nur einen Punkt der Linse ausgeleuchtet. Bewegt sich das Auge des Beobachters auf der optischen Achse in Richtung zum Bild, so erscheint ein immer größerer Teil der Linse, bis bei S' die gesamte Linse ausgeleuchtet gesehen wird. Bei weiterer Bewegung des Beobachters nach rechts und schließlich auch über das Bild B hinaus, ändert sich hieran nichts. Die Linse bleibt für alle Punkte rechts von S' als Lichtquelle im Dienst. Die Beleuchtungsstärke entlang der optischen Achse in diesem Bereich ist $E = \pi B \sin^2 u$ (B Leuchtdichte; u Öffnungswinkel, unter dem die Linse erscheint).

Interessant für unsere Versuche ist also nur der zweite Fall mit einem Bilddurchmesser kleiner als der Linsendurchmesser, der in Abb. 3 wiedergegeben ist. Auch hier sieht ein Beobachter, wenn er sein Auge von der Linse fort entlang der optischen Achse bewegt, bei S' die Linse vollkommen ausgeleuchtet. Wandert sein Auge weiter nach rechts, so bleibt die Linse voll ausgeleuchtet bis S'' . Von da an tritt das Bild B als strahlenbegrenzende Fläche des von L auf das Auge treffenden Lichtbündels in Erscheinung. Zwischen S' und S'' bildet die Linse die Austrittspupille, hinter S'' das Bild, d. h. an Stelle der ausgeleuchteten Linsenfläche kann das Bild B als Ersatzlichtquelle angesehen werden. Die Entfernung $B S''$ kann in Analogie zu dem bekannten Begriff bei optischen Geräten als optische Grenzentrfernung R_{opt} bezeichnet werden. Nur wenn diese eingehalten wird, kann von einer Lichtstärke des Bildes gesprochen werden. Die optische Grenzentrfernung

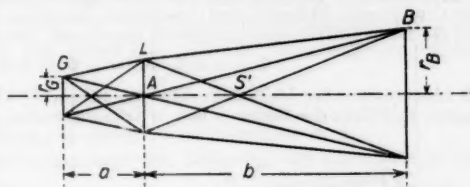


Abb. 2. Strahlengang bei einer Abbildung der Lichtquelle, wenn der Bilddurchmesser größer als der Linsendurchmesser ist. (G Strahlenquelle; L Linse; B Bild)

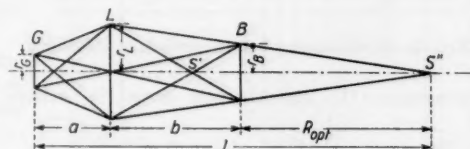


Abb. 3. Strahlengang bei einer Abbildung der Lichtquelle, wenn der Bilddurchmesser kleiner als der Linsendurchmesser ist. (G Strahlenquelle; L Linse; B Bild)

für das Bild ist:

$$R_{\text{opt}} = \frac{b \cdot r_B}{r_L - r_B} \quad (1)$$

(b Bildweite; r_B Radius des Bildes; r_L Radius der Linse). Bei einer Lichtstärkemessung ist außer der optischen Grenzentfernung auch die photometrische Grenzentfernung innezuhalten, von der aus die Beleuchtungsstärke mit dem Quadrat der Entfernung abnimmt. Diese Entfernung hängt bei einer vorgegebenen Größe der leuchtenden Scheibe von dem zugelassenen Fehler ε der Lichtstärkebestimmung ab. Sie beträgt nach Reeb⁵⁾:

$$R_{\text{phot}} = h \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}} \quad (2)$$

(h Radius der leuchtenden Fläche). Bei einem zugelassenen Fehler von 1% muß R_{phot} das Zehnfache von h betragen. Im vorliegenden Fall beträgt also die photometrische Grenzentfernung das Zehnfache vom Radius des Bildes r_B . Zu den beiden Bedingungen $R \geq R_{\text{opt}}$ und $R \geq R_{\text{phot}}$ tritt noch eine weitere hinzu. Wenn von den Verlusten in der Optik durch Reflexion und Absorption abgesehen wird, ist der von der Lichtquelle auf die Linse auftreffende Lichtstrom gleich dem, der von der Linse auf das Bild fällt:

$$\Phi = \pi B F_G \sin^2 u = \Phi' = \pi B F_B \sin^2 u' \quad (3)$$

(B Leuchtdichte der Lichtquelle bzw. des Bildes; F_G Fläche der (ausgeblendeten) Lichtquelle; F_B Fläche des Bildes; u bzw. u' Öffnungswinkel gegenstands- und bildseitig). Ein

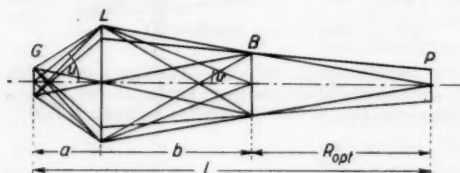


Abb. 4. Strahlengang bei der optischen Abbildung

Bedingungen (1) und (2) tritt damit die weitere

$$a \geq r_L \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}} \quad (4)$$

Es sind also bei der Dimensionierung der Meßanordnung folgende Bedingungen zu erfüllen:

$$R \geq \frac{b r_B}{r_L - r_B}; \quad R \geq h \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}}; \quad a \geq r_L \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}}$$

(R Abstand Bild-Photoelement). Der bei der Messung erforderliche Gesamtabstand Lichtquelle-Photoelement ist:

$$l = a + b + R. \quad (5)$$

Weiterhin gelten:

$$\beta' = -\frac{f}{f-a} \quad \text{und} \quad \beta' = \frac{b}{a} = \frac{r_B}{r_G} \quad (6)$$

(β' lineare Vergrößerung der Abbildung; f Brennweite des verwendeten Achromaten). Verwandt wurde ein Achromat mit $r_L = 31,5$ mm und $f = 25$ cm. Die gewünschte lineare Vergrößerung der Abbildung war $\beta' = 10$, der Radius des Bogenausschnittes $r_G = 1,7$ mm.

Aus den Beziehungen (6) berechnet sich mit diesen Daten: $a = 27,5$ cm; $b = 275$ cm und aus (1) die optische Grenzentfernung zu $R_{\text{opt}} = 322,5$ cm. Die Mindestlänge des Abstandes Lichtquelle-Photoelement ist somit nach (5) $l = 625$ cm. Die photometrische

⁵⁾ O. Reeb, Optik 9, 254 (1952).

Grenzentrfernung ist nach Gl. (2) $R_{\text{phot}} = 25$ cm. Sie liegt also weit innerhalb der optischen Grenzentrfernung. Der mit $a = 27,5$ cm gemachte Fehler ist nach Gl. (4) $\varepsilon = 1,3\%$. Diese Abschätzung ist gemacht worden unter der Voraussetzung, daß die Lichtquelle ein Lambert-Strahler ist. In Wirklichkeit verhält sich jedoch der Xenon-Bogen bis zu Ausstrahlungswinkeln von 60° nahezu wie ein Volumstrahler. In der vorliegenden Anordnung ist der maximale Ausstrahlungswinkel des noch von der Optik erfaßten Strahlenbündels $6,55^\circ$. Der Cosinus hiervon beträgt 0,993, d. h. die maximale Abweichung eines verwendeten Lichtbündels von dem eines Lambert-Strahlers beträgt hier nur 0,7%. Weiterhin ist eine leuchtende Kreisfläche als Lichtquelle vorausgesetzt worden. Bei unserer Abbildung wird ein rechteckiges Stück des Bogens ausgeblendet. Setzt man an Stelle des Radius r_g der Kreisscheibe die halbe Diagonale des abzubildenden Rechtecks, so wird der wirkliche Fehler immer unterhalb des abgeschätzten sein.

Die Lichtstärken wurden für Drucke von 8–35 Atm im Stromstärkebereich von 10–35 A gemessen. Die Ergebnisse sind in Tab. 1 zusammengefaßt. In einer doppellogarithmischen Darstellung können, wie aus Abb. 5 hervorgeht, die gemessenen Werte der Lichtstärke in Abhängigkeit von der Stromstärke für jeden Druck gut durch eine Gerade wiedergegeben werden, d. h. es gilt eine Beziehung:

$$J \sim i^n \quad (7)$$

(J Lichtstärke je cm Säulenlänge in cd/cm; i Stromstärke in A.)

Der Exponent, der unmittelbar aus der Steigung der Geraden zu entnehmen ist, ist druckabhängig.

Die Exponenten n für die verschiedenen Drucke sind in Tab. 2 wiedergegeben. Sie liegen bei unseren Messungen zwischen 1,42 bei 35 Atm und 1,73 bei 8 Atm.

Die Abnahme der Exponenten mit wachsendem Druck ist schon bei früheren Untersuchungen^{6) 7)} gefunden worden. Larché⁷⁾ hat für die Druckabhängigkeit des Exponenten die Beziehung $n = 2 - 0,016 p$ angegeben. Unsere Werte schließen sich der von Bauer und Schulz²⁾ neuerdings gefundenen Gleichung $n = 1,82 - 0,01 p$ besser an.

Der Gradient wurde aus der Änderung der Röhrenspannung bei Variation des Elektrodenabstandes zwischen 2 und 4,5 mm für verschiedene

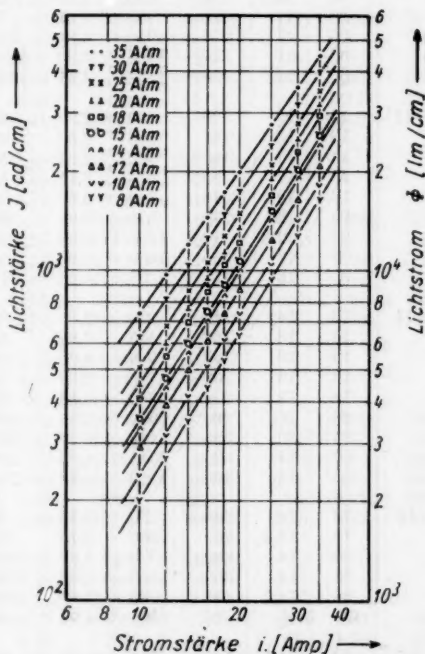


Abb. 5. Lichtstärke je cm Säulenlänge in Abhängigkeit von der Stromstärke bei verschiedenen Drucken

⁶⁾ P. Schulz, Ann. Physik 1, 95 u. 107 (1947).

⁷⁾ K. Larché, Z. Physik 136, 74 (1953).

Tabelle 1

Lichtstärke J und Lichtstrom Φ je cm Säulenlänge; Lichtausbeute η' in cd/W und η in lm/W; Säulenbreite b_s und Säulenquerschnitt F_s ; Stromdichte j sowie Säulengradient G und Leistungsaufnahme L je cm Säulenlänge in Abhängigkeit von Druck und Stromstärke

p Atm	i A	G V/cm	L W/cm	J cd/cm	η' cd/W	Φ lm/cm	η lm/W	b_s 10^{-1} cm	F_s 10^{-2} cm ²	j A/cm ²
8	10	11	110	200	1,82	2000	18,2			
	12	10	120	270	2,25	2700	22,5			
	14	10	140	350	2,50	3500	25,0			
	16	10	160	445	2,85	4450	28,5			
	18	9,5	171	540	3,16	5400	31,6			
	20	9,5	190	640	3,37	6400	33,7			
	25	10	250	940	3,76	9400	37,6			
	30	10	300	1280	4,27	12800	42,7			
	35	10,5	368	1660	4,52	16600	45,2			
10	10	12	120	240	2,00	2400	20,0			
	12	11	132	320	2,44	3200	24,4			
	14	11	154	420	2,73	4200	27,3			
	16	11	176	520	2,95	5200	29,5			
	18	10,5	189	620	3,28	6200	32,8	1,91	2,86	627
	20	11	220	750	3,41	7500	34,1	1,96	3,02	664
	25	11	275	1050	3,81	10500	38,1	2,02	3,20	780
	30	11	330	1430	4,33	14300	43,3	2,06	3,40	901
	35	12	420	1850	4,41	18500	44,1	2,12	3,53	993
12	10	13	130	290	2,23	2900	22,3			
	12	13	156	390	2,50	3900	25,0			
	14	12	168	500	2,97	5000	29,7			
	16	12	192	610	3,17	6100	31,7			
	18	12	216	740	3,43	7400	34,3			
	20	12	240	870	3,62	8700	36,2			
	25	12,5	312,5	1250	4,00	12500	40,0			
	30	13	390	1650	4,23	16500	42,3			
	35	13	455	2100	4,62	21000	46,2			
14	10	14	140	330	2,35	3300	23,5			
	12	13	156	440	2,82	4400	28,2			
	14	13	182	560	3,08	5600	30,8			
	16	13	208	700	3,36	7000	33,6			
	18	13	234	840	3,59	8400	35,9			
	20	13	260	1000	3,84	10000	38,4			
	25	13	325	1420	4,37	14200	43,7			
	30	14	420	1910	4,55	19100	45,5			
	35	14	490	2410	4,92	24100	49,2			
15	16	14	224	750	3,35	7500	33,5	1,75	2,40	667
	18	13,5	243	900	3,70	9000	37,6	1,81	2,57	701
	20	14	280	1070	3,82	10700	38,2	1,88	2,77	723
	25	14	350	1510	4,32	15100	43,2	1,96	3,01	830
	30	14,5	435	2030	4,68	20300	46,8	2,04	3,27	920
	35	15	525	2580	4,91	25800	49,1	2,09	3,43	1022
16	10	14,5	145	380	2,62	3800	26,2			
	12	15	180	500	2,78	5000	27,8			
	14	14	196	640	3,26	6400	32,6			
	16	14,5	232	800	3,45	8000	34,5			

Tabelle 1 (Fortsetzung)

p Atm	i A	G V/cm	L W/cm	J cd/cm	η' cd/W	Φ lm/cm	η lm/W	b_s 10^{-1} cm	F_s 10^{-2} cm ²	j A/cm ²
18	18	14	252	960	3,81	9600	38,1			
	20	15	300	1130	3,77	11300	37,7			
	25	15	375	1600	4,27	16000	42,7			
	30	15	450	2150	4,77	21500	47,7			
	35	16	560	2750	4,91	27500	49,1			
	10	16	160	410	2,56	4100	25,6			
	12	16	192	550	2,86	5500	28,6			
	14	16	224	700	3,12	7000	31,2			
	16	15	240	860	3,58	8600	35,8			
	18	15,5	270	1040	3,65	10400	36,5			
20	20	16	320	1220	3,81	12200	38,1			
	25	16	400	1750	4,38	15500	43,8			
	30	16	470	2300	4,89	23000	48,9			
	35	17	595	2970	4,99	29700	49,9			
	10	16	160	450	2,81	4500	28,1			
	12	16	192	600	3,12	6000	31,2			
	14	17	238	760	3,19	7600	31,9			
	16	16	256	940	3,67	9400	36,7	1,725	2,345	683
	18	16	288	1130	3,92	11300	39,2	1,78	2,48	726
	20	17	340	1350	3,97	13500	39,7	1,81	2,57	780
25	25	18	450	1900	4,22	19000	42,2	1,92	2,90	862
	30	18	540	2500	4,63	25000	46,3	2,01	3,17	937
	35	18,5	647,5	3200	4,94	32000	49,4	2,10	3,46	1011
	10	17	170	510	3,00	5100	30,0			
	12	17,5	210	680	3,24	6800	32,4			
	14	18	252	870	3,45	8700	34,5			
	16	18	288	1060	3,68	10600	36,8	1,68	2,235	715
	18	18	324	1280	3,95	12800	39,5	1,735	2,37	760
	20	18	360	1500	4,17	15000	41,7	1,785	2,50	789
	25	19	475	2100	4,42	21000	44,2	1,90	2,85	876
30	30	19	570	2800	4,91	28000	49,1	1,98	3,07	977
	35	20	700	3520	5,02	35200	50,2	2,08	3,40	1031
	10	20	200	630	3,15	6300	31,5			
	12	21	252	820	3,21	8200	32,1			
	14	21	294	1040	3,54	10400	35,4			
	16	21	336	1275	3,79	12750	37,9	1,6	2,01	797
	18	21	378	1500	3,97	15000	39,7	1,66	2,16	834
	20	21	420	1770	4,22	17700	42,2	1,725	2,34	855
	25	20	500	2400	4,80	24000	48,0	1,86	2,71	922
	30	21	630	3200	5,08	32000	50,8	1,96	3,01	995
35	35	23	805	4020	4,99	40200	49,9	2,07	3,37	1037
	10	24	240	740	3,08	7400	30,8			
	12	23,5	282	980	3,47	9800	34,7			
	14	24	336	1200	3,57	12000	35,7			
	16	24	384	1450	3,77	14500	37,7	1,515	1,81	884
	18	24	432	1750	4,05	17500	40,5	1,59	1,98	908
	20	23,5	470	2000	4,25	20000	42,5	1,66	2,18	918
	25	24	600	2800	4,66	28000	46,6	1,815	2,59	966
	30	25	760	3600	4,8	36000	48,0	1,965	3,04	986
	35	26	910	4500	4,95	45000	49,5	2,07	3,37	1037

Tabelle 2
Exponenten n aus der Beziehung $J \sim i^n$ bei verschiedenen Drucken

Atm	8	10	12	14	16	18	20	25	30	35
n	1,73	1,66	1,61	1,60	1,59	1,59	1,57	1,54	1,49	1,42

Drucke und Stromstärken bestimmt. Die Resultate sind in Spalte 3 der Tab. 1 eingetragen. Die Gradienten zeigen als Funktion der Stromstärke ein nur schwach ausgebildetes Minimum bei etwa 20 A. Wird der Gradient bei 20 A in

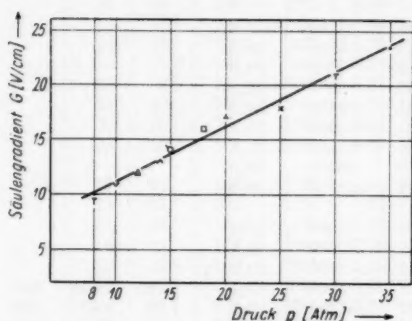


Abb. 6. Säulengradient bei 20 A in Abhängigkeit vom Druck

Minimum bei dem vorliegenden Entladungstyp beträchtlich größer als die der Langbogenentladung. So wurde z. B. bei den früheren Untersuchungen an Langbogenentladungen für 15 Atm ein Gradient von 7,7 V/cm und für 35 Atm ein solcher von 10,3 V/cm gefunden, während sich nach Abb. 6 für die Kurzbogenentladung die Werte zu 14 V/cm bzw. 23,8 V/cm ergeben.

Die Messungen der Bogengradienten sollen in diesem Zusammenhang vor allem dazu dienen, Lichtstärke und Lichtstrom je cm Säulenlänge in Abhängigkeit von der aufgenommenen Leistung pro cm zu ermitteln. In Abb. 7 sind die Werte für die Lichtstärke je cm Säulenlänge in Abhängigkeit von der je cm Säulenlänge aufgenommenen Leistung eingetragen. Unabhängig vom Druck lassen sich die Werte durch eine einzige Kurve wiedergeben, während sich in Abhängigkeit von der Stromstärke eine Druckabhängigkeit (vgl. Abb. 5) ergeben hatte.

Es ist versucht worden, die Ergebnisse der Lichtstärkenmessungen in Abhängigkeit von der Leistungsaufnahme durch die einfachen Beziehungen^{2) 9)}:

$$J = \text{const } L^m \quad \text{bzw.} \quad J = \text{const } (L - A)$$

($m \approx 1,6$) angenähert wiederzugeben. Beide Gleichungen gelten nur für einen beschränkten Bereich, wie aus Abb. 8 sofort hervorgeht, in der die Lichtstärke je cm Säulenlänge in Abhängigkeit von der je cm aufgenommenen Leistung im linearen Maßstab wiedergegeben ist. Im Bereich mittlerer Lei-

⁸⁾ K. Larché, ETZ 74, 346 (1953).

⁹⁾ W. Elenbaas, Philips Res. Rep. 4, 221 (1949).

stung
Kur
 $J \sim$

Lichtstärke J [cd/cm]

Abb

stungen ist die Annäherung durch eine Gerade recht gut, da die wirkliche Kurve hier eine schwach ausgeprägte Wendestelle hat. Die Darstellung $J \sim L^m$ wird bei hohen Leistungsumsätzen schlecht, wo der Anstieg sogar

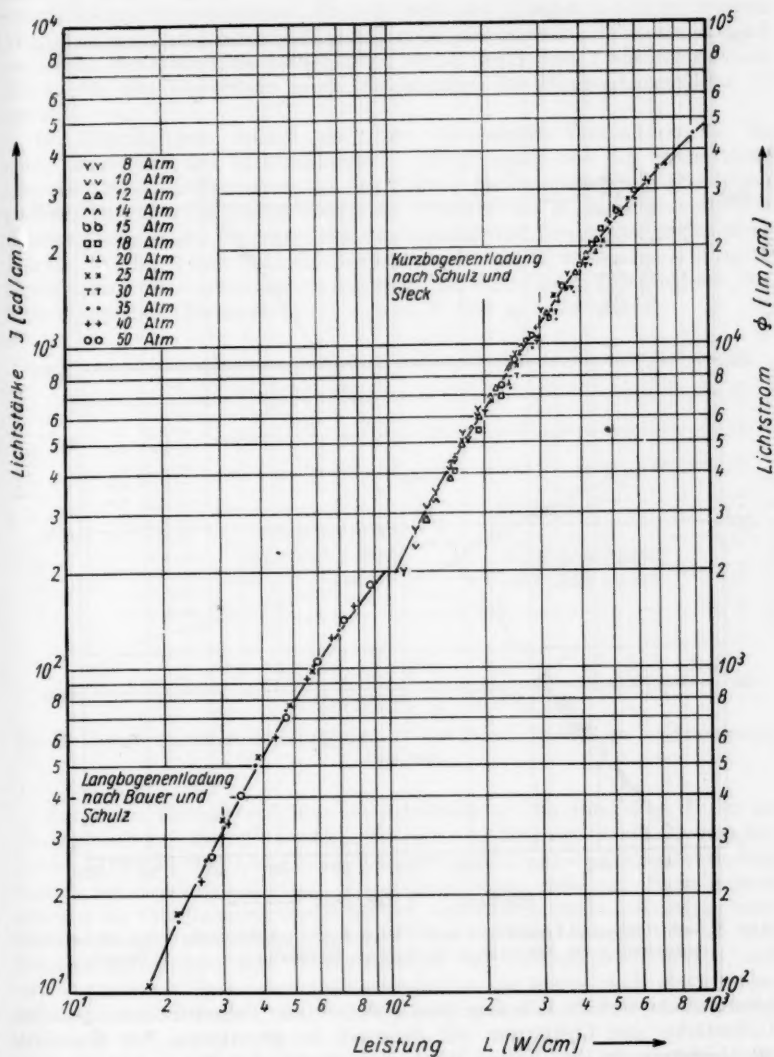


Abb. 7. Lichtstärke und Lichtstrom je cm Säulenlänge in Abhängigkeit von der Leistung je cm Säulenlänge

schwächer als linear erfolgt, während sie für kleinere Leistungsaufnahmen die Experimente recht gut wiederzugeben in der Lage ist.

Auch bei den höchsten hier verwandten spezifischen Belastungen wird das Kontinuum noch weitgehend reabsorptionsfrei ausgestrahlt. Die Ent-

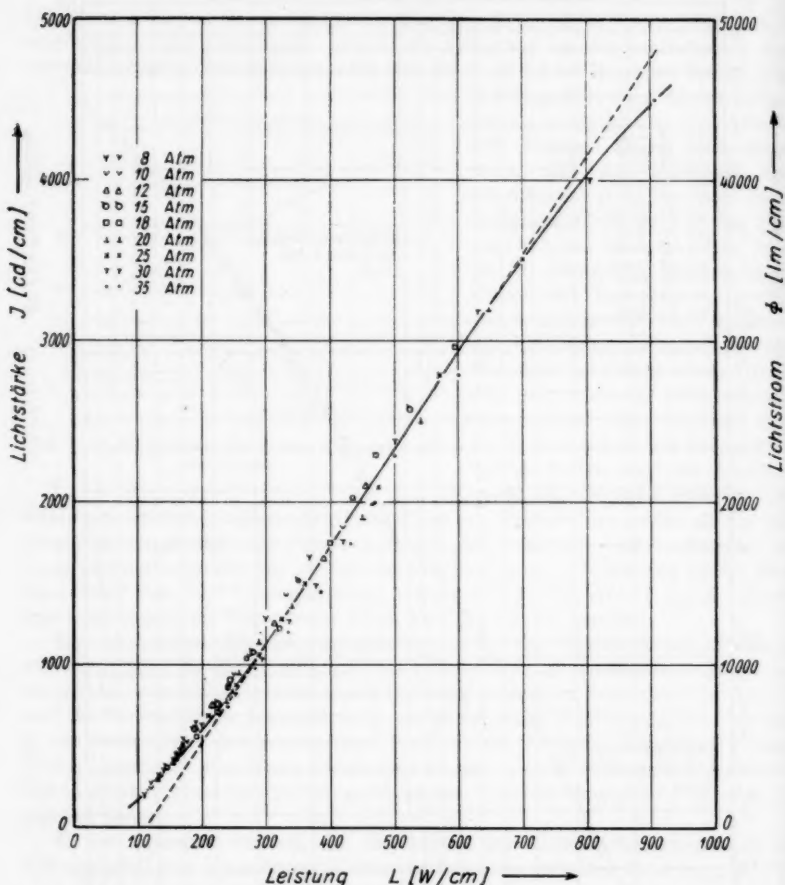


Abb. 8. Lichtstärke und Lichtstrom je cm Säulenlänge in Abhängigkeit von der Leistungsaufnahme je cm Säulenlänge im linearen Maßstab (— — — — Gerade)

ladungssäule verhält sich also praktisch wie ein Volumstrahler. Zwischen Lichtstärke und Lichtstrom gilt demnach im günstigsten Fall $\Phi = 4\pi J$ (Φ Lichtstrom in lm). Dieser Wert wird zwar in der Praxis nicht erreicht, nicht nur, weil eine geringe Reabsorption die Ausbeute herabsetzen kann, sondern vor allem wegen der Geometrie der Entladungsanordnung. Ein Teil

der S
wand
Licht
dieser
nungs
Versu
varii
Zahle
gewäl
Di
einer
geht
höher
Leist
Kurv
eing
1000

Ausbeute η [cd/W]

Abb.

)

A
Säul
dene
dana
sich
Unt
höhe
sich
mit
müß
I
boge
aust

der Strahlung wird unvermeidlich durch die Elektroden und die Gefäßwandungen absorbiert. Wenn wir zur Ermittlung des primär ausgestrahlten Lichtstromes die Lichtstärke mit dem Faktor 4π multiplizieren, so stellt dieser Wert eine obere Grenze dar. In der Praxis werden wir mit Umrechnungsfaktoren rechnen müssen, die nicht weit über 10 liegen und die bei unseren Versuchen auch noch etwas mit dem jeweils verwendeten Elektrodenabstand variieren. Der Einfachheit halber haben wir bei den in Tab. 1 wiedergegebenen Zahlen für den Lichtstrom je cm Säulenlänge den Umrechnungsfaktor 10 gewählt.

Die Lichtausbeute wächst rasch mit zunehmender Stromstärke an. In einer Darstellung der Lichtausbeute in Abhängigkeit von der Stromstärke geht der Druck als Parameter ein. Die Kurven für die größeren Drücke liegen höher. Wird aber die Lichtausbeute als Funktion der je cm aufgenommenen Leistung aufgetragen, so ergibt sich unabhängig vom Druck eine geschlossene Kurve. In Abb. 9 sind links die Ausbeuten η' in cd/W und rechts η in lm/W eingetragen. Die Lichtausbeute erreicht bei einer Leistungsaufnahme von 1000 W/cm einen Maximalwert $\eta' = 5 \text{ cd/W}$ bzw. $\eta = 50 \text{ lm/W}$.

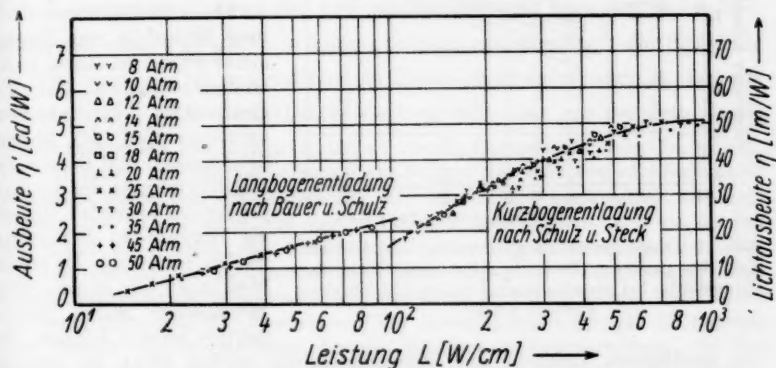


Abb. 9. Lichtausbeute in Abhängigkeit von der je cm Säulenlänge aufgenommenen Leistung

Auf einen Maximalwert der Lichtausbeute η' von rund 5 cd/W für die Säule ist schon Larché⁷⁾ in einer Betrachtung über die Strahlung verschiedener Xenon-Hochdrucklampentypen gekommen. Der Maximalwert wird danach bei Leistungsumsätzen von etwa 6 kW/cm erhalten. Nach unseren sich auf die Strahlungseigenschaften der eigentlichen Säule konzentrierenden Untersuchungen wird dieser Wert schon bei 1 kW/cm erreicht. Ob bei noch höheren Belastungen eine Wiederabnahme der Lichtausbeute eintritt, läßt sich aus unseren Messungen nicht entscheiden, da hierzu noch Entladungen mit bedeutend höheren spezifischen Leistungsumsätzen untersucht werden müßten.

In Abb. 7 und 9 sind auch die früher von Bauer und Schulz²⁾ an Langbogenentladungen gefundenen Ergebnisse für die Lichtstärken bzw. Lichtausbeuten eingetragen. Sie fügen sich in einiger Näherung dem allgemeinen

Kurvenverlauf ein. Jedoch ergibt die Extrapolation aus beiden Untersuchungen keine exakt geschlossene Kurve. Die Werte von Lichtstärke und Lichtausbeute liegen für die Kurzbogenentladung offensichtlich etwas tiefer als die entsprechenden der Langbogenentladung. Trotzdem ist die — wenn auch nur sehr angenäherte — Möglichkeit der Darstellung von Lichtstärke und Lichtausbeute in Abhängigkeit von der Leistungsaufnahme in einer geschlossenen Kurve, recht erstaunlich, da es sich um Messungen an zwei Entladungstypen mit ganz verschiedenen Stabilisierungsmechanismen handelt. Die Stromdichten der Kurzbogenentladung z. B. dürften, wie wir weiter unten sehen werden, im Übergangsgebiet bei etwa 100 W/cm merklich oberhalb derjenigen für die Langbogenentladungen liegen. Andererseits ist aber bekannt, daß die Ausbeute einer Xenon-Entladung im allgemeinen gesteigert werden kann, wenn unter sonst gleichen Bedingungen die Stromdichte und damit der Leistungsumsatz pro Volumeneinheit erhöht wird, d. h. also die

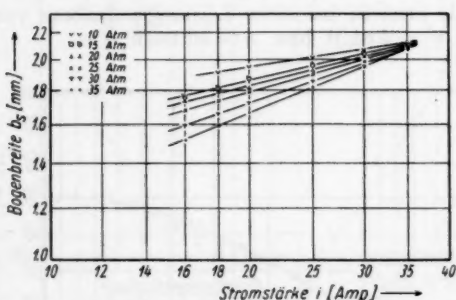


Abb. 10. Bogenbreite im gleichmäßig ausgebildeten Teil der positiven Säule in Abhängigkeit von der Stromstärke bei verschiedenen Drucken (Elektrodenabstand 4 mm)

bei niedrigeren Drucken und Belastungen ein solcher nicht zu erzielen war, haben wir uns darauf beschränkt, die Untersuchungen im Bereich von 10–35 Atm bei Stromstärken von 16–35 A zu machen. Die Ergebnisse

Tabelle 3
Exponenten m der Beziehung $b \sim i^m$
bei verschiedenen Drucken

Druck Atm	10	15	20	25	30	35
m	0,16	0,23	0,25	0,28	0,34	0,40

druckabhängig ist. Die Exponenten sind in Tab. 3 zusammengestellt. m wächst von 0,16 bei 10 Atm auf 0,40 bei 35 Atm.

Mit den in Abb. 10 wiedergegebenen Bogenbreiten erhält man die in Tab. 4 enthaltenen Stromdichten. Die angegebenen Zahlen geben nur einen rohen Mittelwert, da die Stromdichte rasch von der Mitte des Bogens zum Rande hin abnimmt und die mittlere Stromdichte etwas willkürlich unter Zugrundelegung der Halbwertsbreite der Strahldichteverteilung als Bogen-

Lichtstärke kann nicht ausschließlich eine Funktion der je cm Säulenlänge aufgenommenen Leistung sein.

Die Strahldichteverteilung senkrecht zur Bogenachse wurde bei einem Elektrodenabstand von 4 mm im gleichmäßig kontrahierten mittleren Teil des Bogens ausgemessen und daraus die Halbwertsbreite des Bogens, die wir im folgenden einfach als Bogenbreite bezeichnen wollen, ermittelt. Da solche Messungen nur an sehr ruhig brennenden Bögen durchgeführt werden können und

der Bogenbreitemessungen sind in Abb. 10 wiedergegeben.

Die Breiten lassen sich in Abhängigkeit von der Stromstärke darstellen durch $b \sim i^m$, wo m

Stro

Druck

1

1

2

2

3

3

4

4

5

5

6

6

7

7

8

8

9

9

10

10

11

11

12

12

13

13

14

14

15

15

16

16

17

17

18

18

19

19

20

20

21

21

22

22

23

23

24

24

25

25

26

26

27

27

Tabelle 4
Stromdichte j bei verschiedenen Drucken und Stromstärken in A/cm²

Druck Atm	Stromstärke A					
	16	18	20	25	30	35
10	—	627	664	780	901	992,5
15	667	701	723	830	920	1022
20	682,5	726	780	862	937	1011
25	715	760	789	876	977	1031
30	797	834	855	922	995	1037
35	884	908	917,5	966	986	1037

breite errechnet wurde. Der allgemeine Verlauf der Stromdichte wird aber richtig wiedergegeben. Aus Tab. 4 ergibt sich, daß die Stromdichten unabhängig vom Druck für hohe Stromstärken einem konstanten Endwert von rund 1000 A/cm² zustreben. Die Stromdichten liegen damit wesentlich über den bei den oben zitierten Untersuchungen an Langbogenentladungen ermittelten Werten.

Die wirklichen mittleren Stromdichten dürften geringer sein als die in Tab. 4 angegebenen. Denn die Elektronendichte geht nach der Saha-Gleichung mit $\exp\left(-\frac{eV_i}{2kT}\right)$ (V_i wirksame Ionisierungsspannung), die Strahlung im Sichtbaren, die im wesentlichen ein Rekombinationsleuchten ist, dagegen mit $\exp\left(-\frac{eV_i}{kT}\right)$. Die Strahldichte verteilt sich also mit der zum Rande hin abnehmenden Temperatur steiler ab als die Elektronendichte. Da jedoch, wie wir sehen werden, bei diesen Entladungen die Elektronenbeweglichkeit gleichfalls stark temperaturabhängig ist, kann nicht unmittelbar aus dem Verlauf der Strahldichte auf die elektrische Leitfähigkeit $\sigma = e n_e b_e$ und damit auf den Verlauf der Stromdichte $j = \sigma E$ geschlossen werden. Der relative Verlauf der Elektronendichte kann unter der Voraussetzung eines reinen Rekombinationsleuchtens aus der Strahldichteverteilung erschlossen werden, indem man die Wurzelwerte der Strahldichte aufträgt. Es ergeben sich hiermit Halbwertsbreiten für die Elektronendichteverteilung, die das 1,35–1,4fache derjenigen der Strahldichteverteilung betragen. Die Abweichungen zwischen Strahldichte- und Stromdichteverteilung bzw. Verteilung der elektrischen Leitfähigkeit dürften wegen der Änderung der Elektronenbeweglichkeit merklich kleiner sein. Bei den folgenden überschlägigen Betrachtungen setzen wir einheitlich die Breite des Leitfähigkeitskanals gleich dem 1,35fachen derjenigen der Strahldichteverteilung. In Tab. 5 stellen wir die so aus der Leitfähigkeitsgleichung $j = e n_e b_e E$ erhaltenen Werte des Produktes $n_e b_e$ aus Elektronendichte und Elektronenbeweglichkeit zusammen.

Die Elektronenbeweglichkeit kann in für diese Betrachtungen ausreichender Näherung aus der Beziehung:

$$b_e = 0,75 \frac{e \lambda_e}{(3 m_e k T)^{1/2}} \quad (8)$$

berechnet werden. Die freie Weglänge der Elektronen setzen wir:

$$\lambda_e = \frac{1}{N q + N_+ q_+} \quad (9)$$

Tabelle 5
Produkt aus Elektronendichte n_e und Elektronenbeweglichkeit b_e in Abhängigkeit von Druck und Stromstärke

p Atm	i A	$n_e b_e \cdot 10^{-22}$	p Atm	i A	$n_e b_e \cdot 10^{-22}$
10	18	7,1	25	16	4,7
	20	7,2		18	5,1
	25	8,4		20	5,2
	30	9,8		25	5,5
	35	9,9		30	5,6
15			30	35	5,6
	16	5,7		16	4,5
	18	6,2		18	4,8
	20	6,2		20	4,9
	25	7,1		25	5,5
	30	7,6		30	5,7
20	35	8,2	35	35	5,4
	16	5,1		16	4,4
	18	5,4		18	4,5
	20	5,5		20	4,7
	25	5,7		25	4,8
	30	6,2		30	4,7
	35	6,7		35	4,8

(N Anzahl der Atome im cm^3 ; q Stoßquerschnitt für die Impulsübertragung zwischen Elektronen und Atomen; $N_+ = n_+$ Anzahl der positiven Ionen bzw. Elektronen im cm^3 ; q_+ Querschnitt der Wechselwirkung für Impulsaustausch zwischen Elektronen und positiven Ionen). Der anzusetzende Stoßquerschnitt q für den Impulsaustausch ist kleiner als der von Ramsauer gemessene Wirkungsquerschnitt, da die Streuung der Elektronen an den Atomen nicht isotrop ist, sondern unter Bevorzugung kleiner Streuwinkel erfolgt, d. h. durch einen Ramsauer-Stoß wird die im elektrischen Feld erworbene Vorzugsrichtung des Elektrons nicht völlig zerstört. Andererseits ist der Querschnitt auch stark von der Geschwindigkeit abhängig.

Im Bereich der im Xenon-Hochdruckplasma vorkommendem mittleren Elektronengeschwindigkeiten (Temperaturen $\approx 7000^\circ$ entsprechend mittleren kinetischen Energien von wenig unterhalb 1 eV) hat der Wirkungsquerschnitt nach Ramsauer ein ausgeprägtes Minimum und damit die freie Weglänge der Elektronen ein Maximum, solange diese wesentlich durch die Wechselwirkung mit den neutralen Atomen bedingt sind. Für den Querschnitt der Impulsübertragung bei der Wechselwirkung zwischen Elektronen und positiven Ionen ist im allgemeinen die Beziehung von Gvosdover¹⁰⁾:

$$q_+ = \frac{\pi}{2} \frac{e^4}{k^2 T^2} \ln \frac{k T}{e^2 N^{1/2}} \quad (10)$$

verwandt worden. Es konnte schon bei den ersten Untersuchungen von Schulz¹¹⁾ über die elektrische Leitfähigkeit von Edelgas-Hochdruckplasmen gezeigt werden, daß die Wechselwirkung zwischen Elektronen und positiven

¹⁰⁾ S. D. Gvosdover, Physik. Z. Sowj. **12**, 164 (1937).

¹¹⁾ P. Schulz, Ann. Physik **1**, 318 (1947).

Ionen selbst bei relativ geringen Belastungen eine wesentliche Rolle spielt. Es ist dies eine Folge der z. B. im Vergleich zum Quecksilber extrem kleinen Querschnitte für den Impulsaustausch zwischen Elektronen und Edelgasatomen. Die Gvosdover-Gleichung (10) gibt allerdings, wie schon Höcker und Schulz¹²⁾ festgestellt haben, zu große Werte für den Querschnitt der Wechselwirkung zwischen Elektronen und positiven Ionen. In neuerer Zeit ist die elektrische Leitfähigkeit hoch belasteter Plasmen Gegenstand eingehender Untersuchungen gewesen. Betrachtungen von Spitzer und Mitarbeitern^{13) 14)} führten zu Ersatzquerschnitten, die beträchtlich kleiner sind als die Gvosdover-Querschnitte. Dabei wurde auch noch der Einfluß der Wechselwirkung der Elektronen unter sich, die für die Elektronenbeweglichkeit nur von untergeordneter Bedeutung ist, berücksichtigt. In eingehenden exakten Untersuchungen über die elektrische Leitfähigkeit des Xenon-Hochdruckplasmas gelangt Schirmer¹⁵⁾ zu ähnlichen Ergebnissen. In Übereinstimmung mit den Betrachtungen von Spitzer haben Maecker, Peters und Schenk¹⁶⁾ bei der Auswertung ihrer Messungen an Hochstrombögen gefunden, daß der für die Wechselwirkung zwischen den Ladungsträgern in Gl. (9) anzusetzende Ersatzquerschnitt etwa der halbe Gvosdover-Querschnitt ist. Wir wollen deshalb bei den folgenden Abschätzungen an Stelle von Gl. (10) setzen:

$$q_+ = \frac{\pi}{4} \frac{e^4}{k^2 T^2} \ln \frac{k T}{e^2 N_+^{1/2}}. \quad (10a)$$

Setzen wir zur Gewinnung eines Überblickes $T = 6500^\circ$ an und wählen als vorläufigen Wert für die Anzahl der Elektronen im cm^3 $n_e = N_+ = 2 \cdot 10^{16}$, so ergibt sich nach Gl. (10a) $q_+ \approx 1,4 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^2$. Die Größe dieses Ersatzquerschnittes ändert sich etwas mit Temperatur und Elektronendichte. Die Abhängigkeit von der Elektronendichte ist mit $\ln N_+^{-1/2}$ äußerst schwach, so daß sie nicht weiter berücksichtigt zu werden braucht. Da jedoch auch die mit der Variation von Druck und Stromstärke eintretenden Temperaturänderungen gering sind, können wir in Näherung mit einem konstanten Ionenquerschnitt rechnen. Bilden wir unter Verwendung von Gl. (8) und (9) das Produkt $n_e b_e$, das wegen der Quasineutralität des Hochdruckplasmas gleich $N_+ b_e$ ist, so erhalten wir:

$$n_e b_e = N_+ b_e = \frac{0,75 e}{(3 m_e k T)^{1/2}} \frac{N_+}{N q_+ + N_+ q_+}. \quad (11)$$

Im Grenzfall sehr hoher Belastungen, wo $N \cdot q \ll N_+ \cdot q_+$ ist, wird:

$$n_e b_e = \frac{0,75 e}{(3 m_e k T)^{1/2}} \frac{1}{q_+}, \quad (11a)$$

d. h. das Produkt $n_e b_e$ ist nahezu unabhängig von der Belastung, da sich die stark von der Temperatur abhängende Elektronen- bzw. Ionendichte heraus-

¹²⁾ K.-H. Höcker u. P. Schulz, Naturforschg. **4a**, 266 (1949).

¹³⁾ R. S. Cohen, L. Spitzer u. Mc R. Routly, Physic. Rev. **80**, 230 (1950).

¹⁴⁾ L. Spitzer u. R. Härm, Physic. Rev. **89**, 977 (1953).

¹⁵⁾ H. Schirmer, Z. Physik **142**, 1 (1955).

¹⁶⁾ H. Maecker, Th. Peters u. H. Schenk, Z. Physik **140**, 119 (1955).

kürzt. Mit $T = 6500^\circ$ und $q_+ = 1,4 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^3$ erhält man:

$$n_e b_e = 5,2 \cdot 10^{22}. \quad (12)$$

In Abb. 11 sind die experimentell ermittelten Werte von $n_e b_e$ aus Tab. 5 in Abhängigkeit vom Druck für verschiedene Stromstärken aufgetragen. Das Produkt $n_e b_e$ strebt, wie man sieht, in Übereinstimmung mit Gl. (12)

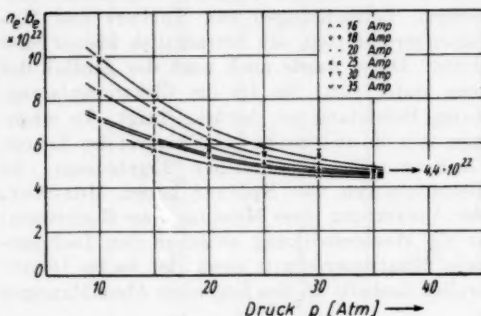


Abb. 11. Produkt aus Elektronenkonzentration n_e und Elektronenbeweglichkeit b_e in Abhängigkeit vom Druck p für verschiedene Stromstärken

trische Leitfähigkeit nimmt bei hochbelasteten Bögen nur wenig mit der Stromstärke zu, da in der Beziehung $\sigma = e n_e b_e$ die Erhöhung der Elektronenkonzentration nahezu kompensiert wird durch eine entsprechende Verringerung der Elektronenbeweglichkeit. Da sich hierdurch andererseits aber der spezifische Leistungsumsatz nur wenig mit der Stromstärke ändert, treten nur relativ geringe Temperaturänderungen auf.

Die Durchführung der Untersuchungen wurde ermöglicht durch Leihgaben der Deutschen Forschungsgemeinschaft sowie durch Anfertigung der Versuchsröhren in der Osram-Studiengesellschaft für elektrische Beleuchtung m. b. H. Augsburg. Hierfür sei auch an dieser Stelle unser herzlicher Dank ausgesprochen.

Karlsruhe, Lichttechnisches Institut der Technischen Hochschule.

Bei der Redaktion eingegangen am 20. August 1956.

einem von Druck und Stromstärke unabhängigen Grenzwert zu. Die quantitativ gute Übereinstimmung mit Gl. (12) gegenüber dem obigen theoretischen Wert $5,2 \cdot 10^{22}$ ist in Anbetracht der rohen Näherungen wohl etwas zufälliger Natur. Aus diesen Betrachtungen wird sofort das Bestreben des Xenon-Hochdruckbogens verständlich, den Bogenquerschnitt mit zunehmender Belastung zu vergrößern. Denn die elek-

Z
auch
den
den
betri
von
mäß
von
Quer
der
schie
sätzl
dich
kann
Eige
für
lose
strom
artig
Entl
Ersc
tallis
unte
dann
vor.
hind

Z
Glim
von
desse

Die Verteilung der Stromdichte über die Kathode einer Glimmentladung

Von Walter Weizel und Gerhard Müller*)

Mit 24 Abbildungen

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstage gewidmet

Inhaltsübersicht

Zur Brennspannung einer Glimmentladung trägt neben dem Kathodenfall auch die Spannung zwischen Glimmlicht und Anode bei. Wenn der Weg von den einzelnen Bezirken einer ausgedehnten Kathode zur Anode sehr verschieden ist, kann dieser Spannungsanteil besonders bei etwas höheren Drucken beträchtliche Werte annehmen. Aus diesem Grunde kann der Kathodenfall von verschiedenen Teilen der Kathode verschieden groß sein, was zu ungleichmäßiger Verteilung des Stromes über die Kathode führt. Der Elektronenstrom von den anodenfernen Teilen der Kathode nimmt seinen Weg bevorzugt als Querstrom durch das gut leitende Glimmlicht zu den anodennahen Teilen der Kathode. Das für den Querstrom benötigte Quersfeld wird aus dem Unterschied der Kathodenfälle bestritten. Der Querstrom selbst bewirkt eine zusätzliche Ionisation im Glimmlichtplasma, wodurch die kathodische Stromdichte noch eine Extraerhöhung erfährt. Die Ionisation durch den Querstrom kann so weit gehen, daß das Glimmlichtplasma sich stellenweise in seinen Eigenschaften einer positiven Säule nähert. Diese Vorgänge wurden besonders für ausgedehnte Hohlkathoden und Kathoden untersucht, denen eine stromlose Wand in kleinem Abstand gegenübersteht. Die Wirkungen des Querstroms werden durch eine solche Einengung erhöht. Hierbei wurde der eigenartige Effekt beobachtet, daß eine der Kathode gegenüberstehende Wand die Entladung bei mittleren Drucken nicht behindert, sondern begünstigt. Diese Erscheinung kann durch das Querstromphänomen erklärt werden. Eine metallische, aber isolierte Wand gegenüber einer ausgedehnten Kathode kann unter Umständen auch als Zwischenleiter für den Querstrom wirken und bringt dann für diesen Vorgang sehr charakteristische Entladungserscheinungen hervor. Bei den hier beschriebenen Erscheinungen handelt es sich nicht um Behinderung der Entladung.

Zu den eindrucksvollen Beobachtungen, die man normalerweise an einer Glimmentladung macht, gehört es, daß sich die Kathode ziemlich unabhängig von ihrer Form und ihrer Stellung zur Anode mit einem Glimmlicht überzieht, dessen Intensität keine oder nur geringfügige Unterschiede aufweist. Diese

*) D. 5.

zunächst ganz rohe Beobachtung läßt sich so deuten, daß sich an allen Teilen der Kathodenoberfläche ein Glimmstrom ausbildet, dessen Stromdichte überall die gleiche oder wenigstens an verschiedenen Stellen der Kathode nicht allzu sehr verschieden ist. Eine sehr wesentliche Einschränkung allerdings muß insofern gemacht werden, als bei normalem Kathodenfall nicht die ganze Kathodenoberfläche bedeckt wird, sondern nur ein Teil von ihr, dieser allerdings, von feineren Unterschieden abgesehen, ebenfalls mehr oder weniger gleichmäßig. Die primitive Deutung dieses Sachverhalts besteht darin, daß die Glimmentladung an der Kathode eine gewisse minimale Stromdichte erfordert, welche durch Druck und Gasart, evtl. Kathodenbeschaffenheit vorwiegend bestimmt ist und die man als normale Stromdichte bezeichnen kann. Sie ist gekennzeichnet durch den niedrigsten möglichen Wert des Kathodenfalls, den normalen Kathodenfall.

Diese einfache Beschreibung der Stromdichteverteilung über die Kathode ist natürlich äußerst grob und nur dann einigermaßen richtig, wenn die Versuchsanordnung nur in verhältnismäßig engen Grenzen variiert wird, d. h. wenn immer recht ähnliche Versuchsanordnungen benutzt werden. Daß die gleichmäßige Verteilung des Stromes über die ganze Kathodenoberfläche bzw. im normalen Kathodenfall über einen Teil von ihr tatsächlich daran gebunden ist, daß einigermaßen ähnliche Versuchsanordnungen benutzt werden, wird durch den eigenartigen Umstand verschleiert, daß Elektrodenanordnungen sich in der Entladung ähnlich verhalten, obwohl sie rein geometrisch recht verschieden aussehen. Dies macht den Einfluß der geometrischen Bedingungen einer Elektrodenanordnung auf die Eigenschaften der kathodischen Entladungsteile einer Glimmentladung zu einem ziemlich undurchsichtigen Problem. In vielen Fällen beobachtet man, daß die geometrischen Bedingungen nur wenig Einfluß auf die kathodischen Entladungsteile nehmen, während sich in anderen Fällen ein solcher Einfluß deutlich bemerkbar macht, obwohl man dies bei oberflächlicher Betrachtung nicht sofort voraussehen kann.

Um die eigentliche Problemstellung etwas besser herauszuarbeiten, stellen wir uns die Frage, unter welchen Voraussetzungen eine gleichmäßige Verteilung des Stromes über die Kathodenoberfläche zu erwarten ist. Selbstverständlich erwartet man, daß der Strom sich über die Kathode gleichmäßig verteilt, wenn einer ebenen, ziemlich ausgedehnten Kathode in nicht allzu großem Abstand eine ebene Anode von gleicher Form und Ausdehnung gegenübersteht. In diesem Falle ist die Beschreibung der Stromverteilung und der Feldverhältnisse zwischen den Elektroden ersichtlich ein ebenes Problem. Das bedeutet folgendes: Die den Entladungsvorgang beschreibenden vektoriellen Größen, nämlich die Feldstärke und die Stromdichten der positiven und negativen Ladungsträger, stehen senkrecht auf den Elektroden, und alle Größen hängen nur von einer Koordinate senkrecht zu den Elektroden ab. Sind die Elektroden groß genug und sieht man von ihren Rändern ab, so ist es aus Symmetriegründen sofort einsichtig, daß die Entladung sich mathematisch als ein ebenes Problem beschreiben läßt. In dem Ausnahmefall, daß die Stromstärke durch äußere Widerstände auf einen so niedrigen Wert begrenzt wird, daß die Kathode mit der minimalen Stromdichte des normalen Kathodenfalls sich nicht völlig bedecken kann, tritt eine Einschränkung ein. Solange die bedeckte Fläche noch groß genug ist, liegt abgesehen von ihrem Rande immer noch ein ebenes Problem vor. Nur wenn die bedeckte Fläche so klein wird, daß

ihre L
man
Mode
neuer
ebene
tatsäc
Verte
den I

D
thode
Strom
die E
ben l
senkr
stärk
bedeu
Kath
tigt i
oberf
tialok
Kath
Erfül
oberf
schar
eine
Kath
wird.
thode
zwar
aber
zwise
nung
an al
Span
Diese
ausge
wirkl
dami
aus c
Bei
Glim
werd
fall s
die e
eben
licht

ihre Dimensionen vergleichbar mit der Dicke des Fallraumes werden, kann man nicht von vornherein damit rechnen, die Entladung durch ein ebenes Modell beschreiben zu dürfen. Siehe hierzu z. B. Muralt¹⁾, Child²⁾ und neuerdings Chaudri und Baqui³⁾. Die Entladung zwischen ausgedehnten ebenen Elektroden, die sich in mäßigem Abstand gegenüberstehen, ist also tatsächlich in erster Näherung ein ebenes Problem, bei dem eine gleichmäßige Verteilung der Stromdichte von vornherein zu erwarten ist, wenn man von den Randzonen absieht.

Die zu Anfang beschriebene Beobachtung, daß sich in vielen Fällen an Kathoden beliebiger Form und beliebiger Stellung zur Anode eine gleichmäßige Stromverteilung einstellt, bedeutet nunmehr, daß sich auch in diesen Fällen die Entladung mehr oder weniger als ebenes mathematisches Problem beschreiben läßt. Dies heißt im einzelnen, daß man an jeder Stelle eine Koordinate senkrecht der Kathodenoberfläche einführen kann, von der allein die Feldstärke, die Trägerdichten und die anderen Entladungsgrößen abhängen. Es bedeutet weiter, daß die vektoriellen Größen zum mindesten in der Nähe der Kathode im wesentlichen senkrecht zur Kathodenoberfläche stehen. Berechtigt ist diese Beschreibung dann, aber auch nur dann, wenn der Kathodenoberfläche in einem Abstand, der dem Glimmsaum entspricht, eine Äquipotentialoberfläche gegenübersteht, welche überall ungefähr gleich weit von der Kathodenoberfläche entfernt ist. Man kann leicht erkennen, daß hierfür die Erfüllung zweier Bedingungen notwendig ist. Die Krümmung der Kathodenoberfläche muß einigermaßen gleichmäßig sein. Die Kathode darf weder scharfe Kanten noch Ecken besitzen. An solchen Stellen müßte man nämlich eine vom Normalwert abweichende Stromdichte erwarten, auch wenn die Kathode in gleichbleibendem Abstand von einer Äquipotentialfläche umhüllt wird. Da diese Abweichungen jedoch immer nur sehr kleine Teile der Kathodenoberfläche betreffen, bedeutet die Nichterfüllung dieser Bedingung zwar grundsätzlich eine Einschränkung, praktisch fällt diese Einschränkung aber oft nicht allzu sehr ins Gewicht. Die zweite Bedingung rührt daher, daß zwischen der Kathodenoberfläche und der Anodenoberfläche eine feste Spannung gegeben ist. Soll zwischen dem Glimmsaum und der Kathodenoberfläche an allen Stellen dieselbe Spannungsdifferenz liegen, so muß auch die gleiche Spannung zwischen der Anode und allen Stellen des Glimmsaumes liegen. Diese Bedingung wird naturgemäß streng nur erfüllt sein können, wenn sich ausgedehnte ebene Elektroden gegenüberstehen, wenn also die Anordnung wirklich ein ebenes Problem darstellt. In allen anderen Fällen wird man damit rechnen müssen, daß der Spannungsbedarf für den Weg der Elektronen aus dem Glimmlicht zur Anode größer sein wird, wenn der Weg länger ist. Bei all denjenigen Anordnungen jedoch, bei denen die Spannung zwischen Glimmlicht und Anode überhaupt klein gegenüber dem Kathodenfall ist, werden die Unterschiede dieses Spannungsbedarfs gegenüber dem Kathodenfall selbst nur geringfügig sein. Es werden sich dann also Verhältnisse einstellen, die einem ebenen Problem zwar nicht ganz entsprechen, die aber von einem ebenen Problem nur geringfügig abweichen. Der Kathodenfall zwischen Glimmlicht und Kathode wird an denjenigen Stellen, die von der Anode weiter ent-

¹⁾ A. v. Muralt, Ann. Physik 85, 1117 (1928).

²⁾ E. C. Child, Philos. Mag. 9, 529 (1930).

³⁾ R. M. Chaudri, M. A. Baqui, Proc. phys. Soc. (B) 65, 324 (1952).

fernt sind, nur geringfügig von dem Kathodenfall an den der Anode benachbarten Stellen abweichen, solange der Weg zur Anode nicht allzu weit und der Zugang für die Elektronen aus dem Glimmlicht zur Anode nicht besonders behindert ist. Wie werden also an denjenigen Stellen einer Kathode einen etwas niedrigeren anormalen Kathodenfall erwarten, die von der Anode weiter entfernt sind, und demgemäß eine etwas geringere Stromdichte. An der Rückseite einer plattenförmigen Kathode wird also die Stromdichte in der Regel etwas geringer sein als auf der der Anode zugekehrten Seite, aber der Unterschied wird nicht sehr erheblich sein, wenn die Kathode nicht allzu groß und der Weg von der Rückseite zur Anode nicht beeengt ist.

Dagegen ist von vornherein zu erwarten, daß sich eine ungleichmäßige Verteilung der Stromdichte auf der Kathode einstellt, sobald der Spannungsbedarf zwischen Glimmlicht und Anode für die nahen und fernen Teile des Glimmlichts merklich verschieden wird, und zwar werden wir mit um so größeren Unterschieden in der Stromverteilung auf der Kathode rechnen müssen, je verschiedener die Potentiale an den verschiedenen Stellen des Glimmlichts sein werden. Besonders wenn der Weg vom Glimmlicht zur Anode für die Elektronen behindert wird, werden wir mit großen Unterschieden in der Stromdichteverteilung rechnen müssen. Da im allgemeinen in einer Entladung die Wege in freien Weglängen und nicht in cm zu messen sind, werden wir damit rechnen, daß sich bei höheren Drucken verschiedene Entfernungen zwischen Glimmlicht und Anode stärker auswirken als bei niedrigem Druck. Wir werden also bei hohen Drucken vornehmlich mit Wegeffekten zu rechnen haben. Bei niedrigen Drucken jedoch kann es vorkommen, daß der Fluß der Elektronen aus dem Glimmlicht zur Anode in engen Räumen behindert wird und daß aus diesem Grunde größere Spannungsdifferenzen zwischen den einzelnen Teilen des Glimmlichts entstehen. Bei niedrigen Drucken werden wir also auf Behinderungseffekte zu achten haben.

Eine besondere Situation liegt vor, wenn eine Kathode Hohlräume enthält, die bei geeigneten Drucken als Hohlkathode wirken. In solchen Hohlräumen beobachtet man bekanntlich sowieso schon eine erhöhte Stromdichte, wenn die beiden einander gegenüberstehenden Kathodenoberflächen ein gemeinsames Glimmlicht ausbilden. Unter sonst gleichen Bedingungen bildet sich in ihm eine höhere Trägerdichte als im normalen Glimmlicht. Andererseits kann der Zugang zur Anode von einem Hohlraum besonders leicht behindert sein, so daß in Hohlkathoden die Ungleichmäßigkeit der Stromverteilung ganz besonders hohe Ausmaße annehmen kann. Da im übrigen Hohlkathoden sowohl für experimentelle Zwecke als auch für technische Anwendungen viel verwendet werden, werden wir das Problem der Stromverteilung in Hohlkathoden und ähnlichen Anordnungen zu einem Hauptgegenstand unserer Untersuchungen machen.

Bisher scheinen diese Probleme experimentell noch nicht genügend untersucht zu sein. Lompe, Seeliger und Wolter⁴⁾ konnten allerdings beobachten, daß die Stromverteilung in einer Hohlkathode ungleichmäßig ist, wenn sie die Kathode in drei Teile unterteilen. Parfentyev⁵⁾ machte an einer unterteilten Kathode Messungen, die nach den kurzen verfügbaren Angaben mit unseren Beobachtungen vereinbar zu sein scheinen.

⁴⁾ A. Lompe, R. Seeliger, E. Wolter, *Ann. Physik* **36**, 9 (1939).

⁵⁾ A. I. Parfentyev, *Physik. Ber.* **22**, 2001 (1941).

1. Versuchsanordnung zur Untersuchung der kathodischen Stromverteilung

Will man die Verteilung des Stroms auf die Kathode beobachten und die Ursache einer ungleichmäßigen Verteilung untersuchen, so muß man die Elektroden so anordnen, daß ein Teil der Kathode der Anode sehr nahe ist, während andere Teile der Kathode weit entfernt von der Anode liegen.

Wir haben der Kathode die Form eines ebenen Rechtecks von 5 cm Breite und 50 cm Länge gegeben, die Länge aber in 10 voneinander isolierte Abschnitte unterteilt. Jeder dieser Abschnitte erhielt eine eigene Stromzuführung, so daß der Strom an jedem Abschnitt gemessen werden konnte. Die Unterteilung läßt es auch zu, den einzelnen Abschnitten verschiedene Spannungen gegen die Anode zu geben.

Die Anode wurde am einen Ende der ganzen Kathodenfläche angebracht, so daß das erste Kathodensegment der Anode benachbart ist, während die weiteren Segmente sich von der Anode mehr und mehr entfernen (siehe Abb. 1).

Bei einem Teil der Versuche wurde dieser Kathodenfläche in einem Abstand von 1,4 cm eine zweite Elektrode genau gleicher Konstruktion gegenübergestellt. Sie war ebenfalls in 10 isolierte Abschnitte unterteilt, und ihre Abschnitte waren einzeln mit Stromzuführungen versehen.

Diese Gegenelektrode konnte ebenfalls als Kathode geschaltet werden, wodurch eine Hohlkathode mit zwei gegenüberstehenden ebenen Flächen entstand. Die Gegenelektrode konnte aber auch abgeschaltet werden, wobei sie nur eine den Entladungsraum begrenzende, also die Entladung einengende Wirkung ausübt. Selbstverständlich können die Abschnitte der Gegenelektrode auch noch auf andere Potentiale gebracht werden, so daß sie als Anode oder auch als eine Art von Sonden wirken.

Seitlich wurde der Entladungsraum durch ebene Glasplatten begrenzt. Sie wirkten als Fenster, durch die man alle Entladungserscheinungen gut beobachten konnte. Das eigentliche Entladungsgefäß erhielt auf diese Weise die Gestalt eines Turmes, der sich als Ganzes in einer künstlichen Atmosphäre des Versuchsgases befand.

Die Versuchsbedingungen können in dieser Anordnung sehr vielseitig variiert werden. Man kann mit ihr viele Entladungserscheinungen beobachten, die man sonst kaum oder nur selten zu Gesicht bekommt. Natürlich kann nicht von allen der zahllosen Variationsmöglichkeiten Gebrauch gemacht werden, die die Anordnung zuläßt, sondern man muß zu einer gewissen systematischen Ordnung der Versuche und Messungen gelangen.

2. Versuche mit der Hohlkathodenanordnung

Wir beginnen mit einer Versuchsreihe, bei der wir die Gegenelektrode auf Kathodenpotential halten. Alle Segmente der Kathode und Gegenelektrode liegen auf gleichem Potential. Die gegenüberliegenden Segmente der Kathode und Gegenelektrode sind miteinander verbunden. Auf diese Weise erhalten

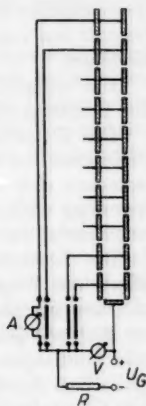


Abb. 1. Schema der Versuchsanordnung, Elektroden in Hohlkathodenschaltung

wir eine Hohlkathode aus 10 Segmenten. Die Ströme zu den Segmenten können einzeln gemessen werden.

Bei kleinen Stromstärken setzt die Entladung nur an dem der Anode benachbarten Segment 1 an. Das Glimmlicht bildet einen schmalen Keil, der von der Anode her nur ein kurzes Stück in die Hohlkathode hineinragt. Das negative Glimmlicht nimmt mit dem Abstand von der Anode an Helligkeit ab, die Dicke des Hittorfschen Dunkelraumes nimmt um so mehr zu, je tiefer man in die Hohlkathode eindringt, und die Erscheinung erlischt schließlich.

Vergrößern wir die Brennspannung, so schiebt sich das Glimmlicht weiter in die Kathode hinein, so daß nach und nach auch die von der Anode entfernteren Segmente der Kathode an der Entladung teilnehmen. Die keilförmige Gestalt des von der Anode entferntesten Teiles des Glimmlichts bleibt dabei bestehen.

Um schließlich die ganze Hohlkathode mit Glimmlicht zu bedecken, muß die Brennspannung beachtlich gesteigert werden.

Die Entladung in dieser Versuchsanordnung zeigt in keiner Weise das Phänomen des normalen Kathodenfalls. Bei der niedrigsten Brennspannung bedecken sich vielmehr nur die anodennahen Teile der Kathode. Die Brennspannung wächst monoton mit der Kathodenbedeckung und der Stromstärke, lange bevor die ganze Kathode an der Entladung teilnimmt.

Die beschriebenen qualitativen Beobachtungen versuchen wir nun auf folgendem Wege zu verstehen. Der Strom zwischen negativem Glimmlicht und der Kathode wird teils von Ionen getragen, die aus dem Glimmlicht zur Kathode gelangen, teils von Elektronen, die aus dem Fallraum ins Glimmlicht eindringen. Der Strom zwischen Anode und Glimmlicht wird fast ausschließlich durch Elektronen transportiert, welche auf irgendeinem Wege aus dem Glimmlicht zur Anode gelangen. Bei unserer Anordnung müssen die Elektronen aus den anodenfernere Teilen des Glimmlichts im Innern der Hohlkathode parallel zur Kathodenoberfläche zur Anode wandern. Um diesen „Querstrom“ der Elektronen zu bewerkstelligen, ist im Glimmlicht der Hohlkathode ein Querfeld parallel zur Kathodenoberfläche erforderlich. Das Potential des Glimmlichts ist dem Kathodenpotential im Innern der Kathode näher als in der Nähe der Anode. Der Kathodenfall, die Spannung zwischen Glimmlicht und Kathode nämlich, ist kleiner vor den anodenfernen Teilen der Kathode als vor den anodennahen. In dem Querstrom der Elektronen, dem mit ihm verbundenen Querfeld und der daraus resultierenden Abnahme des Kathodenfalls sehen wir die Ursache dafür, daß die Entladung nur allmählich mit der Erhöhung der Brennspannung in die Hohlkathode eindringt.

Zu einem zweiten Einfluß des Querstroms der Elektronen gelangen wir durch folgende Überlegung: Die Stromdichte an der Kathode hängt außer von Gasart und Gasdruck (die bei unserer Versuchsreihe konstant gehalten werden) von der Trägerdichte im Glimmlicht ab. Kann sich das Glimmlicht an einer völlig freistehenden Kathode unbeeinflusst ausbilden, so ist seine Trägerdichte selbst eindeutig durch den Kathodenfall bestimmt, so daß die Stromdichte nur vom Kathodenfall abhängt. In einer Hohlkathode hingegen erhöht sich die Trägerdichte im gemeinsamen Glimmlicht der gegenüberstehenden Kathodenflächen. Bei gegebener Gasart und gegebenem Gasdruck hängt die Trägerdichte nicht nur vom Kathodenfall, sondern auch vom Abstand der beiden Kathodenoberflächen ab. Wird auch dieser Abstand vor-

gegeben
fall be
des K
St
Elek
kann
Wan
Wert
Die T
trode
Träge
Strom
B

berü
Quer
des C
Kath
durch
L
Stell
kath
Null
dies
Stro
gilt

Der
fläch
Trä
gibt

wo
und
von
Es

geb

An
der
Ver
g fe

gegeben, so sollte die Trägerdichte im Glimmlicht wieder durch den Kathodenfall bestimmt sein, und deshalb müßte die Stromdichte eine eindeutige Funktion des Kathodenfalls sein.

Steht der Kathode keine Gegenelektrode, sondern die Anode, eine isolierte Elektrode oder isolierende Wand in genügend nahem Abstand gegenüber, so kann auch Behinderung eintreten. Durch Diffusion zur Gegenelektrode oder Wand verliert das Glimmlicht Ladungsträger, und es stellt sich ein niedrigerer Wert der Trägerdichte im Glimmlicht ein als an einer freistehenden Kathode. Die Trägerdichte hängt vom Kathodenfall und dem Abstand der Gegenelektrode ab. Ist jedoch der Abstand der Gegenelektrode festgelegt, so ist die Trägerdichte durch den Kathodenfall völlig bestimmt und die kathodische Stromdichte ist eine Funktion des Kathodenfalls allein.

Bei all diesen Überlegungen ist der Querstrom der Elektronen noch nicht berücksichtigt. Die Elektronen des Querstroms werden besonders bei starkem Querfeld eine gewisse ionisierende Wirkung entfalten und die Trägerdichte des Glimmlichts erhöhen. Wir werden deshalb damit rechnen, daß bei gleichem Kathodenfall und sonst gleichen Verhältnissen die kathodische Stromdichte durch den Querstrom erhöht wird.

Diese Vorstellungen lassen sich mathematisch präzisieren. Wir legen die Stelle $x = 0$ eines Koordinatensystems an diejenige Stelle im Innern der Hohlkathode, bis zu der die Entladung vordringt. Die Kathode möge das Potential Null besitzen, das Potential im Glimmlichtplasma bezeichnen wir mit U . In diesem Fall ist U also der Kathodenfall. Bezeichnen wir mit i die kathodische Stromdichte, mit a die Breite der Kathode und mit J_q den Querstrom, so gilt zunächst

$$\frac{dJ_q}{dx} = 2 a i. \quad (1)$$

Der Faktor 2 rührt daher, daß bei Hohlkathodenschaltung zwei Kathodenflächen vorhanden sind. Da die kathodische Stromdichte durch U und die Trägerdichte bestimmt sein soll, diese aber wiederum auch von J_q abhängt, gibt es eine Beziehung

$$i = f(U, J_q), \quad (2)$$

wo f eine bestimmte, wenn auch zunächst nicht bekannte Funktion von U und J_q ist. Andererseits benötigt der Querstrom ein Potentialgefälle, welches von ihm selbst und dem Zustand des Plasmas, d. h. von U und J_q abhängt. Es muß also noch eine Beziehung

$$\mathcal{E} = -\frac{dU}{dx} = g(U, J_q) \quad (3)$$

geben. Aus (1) und (2) erhält man

$$\frac{dJ_q}{dx} = 2 a f(U, J_q). \quad (4)$$

An der Stelle $x = 0$ ist $J_q = 0$ und U muß gleich dem Minimalwert U_0 sein, der für die Entladung erforderlich ist. Mit dieser Anfangsbedingung ist der Verlauf von U und J_q mit x eindeutig festgelegt, wenn die Funktionen f und g festliegen. Wie auch immer diese Funktionen beschaffen sein mögen, Plasma-

potential, Querstrom und kathodische Stromdichte hängen bei gegebener Gasart, Gasdruck und Abstand der beiden Kathoden nur von x ab. Dies gilt allerdings nur, wenn die Entladung noch nicht das zehnte Kathoden-Segment und damit das entfernte Ende der ganzen Kathode erreicht. Mißt man Brennspannung (U), Querstrom (J_q) und kathodische Stromdichte i in unmittelbarer Nähe der Anode gegen die Eindringtiefe x in die Hohlkathode, so erhält man die Lösungen

$$U = U(x); J_q = J_q(x); i = i(x) \quad (5)$$

der Gleichungen (1) bis (3). Außerdem müßte sich durch Eliminieren von x die Funktion f der Gl. (2) bestimmen lassen.

Die wirklichen Möglichkeiten einer Messung sind jedoch weit geringer. Die Stromdichte kann nur aus der Strommessung an einem Kathodensegment entnommen werden und stellt einen Mittelwert über einen beträchtlichen Bereich von x dar. Die Eindringtiefe kann nur mit mäßiger Genauigkeit gemessen und nur bis zur Länge unserer Anordnung verfolgt werden. Außerdem treten an der Anode störende Einflüsse auf, die in der Rechnung außer acht gelassen sind.

Wir messen nun bei festgehaltenem Druck von 0,8 torr und verschiedenen Brennspannungen die Ströme zu den verschiedenen Kathodensegmenten und ermitteln daraus die Stromdichten an diesen Segmenten.

Wir messen nun bei festgehaltenem Druck von 0,8 torr und verschiedenen Brennspannungen die Ströme zu den verschiedenen Kathodensegmenten und ermitteln daraus die Stromdichten an diesen Segmenten.

Tragen wir die Stromdichte gegen die Nummer des Segmentes auf, so erhalten wir zu jeder Brennspannung eine Reihe von Stromdichten, die nahe an den Wert Null heranreichen und leicht bis zur Stromdichte Null extrapoliert werden können. Wir finden auf diese Weise den Punkt $x = 0$ und die

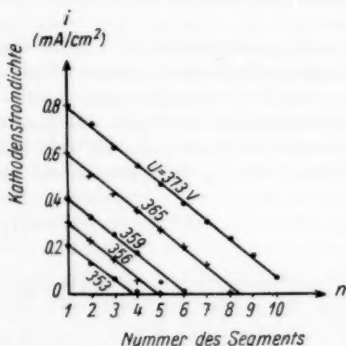


Abb. 2. Stromverteilungskurven $i = i(n)$ für $p = 0,8$ torr und verschiedene Brennspannungswerte bei der Hohlkathode

Eindringtiefe sogar noch etwas genauer als der Länge eines Segmentes entspricht (siehe Abb. 2). Verschieben wir nun alle Kurven so, daß die Punkte $x = 0$ zusammenfallen, so fallen tatsächlich die sämtlichen Meßwerte auf dieselbe Kurve

$$i = i(x),$$

wie wir es erwarten. Diese Kurve können wir so weit fortsetzen, bis auch das letzte Segment von der Entladung bedeckt ist.

Steigern wir jetzt die Brennspannung weiter, so kann sich die Entladung nicht mehr weiter ausdehnen, weil schon die ganze Kathode bedeckt ist. Wir dürfen jetzt nicht einfach erwarten, daß sich die Stromdichte an den einzelnen Segmenten nach dem gleichen Gesetz mit der Brennspannung erhöht, wie es der Fall wäre, wenn sich die Zahl der Kathodensegmente ins Unendliche fortsetzte. Der Querstrom in der ganzen Entladung ist nämlich jetzt um den

Anteil zu niedrig, der bei unendlicher Kathode von den Segmenten geliefert würde, die in Wirklichkeit fehlen. Damit muß man vor allem am letzten Segment, dem zehnten, rechnen, welches ja gar keinen Querstrom mehr empfängt, während man einen weit geringeren Unterschied bei den anodennäheren Segmenten erwarten darf, die ja nur eine relativ geringe Einbuße an Querstrom erleiden. Wir können deshalb, wenn auch mit etwas verminderter Genauigkeit unsere Kurve

$$i = i(x)$$

zu größeren Werten x fortsetzen, indem wir auf Messungen bei höheren Brennspannungen zurückgreifen. Das Fehlen des Querstroms bei den letzten Segmenten macht sich nun allerdings darin bemerkbar, daß die Meßwerte der Stromdichte bei kleinen x deutlich unter den Werten der Kurve $i = i(x)$ bleiben. Dies ist in Abb. 3 deutlich sichtbar, wo die nach unten von $i = i(x)$ abweichenden Meßwerte an den letzten Segmenten bei höheren Brennspannungen gemessen sind.

Man kann nun natürlich leicht auch den Querstrom

$$J_q = 2a \int i(x) dx \quad (6)$$

ermitteln und in dasselbe Diagramm einzeichnen.

Aus denselben Messungen kann man aber auch den Kathodenfall $U = U(x)$ in Abhängigkeit von x ermitteln. Da die Anode sehr nahe am ersten Kathoden-segment liegt, setzen wir den Kathodenfall an diesem Segment gleich der Brennspannung. Hierbei machen wir einen kleinen Fehler, der von den schwer kontrollierbaren anodischen Erscheinungen herrührt, den wir aber in Kauf nehmen wollen. Wir tragen also in Abb. 4 die Brennspannung U gegen die Stromdichte i_1 am Segment 1 auf. Da wir den Zusammenhang zwischen i und x bereits gefunden haben, können wir auch $U = U(x)$ durch Umzeichnen ermitteln. Die Abb. 3 zeigt für 0,8 torr die Kurven

$$U = U(x); \quad J_q = J_q(x); \quad i = i(x).$$

Das Ergebnis der Messungen befindet sich in bester Übereinstimmung mit den oben entwickelten Vorstellungen. Im Innern der Hohlkathode nimmt der Kathodenfall ab, weil der Querstrom der Elektronen zur Anode einen Teil der Spannung benötigt. Die Stromdichte ist eine Funktion von Kathodenfall und Querstrom. Stromdichte, Kathodenfall und Querstrom wachsen nach bestimmten Gesetzen (in die der Gasdruck und Abstand der Kathodenfläche als Parameter eingeht), mit dem Abstand von der Stelle $x = 0$, zu der die Entladung eben noch vordringt.

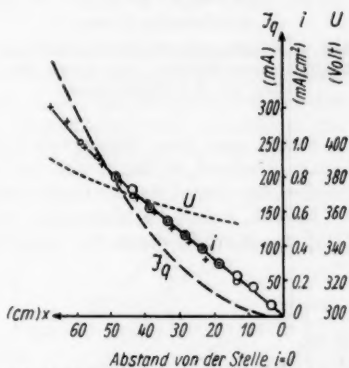


Abb. 3. Stromdichte i , Querstrom J_q und Kathodenfall U als Funktion der Eindringtiefe x für den Druck $p = 0,8$ torr bei der Hohlkathode

Darüber hinaus weisen die Messungen darauf hin, daß die ungleichmäßige Verteilung des Stromes auf die Kathodenoberfläche in erster Linie von der Verschiedenheit des Kathodenfalles herrührt. Als zweiten Effekt finden wir noch eine gewisse Erhöhung der kathodischen Stromdichte durch den Querstrom, der aber nicht den Haupteinfluß auf die kathodische Stromdichte darstellt.

3. Einfluß des Druckes auf die Hohlkathodenentladung

Obwohl die Kurven $U(x)$ und $i(x)$ aus unseren Messungen nur mit beschränkter Genauigkeit gewinnbar sind, lassen die Ergebnisse für verschiedene Drucke noch vernünftige Gesetzmäßigkeiten erkennen.

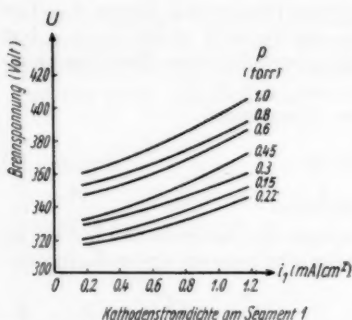


Abb. 4. Brennspannung als Funktion der Kathodenstromdichte i_1 am ersten Segment bei der Hohlkathode

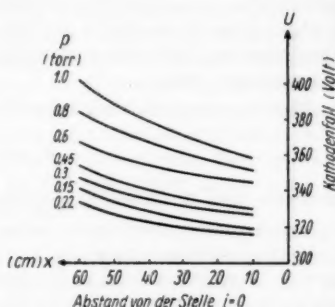


Abb. 5. Kathodenfall U als Funktion der Eindringtiefe bei der Hohlkathode

Senkt man den Druck von 1 torr auf 0,6 torr in einer Hohlkathode von 14 mm Abstand, so flacht sich der Anstieg von $i(x)$ mit x zunächst etwas ab, gleichzeitig nimmt der Kathodenfall etwas ab.

In Abb. 5 sind die Messungen der Abb. 4 umgezeichnet, so daß der Verlauf $U(x)$ des Kathodenfalls für verschiedene Drucke erkennbar ist. Zur Veranschaulichung der Verteilung der Stromdichte über die Kathode wählen wir noch eine andere graphische Darstellung dieser Versuche, indem wir den Nullpunkt $\xi = 0$ eines Koordinatensystems an den anodenseitigen Anfang der Kathode legen und die Stromdichte

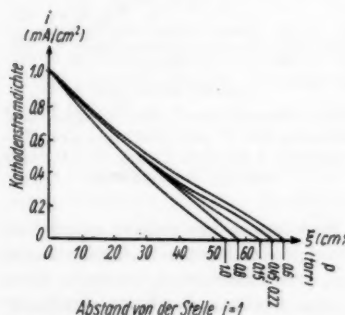


Abb. 6. Stromverteilung in der Hohlkathode

als Funktion der Eindringtiefe darstellen. Dabei vergleichen wir solche Brennspannungen, bei denen die kathodische Stromdichte am anodennahen Ende der Kathode 1 mA/cm^2 beträgt. In Abb. 6 ist dann die Abnahme der

$$i = i(\xi)$$

als Funktion der Eindringtiefe darstellen. Dabei vergleichen wir solche Brennspannungen, bei denen die kathodische Stromdichte am anodennahen Ende der Kathode 1 mA/cm^2 beträgt. In Abb. 6 ist dann die Abnahme der

Stromdichte mit der Eindringtiefe für verschiedene Drucke aufgetragen.

Die Stromdichte wächst vom Innern der Kathode nach außen bei niedrigerem Druck zunächst langsamer an, was auf ein etwas schwächeres Querfeld hindeutet, welches auch an den geringfügig flacheren $U(x)$ -Kurven der Abb. 5 merklich ist. Das Absinken des Kathodenfalls mit dem Druck ist die beginnende spezifische Hohlkathodenwirkung. Erniedrigt man den Druck weiter, so sinkt zwar der Kathodenfall noch weiter bis zu 0,2 torr, die $i(x)$ -Kurven werden jedoch wieder steiler, d. h. die Stromdichte fällt nach dem Innern zu wieder etwas schneller ab. Dies dürfte seinen Grund darin finden, daß bei dem sowieso schon niedrigen Kathodenfall eine geringe Absenkung genügt, um unter den Minimalwert zu gelangen. Außerdem ist daran zu denken, daß sich der Querschnitt des Glimmlichts vermindert, wodurch schließlich wieder eine Verstärkung des Querfeldes erforderlich wird. Natürlich läßt sich die Entladung durch Erhöhung der Brennspannung weiter ins Innere einer Kathode hineintreiben. Dies ist jedoch bei sehr niedrigen Drucken mit einer bedeutenden Zunahme der Stromdichte von innen nach außen verbunden.

4. Entladungen mit isolierter Gegenelektrode

Wir führen nun ganz analoge Messungen mit unserer Anordnung durch, indem wir nur die Segmente 1–10 auf der einen Seite als Kathode benutzen, während wir die gegenüberliegenden Segmente stromlos und auch voneinander isoliert halten. Der Kathode steht also jetzt eine isolierte Gegenelektrode als Wand gegenüber.

Durch diese Veränderung sollte sich im Prinzip nicht allzu viel an der Entladung verändern. Von den entfernten Segmenten muß der Strom wie zuvor zu der Anode als Querstrom wandern. Das Glimmlichtplasma vor den einzelnen Segmenten sollte wieder durch Kathodenfall und Querstrom bestimmt sein. Wir erwarten also wieder, daß die Entladung bis zu einer von der Brennspannung abhängigen Tiefe ($x = 0$) zwischen Kathode und Gegenelektrode eindringt und daß die Stromdichte von dieser Stelle aus von einem Minimalwert bis zur Anode nach einem Gesetz

$$i = i(x)$$

ansteigt, während gleichzeitig Kathodenfall

$$U = U(x)$$

und Querstrom

$$J_a = J_q(x)$$

zunehmen. Quantitativ rechnen wir allerdings mit einem anderen Verlauf der Kurven als bei der Hohlkathodenentladung.

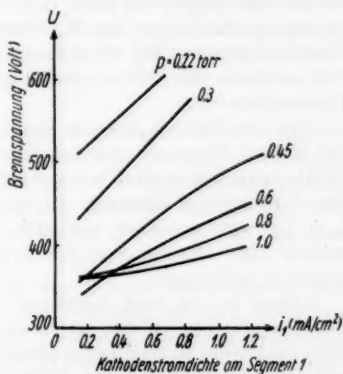


Abb. 7. Brennspannung U als Funktion der Kathodenstromdichte i_1 am ersten Segment bei der Entladung mit isolierter Gegenelektrode

Bei einem Druck von 1 torr sind die Meßergebnisse denen an der Hohlkathode allerdings recht ähnlich.

Die Abb. 7 zeigt z. B. die Abhängigkeit der Brennspannung von der kathodischen Stromdichte am Segment 1. Der Verlauf bei 1 torr ist fast derselbe wie in der Hohlkathode. Dies bedeutet, daß bei diesem Druck noch keine Hohlkathodenwirkung vorliegt. Gehen wir nun zu niedrigeren Drucken über, so zeigt sich klar der Unterschied gegen die Hohlkathode. Um die gleichen Stromdichten wie bei 1 torr zu erzielen, müssen wir höhere Brennspannungen aufwenden, d. h. der Kathodenfall wird anormaler, während die Druckerniedrigung ein Absinken der Brennspannung bei der Hohlkathode bewirkt.

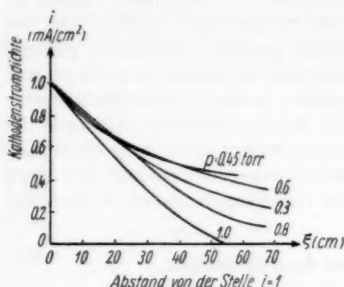


Abb. 8. Verteilung der Kathodenstromdichte bei der Entladung mit isolierter Gegenelektrode

Drucken mit der Entfernung von der Anode viel langsamer ab als in der Hohlkathode. Das hat folgende Ursache. Um in der Entladung mit isolierter Gegenelektrode am ersten Segment dieselbe Stromdichte zu erzielen wie bei der Hohlkathode, muß man mit der Brennspannung wesentlich in die Höhe gehen. Es steht dann eine wesentlich höhere Spannungsreserve für das Quersfeld zur Verfügung und die Entladung kann ziemlich tief zwischen die Elektroden eindringen, bis diese Reserve verbraucht ist. Je niedriger der Druck ist und je deutlicher der Hohlkathodeneffekt wird, desto größer wird diese Spannungsreserve bei stromloser Gegenkathode und desto größer werden die Unterschiede der Stromverteilungen zwischen Hohlkathode und stromloser Gegenelektrode.

Für die Technik unserer Messungen hat dies allerdings eine Erschwerung zur Folge. Wenn wir uns am Segment 1 nicht mit einer sehr kleinen Stromdichte begnügen wollen, erstreckt sich die Entladung mit allerdings abnehmender Stromdichte über alle 10 Segmente und die Konstruktion der Kurven $i = i(x)$ wird unsicher, weil sich die Stelle $x = 0$ auch nicht mehr gut ermitteln läßt. Dies ist einer der Gründe, weshalb wir i gegen ξ und nicht mehr gegen x auftragen.

Gehen wir zu noch kleineren Drucken, z. B. 0,3 torr, so wird der Abfall der Stromdichte zu den anodenferneren Teilen der Kathode wieder steiler. Dies muß wohl so gedeutet werden, daß bei weiterer Erniedrigung des Druckes der Querstrom wieder eine größere Spannungs Zunahme benötigt, als man zur Aufrechterhaltung der Stromdichte am Segment 1 aufwenden muß. Der Grund liegt darin, daß die Ausbildung des Glimmlichts durch die Anwesenheit der Gegenelektrode mehr und mehr beeinträchtigt wird.

5. Entladung ohne Gegenelektrode

Wir verwenden als Kathode wieder eine in 10 Segmente unterteilte Elektrode, deren ersten Segment die Anode benachbart ist. Die Gegenelektrode wird jedoch entfernt. In einem Abstand von 7,4 cm wird eine Glaswand zur Abgrenzung des Entladungsraumes angebracht. Hiermit erhalten wir eine Anordnung mit einer sehr ausgedehnten freistehenden Kathode, deren einzelne Teile jedoch von der Anode sehr verschieden weit entfernt sind.

Aus dem Glimmlicht der entfernteren Kathodenteile müssen auch jetzt die Elektronen durch Querstrom zur Anode gelangen, dieser Querstrom hat jedoch einen sehr viel größeren Querschnitt zur Verfügung als bei Anwesenheit der Gegenelektrode.

Beim relativ hohen Druck von 1 torr verhält sich die Entladung noch immer sehr ähnlich wie die Entladung mit Gegenelektrode und in der Hohlkathode (Abb. 9 und 10). Je nach der angewandten Brennspannung dringt

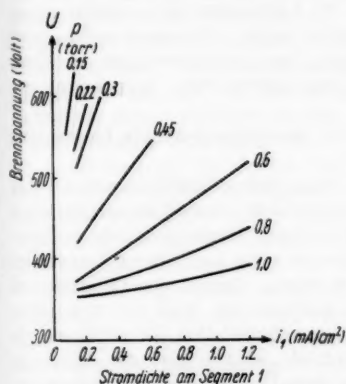


Abb. 9. Brennspannung als Funktion der Stromdichte i_1 am ersten Segment bei der Entladung ohne Gegenelektrode

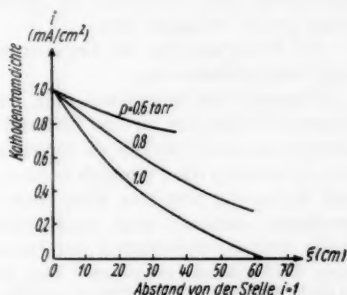


Abb. 10. Verteilung der Kathodenstromdichte bei der Entladung ohne Gegenelektrode

die Entladung mehr oder weniger weit zu den entfernteren Kathodenteilen vor. Die Stromverteilung ist keineswegs gleichmäßig, sondern die Stromdichte ist um so höher, je näher die Anode liegt. Die Elektronen wandern offensichtlich durch das Glimmlicht entlang der Kathode zur Anode. Das Beseitigen der Gegenelektrode ändert nur wenig am Querstrom und an dem ganzen Zustand des Glimmlichts.

Was wir jetzt beobachten, ist zwar nicht der normale Kathodenfall und die gleichmäßige normale Stromdichte auf der Kathode, sondern die allein durch die Geometrie der Anordnung bedingte Verteilung des Glimmlichts und der Stromdichte über die Kathode, die man vielleicht als die „normale Verteilung“ bezeichnen könnte.

Gehen wir zu etwas niedrigeren Drucken, z. B. zu 0,6 torr, so verhält sich die Entladung ohne Gegenelektrode ganz anders als mit Gegenelektrode. Um die gleiche Stromdichte am Segment 1 zu erzielen wie mit Gegenelektrode,

benötigen wir ohne Gegenelektrode eine erheblich höhere Brennspannung. Andererseits sinkt ohne Gegenelektrode die Stromdichte an entfernten Elektrodenstücken weniger stark ab als mit Gegenelektrode. Die Anwesenheit der Gegenelektrode erhöht also die Stromdichte (bei gleichem Kathodenfall) an den anodennahen Segmenten bzw. senkt bei gleicher Stromdichte die Brennspannung. Die Spannungsreserve für das Querfeld wird damit geringer, so daß die Entladung sich weniger leicht zu den entfernten Gebieten der Kathode ausbreitet, als wenn keine Gegenelektrode vorhanden ist.

Daß man am Segment 1 bei gleicher Brennspannung eine viel höhere Stromdichte mit Gegenelektrode erzielt als ohne Gegenelektrode, tritt noch bedeutend stärker hervor, wenn wir den Druck weiter auf 0,3 torr erniedrigen (vgl. Abb. 7 und 9).

Diese „Begünstigung“ der Entladung durch die Gegenelektrode ist ein ziemlich überraschender Effekt. Eigentlich hätte man bei niedrigem Druck eher eine geringfügige Behinderung der Entladung durch die Gegenelektrode erwartet, weil durch ambipolare Diffusion zu ihr Ladungsträger verloren gehen und die Trägerdichte im Glimmlicht vermindert wird. Allerdings sollte diese Wirkung nicht bedeutend sein, weil ein Abzug von Ladungsträgern aus dem Glimmlicht gewöhnlich auf die kathodische Stromdichte bzw. Brennspannung keine große Wirkung hat.

Als Erklärung für die Begünstigung durch die Gegenelektrode bieten sich zwei Möglichkeiten an.

Primäre Elektronen aus dem Fallraum lösen Sekundärelektronen an der Gegenelektrode aus, die ins Glimmlicht zurückkehren. Soweit sie ausreichend Energie besitzen, wirken sie ionisierend. Wäre keine Gegenelektrode vorhanden, so würden die Primärelektronen ihre Energie zwar auch durch Ionisation und Anregung abgeben, aber dies würde in einem Gebiet des Glimmlichts geschehen, welches weit vom Glimmsaum entfernt ist, und die erzeugten Ionen würden vorwiegend der Rekombination anheimfallen, anstatt daß sie zum Glimmsaum gelangen. Die Gegenelektrode könnte also die Wirkung haben, die Energie der Primärelektronen auf dem Umweg über die Sekundärelektronen näher am Glimmsaum zur Trägerbildung nutzbar zu machen.

Diese mittelbare Verstärkung des Glimmlichts ist aber keine sehr überzeugende Erklärung der Begünstigung, weil die von Sekundärelektronen erzeugten Ladungsträger voraussichtlich näher an der Gegenelektrode als am Glimmsaum entstehen und durch ambipolare Diffusion zu ihr und nicht zur Kathode gelangen.

Man kann in der „Begünstigung“ durch die Gegenelektrode aber auch eine Wirkung des Querstroms sehen.

Das Querfeld bewirkt Querstrom überall, wo sich Elektronen befinden, und die Querstromdichte wird also der Trägerdichte proportional sein. Ohne Gegenelektrode nimmt das Glimmlicht bei niedrigeren Drucken einen ziemlich großen Raum ein, während es durch die Gegenelektrode begrenzt wird. Bei gleicher Querstromstärke ist die Querstromdichte deshalb viel höher bei der Entladung mit Gegenelektrode, und der Querstrom fließt im Mittel sehr viel näher am Glimmsaum als ohne Gegenelektrode. Der Querstrom wird nun eine gewisse zusätzliche Ionisation hervorbringen und die Trägerdichte erhöhen. Die Erhöhung wird bei kleiner Ausdehnung des Glimmlichts in der Entladung mit Gegenelektrode mehr ausmachen als im ausgedehnten Glimm-

licht ohne Gegenelektrode. Die Unterschiede müssen um so deutlicher werden, je mehr das Glimmlicht durch die Gegenelektrode eingengt wird, d. h. bei niedrigen Drucken.

Diese Erklärung für die „Begünstigung“ durch die Gegenelektrode ist einleuchtender als die Erklärung durch Sekundäremission. Wir werden aber im folgenden auch direkte Beweise dafür beibringen, daß durch den Querstrom die kathodische Stromdichte erhöht bzw. die Brennspannung gesenkt wird.

6. Brennspannungsverlauf bei gleichmäßiger Stromverteilung

Mit unserer Anordnung der unterteilten Elektrode kann man eine nahezu gleichmäßige Verteilung des Stromes auf die Kathode erreichen, wenn man an die einzelnen Segmente verschiedene Spannungen gegen die Anode legt.

Das Ergebnis der Spannungsmessung an der Hohlkathode bei einem Druck von 1 torr zeigt die Abb. 11. Die Kurven geben für Stromdichten von 0,2 bis 0,8 mA/cm² die Spannungen gegen die Anode an, die an die einzelnen Segmente gelegt werden müssen. Drei Umstände sind bemerkenswert.

1. Je niedriger die Ströme sind, die man an den einzelnen Segmenten abnehmen will, desto höher steigt die Spannung, die an die entfernten Segmente gelegt werden muß.

2. Um höhere Ströme an sämtlichen Segmenten zu erzielen, würde man an allen Segmenten weniger Spannung benötigen. Die gleichmäßige Verteilung der schwachen Ströme über die Kathode wird also nur erreicht, indem man die Ströme zu den Segmenten durch Widerstände stabilisiert.

3. An den anodennahen Segmenten benötigt man wesentlich weniger Spannung, wenn die gleichen Ströme auch zu den entfernteren Segmenten fließen, als wenn an allen Segmenten dieselbe Spannung liegt und die Stromdichte nach innen abnimmt. Der Querstrom beim ersten Segment ist bei diesen Versuchen stets das Zehnfache des Stroms zum Segment selbst und beträchtlich höher als bei gleicher Spannung an allen Segmenten. Der höhere Querstrom bewirkt also eine Senkung des Kathodenfalls.

Gehen wir nun zu einem Druck von 0,45 torr, so treten nur quantitative Veränderungen ein (Abb. 12). Der Spannungsbedarf der anodenfernen Segmente nimmt beträchtlich ab. Bei dem niedrigen Druck ist wegen der höheren Beweglichkeit der Elektronen ein geringeres Querfeld erforderlich, um den Querstrom zu betreiben. Die Brennspannung des ersten Segmentes nimmt noch weiter ab, was auch sonst an der Hohlkathode beobachtet wird. Gehen wir zu noch niedrigeren Drucken (0,15 torr) über, so setzt sich die Abnahme

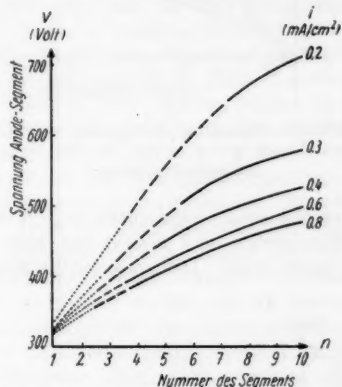


Abb. 11. Spannung Anode-Segment bei gleichem Strom zu den einzelnen Segmenten; $p = 1,0$ torr; Hohlkathodenentladung. ----- Entladung mit dem Charakter einer positiven Säule, ——— Übergang Säule — negatives Glimmlicht, ——— negatives Glimmlicht

der Brennspannungen fort (Abb. 13). Durch den Querstrom sinkt die Brennspannung am ersten Segment stark ab, und zwar bei kleinen Stromdichten sogar erheblich unter den normalen Kathodenfall. Das Entladungsplasma

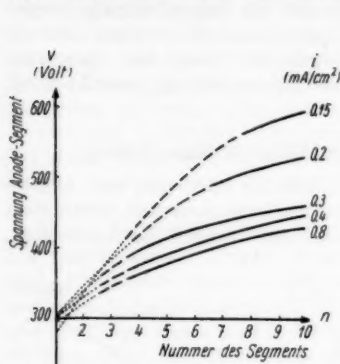


Abb. 12. Spannung Anode-Segment für den Druck $p = 0,45$ torr bei der Hohlkathodenentladung

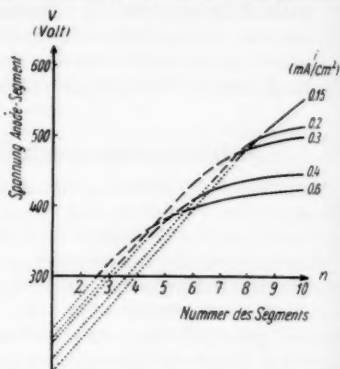


Abb. 13. Spannung Anode-Segment für den Druck $p = 0,15$ torr bei der Hohlkathodenentladung

vor den ersten Segmenten verliert mehr und mehr den Charakter des negativen Glimmlichts und nimmt den einer positiven Säule an, die vom Querstrom erzeugt wird. Das erste Kathodensegment wird in die Rolle einer Sonde gedrängt, welche Ionen aus dem Plasma des Querstroms zieht.

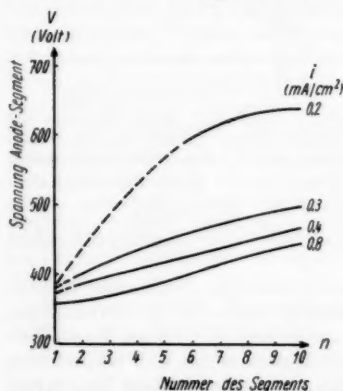


Abb. 14. Spannung Anode-Segment für den Druck $p = 1,0$ torr bei der Entladung mit isolierter Gegenelektrode

Vergleichen wir die Hohlkathodenentladung mit der Entladung bei stromloser Gegenelektrode, so zeigen sich bei 1 torr wieder nur verhältnismäßig kleine Unterschiede (Abb. 14). Dies ist nicht besonders erstaunlich, da ja bei diesem Druck auch die eigentliche Hohlkathodenwirkung noch nicht deutlich ist. Es bestehen zwei Unterschiede. Die Hohlkathode erfordert ein etwas stärkeres Querfeld. Andererseits senkt der Querstrom bei den anodennahen Segmenten den Kathodenfall etwas stärker ab. Diese kleinen Unterschiede sind verständlich. Auch bei 1 torr wird der Querschnitt für den Querstrom schon etwas eingengt. Die höhere Querstromdichte benötigt das höhere Querfeld, senkt aber zugleich den Kathodenfall bei den anodennahen Segmenten stärker.

Wir müssen zunächst versuchen, Verständnis dafür zu gewinnen, daß das Querfeld so bedeutend und daß es bei kleinen Stromdichten viel stärker als

Wir müssen zunächst versuchen, Verständnis dafür zu gewinnen, daß das Querfeld so bedeutend und daß es bei kleinen Stromdichten viel stärker als

bei großen Stromdichten ist. Wie die Kurven der Abb. 11 bis 14 zeigen, liegt das stärkste Querfeld stets vor den anodennahen Segmenten, wo der Querstrom das 6- bis 10fache des Kathodenstromes ist, während vor den anodennahen Segmenten ein schwächeres Querfeld liegt. Dies ist einleuchtend, weil das Querfeld natürlich mit dem Querstrom steigen muß.

Bei diesen Versuchen zeigt sich auch visuell, daß sich der Charakter des Plasmas allmählich verändert, wenn der Querstrom relativ zur kathodischen Stromdichte immer mehr gesteigert wird. Bei mäßigem Querstrom ist das Plasma ein normales Glimmlicht, dessen Eigenschaften durch den Kathodenstrom bzw. Kathodenfall beherrscht werden. Der Querstrom bedient sich dieses Plasmas als Leiter und das Querfeld dient nur dazu, den Transport der im Plasma vorhandenen Elektronen herbeizuführen. Überschreitet aber der Querstrom ein gewisses Maß relativ zur kathodischen Stromdichte, so reichen die im Glimmlicht vorhandenen Elektronen nicht mehr aus, um den Querstrom zu transportieren. Das Querfeld muß eine Stärke annehmen, daß der Querstrom in erheblichem Maß selbst Ladungsträger produziert. Hierdurch gewinnt das Plasma mehr und mehr den Charakter eines Säulenplasmas. Dies ist an der veränderlichen Farbe deutlich erkennbar. Sobald dies eintritt, wächst das Querfeld erheblich an und ebenso gewinnt die Senkung des Kathodenfalls durch den Querstrom ein größeres Ausmaß.

Weshalb ist aber bei kleinen Stromdichten ein viel höheres Querfeld vonnöten, obwohl doch das Verhältnis vom Querstrom zur kathodischen Stromdichte bei allen Versuchen dasselbe ist? Dies ist folgendermaßen zu verstehen. Dem Querstrom stehen alle Ladungsträger im Glimmlicht zur Verfügung. Je größer ihre Zahl pro mA Querstrom ist, desto weniger Querfeld ist erforderlich. Nun steigt aber die Zahl der Träger im Glimmlicht relativ zur kathodischen Stromdichte mit dem Kathodenfall an. Man kann geradezu in der Differenz zwischen anormalem und normalem Kathodenfall ein Maß für die unproduktiv erzeugten Ladungsträger im Glimmlicht ansehen, die durch Rekombination oder Diffusion verloren gehen, ohne zu den Elektroden zu gelangen. Diese Ladungsträger beteiligen sich aber am Querstrom. Je höher also der Kathodenfall ist, desto weniger Querfeld wird benötigt, um einen Querstrom zu transportieren, der ein bestimmtes Vielfaches der kathodischen Stromdichte beträgt. Alle Ursachen also, welche den Kathodenfall erniedrigen, müssen deshalb das Querfeld erhöhen. Bei niedriger kathodischer Stromdichte und niedriger Spannung zwischen Kathode und Glimmlicht müssen wir also das stärkste Querfeld erwarten.

Nun betrachten wir die Entladung mit stromloser Gegenelektrode beim Druck von 0,45 torr (Abb. 15). Gegen den höheren Druck (Abb. 14) wie auch gegen die Hohlkathode beim gleichen Druck haben sich die Verhältnisse völlig verändert. Jetzt liegen die Brennspannungen bei kleinen Strömen nied-

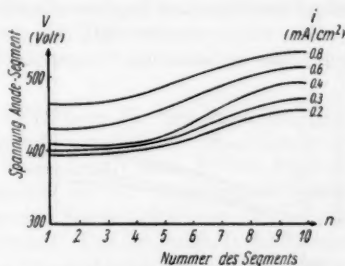


Abb. 15. Spannung Anode-Segment für den Druck $p = 0,45$ torr bei der Entladung mit stromloser Gegenelektrode

riger als bei großen Strömen, d. h. es ist eine gewisse Normalisierung eingetreten.

Dies kommt durch das Zusammenwirken mehrerer Einflüsse zuwege.

1. Die Druckerniedrigung senkt generell das Querfeld, weil die Beweglichkeit der Elektronen größer wird.

2. Bei der Hohlkathode setzt die Hohlkathodenwirkung ein. Die Brennspannung wird gesenkt und der Kathodenfall steigt nur noch unbedeutend mit der kathodischen Stromdichte.

3. Bei stromloser Gegenelektrode steigt hingegen die Brennspannung bei gleichem Strom mit der Erniedrigung des Druckes erheblich. Die Kennlinie der Entladung wird steiler, d. h. höhere Ströme erfordern wesentlich mehr Kathodenfall als niedrigere Ströme.

4. Der Querschnitt für den Querstrom wird bei der Hohlkathode kleiner als bei stromloser Gegenelektrode. Dies erhöht die Querstromdichte in der Hohlkathode, die begünstigende Wirkung des Querstroms an den anodennahen Segmenten ist bei der Hohlkathode ausgeprägter als bei der stromlosen Gegenelektrode.

5. Die Einengung des Querschnittes für den Querstrom erhöht die Querspannung bei der Hohlkathode.

Der Einfluß 1 mindert generell das Querfeld. Der Einfluß 2 verstärkt aber das Querfeld in der Hohlkathode, während der Einfluß 3 das Querfeld bei stromloser Gegenelektrode herabdrückt, weil der Kathodenfall ansteigt. Die Einflüsse 4 und 5 erhöhen das Querfeld in der Hohlkathode gegenüber der Entladung mit stromloser Gegenelektrode. Alle Einflüsse zusammen bewirken, daß das Querfeld bei der Entladung mit stromloser Gegenelektrode bei niedrigen Drucken gegenüber dem hohen Kathodenfall nicht mehr stark zur Geltung kommt, so daß sich die steigende Kennlinie des Kathodenfalls an allen Segmenten durchsetzt. Bei der Hohlkathode steigt die Kennlinie nur schwach, das Querfeld bleibt beträchtlich und wirkt deshalb beim Spannungsbedarf der einzelnen Segmente noch bestimmend mit.

Man wird erwarten, daß bei noch niedrigeren Drucken die Wirkung des Querfeldes bei stromloser Gegenelektrode noch weiter zurücktritt. Die Kurven

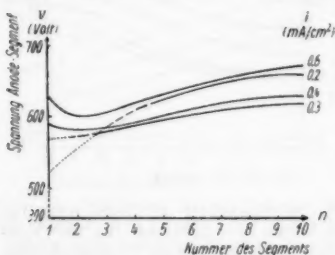


Abb. 16. Spannung Anode-Segment für den Druck $p = 0,22$ torr bei der Entladung mit isolierter Gegenelektrode

der Abb. 16 bestätigen dies im wesentlichen. Die zur kleinsten Stromdichte von $0,2 \text{ mA/cm}^2$ verläuft allerdings irregulär.

Auch visuell kann man der Entladung ansehen, daß sich bei diesen Bedingungen ein anderer Mechanismus zu entwickeln beginnt. Das Plasma vor den anodennahen Kathodensegmenten hat das Aussehen einer positiven Säule angenommen, was in Abb. 16 durch Punktieren der Kurve kenntlich gemacht wird. Dies hat zur Folge, daß vor den anodennahen Kathodensegmenten

der Kathodenfall absinkt, weil der Kathode ein teilweise fremderzeugtes Plasma gegenübersteht. Andererseits erfordert gerade das Säulenplasma ein stärkeres

Querfeld, weil zur Stromleitung nicht die zahlreichen durch den Kathodenfallmechanismus entstehenden Ladungsträger zur Verfügung stehen.

Ganz anders ist die Spannungsverteilung an den einzelnen Segmenten, wenn man die Gegenelektrode völlig entfernt. Selbst beim Druck von 1,0 torr bildet sich kein bedeutendes Querfeld aus (Abb. 17). Dies ist begreiflich, da für den Querstrom ein erheblicher Querschnitt zur Verfügung steht. Die geringen Unterschiede der Spannung an den einzelnen Segmenten bei verschiedenen Stromdichten lassen aber angesichts der mannigfachen Einflüsse und der geringen Genauigkeit der Meßdaten kaum einen Deutungsversuch zu.

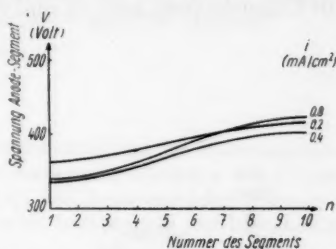


Abb. 17. Spannung Anode-Segment für den Druck $p = 1,0$ torr bei der Entladung ohne Gegenelektrode

7. Direkte Beobachtung der Querstromeffekte

Bei der Hohlkathodenentladung und der Entladung mit stromloser Gegenelektrode ergibt sich die Existenz des Querstroms aus der Versuchsanordnung. Die Größe des Querstroms kann direkt gemessen werden. Die vom Querstrom herrührenden Einflüsse, nämlich das Querfeld und die „Begünstigung“ haben wir bisher nur indirekt aus den Messungen erschlossen. Wir wollen jetzt untersuchen, wie man diese Effekte möglichst direkt messen kann.

Die Begünstigung besteht darin, daß der Querstrom bei festgehaltenem Kathodenfall die kathodische Stromdichte erhöht bzw. bei gegebener Stromdichte den Kathodenfall senkt. Um diesen Effekt direkt zu erfassen, legen wir nur an das erste Kathodensegment eine bestimmte Brennspannung U , die wir als Kathodenfall betrachten und messen den zugehörigen Kathodenstrom J_1 . Dann legen wir an die beiden ersten Segmente eine solche Spannung U' , daß wieder der Strom J_1 zum ersten Segment fließt, wobei jedoch gleichzeitig das zweite Segment einen Strom J_2 aufnimmt. Die Differenz

$$\Delta U = U - U' \quad (7)$$

ist die Spannungserniedrigung durch den Querstrom J_2 . Man kann den Querstrom verstärken, wenn man weitere Segmente einschaltet, wobei man immer den Strom J_1 konstant hält. Auf diese Weise erhält man ΔU als Funktion von J_2 . Die Abb. 18 zeigt diese Abhängigkeit für die Hohlkathode bei verschiedenen Drucken und einer kathodischen Stromdichte von $0,8 \text{ mA/cm}^2$. Die Tatsache dieses Effektes ist klar erkennbar. Die Genauigkeit der Messungen ist jedoch nicht ausreichend, um seine Druckabhängigkeit sicherzustellen. Dies rührt daher, daß man die Temperaturverhältnisse und damit die Gasdichte in dem engen Entladungsraum nicht hinreichend beherrscht und daß sich an der Anode Entladungserscheinungen entwickeln, welche von Druck und anodischer Stromstärke abhängen und deren Spannungsbedarf je nach den Bedingungen um 10 bis 20 Volt variiert.

Bei stromloser Gegenelektrode (Abb. 19) senkt der Querstrom die Spannung stärker als bei der Hohlkathode. Dies kommt nicht unerwartet. Bei

stromloser Gegenelektrode müßte der Kathodenfall stärker gesteigert werden als bei der Hohlkathode, wenn man die Erhöhung der Trägerdichte im Glimmlicht erzielen will, welche der Querstrom hervorbringt. Entfernt man jedoch die Gegenelektrode ganz, so wird die Wirkung des Querstroms wieder geringer

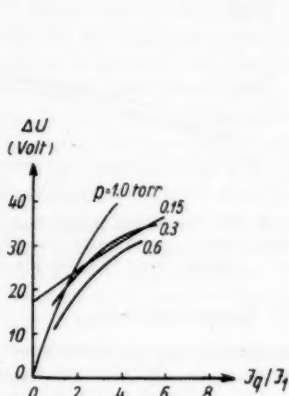


Abb. 18. Hohlkathodenentladung

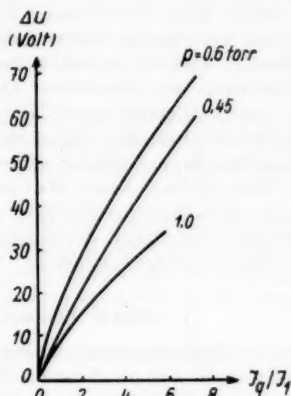


Abb. 19. Entladung mit isolierter Gegenelektrode

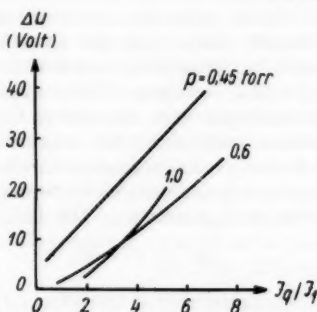


Abb. 20. Entladung ohne Gegenelektrode

Abb. 18–20. Erniedrigung des Kathodenfalls ΔU des ersten Segmentes durch den Querstrom J_q ; J_1 : Strom zum ersten Segment

(Abb. 20). Er nimmt dann einen größeren Querschnitt ein. Auf den Kathodenfall wirkt aber der Querstrom um so stärker, je näher er sich am Glimmsaum konzentriert.

Die Senkung des Kathodenfalls durch den Querstrom kann man also leicht durch direkte Messungen bestätigen, wenn auch die Meßgenauigkeit zu wünschen übrig läßt. Viel schwieriger ist es, sich über das mit dem Querstrom verbundene Querfeld zu orientieren.

Das Querfeld ist der Gradient des Plasmapotentials im Glimmlicht. Man kann es bestimmen, wenn man das Plasmapotential ermitteln kann. Hält man alle Kathodensegmente auf dem Potential Null, wie dies bei den Messungen der Abschnitte 2 bis 4 geschehen ist, so findet man das Querfeld

$$\mathcal{E} = -\frac{dU}{dx} \quad (8)$$

aus den Kurven $U = U(x)$.

Das Querfeld ist eine Funktion des Querstromes J_q und des Plasmazustandes. Da der Plasmazustand seinerseits aber wieder eine Funktion von U und J_q ist, ist auch \mathcal{E} eine Funktion von U und J_q . Bei dieser speziellen Versuchsanordnung hängen aber U und J_q allein von x ab, und deshalb wird hier auch \mathcal{E} eine Funktion von x allein.

Aus diesen Beobachtungen findet man also das bei dieser Versuchsanordnung auftretende Querfeld. Man kann sich also von der Existenz des Querfeldes durch Messung überzeugen.

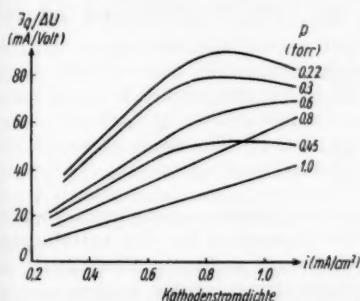


Abb. 21. Querleitwert des Glimmlichts als Funktion der Kathodenstromdichte bei der Hohlkathodenentladung

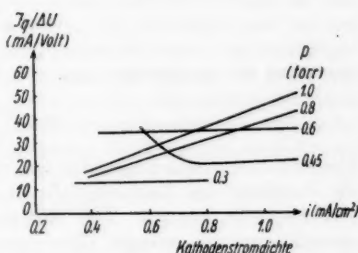


Abb. 22. Querleitwert des Glimmlichts als Funktion der Kathodenstromdichte bei der Entladung mit stromloser Gegenelektrode

In den Abb. 21 und 22 ist zur Veranschaulichung des Querfeldes der Querleitwert des Glimmlichts, also das Verhältnis des Querstroms J_q zur Querspannung ΔU über einem Kathodensegment aufgetragen. Durch diese Auftragung wird das Anwachsen des Querfeldes mit dem Querstrom bereits ausgeschaltet.

Leider geben diese Messungen aber nur eine ungenügende Auskunft darüber, wie das Querfeld vom Querstrom und dem Kathodenfall abhängt. Im Wesen der Versuchsanordnung liegt es nämlich, daß sich eine solche Stromverteilung über die Kathodensegmente einstellt, bei der bei gegebener Brennspannung eine maximale Gesamtstrom-

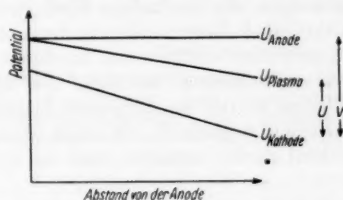


Abb. 23. Schematische Zeichnung der Potentialverteilung bei der Entladung mit gleichem Strom zu den einzelnen Segmenten

stärke erzielt wird. Die Auswirkung dieser Nebenbedingung ist ziemlich undurchsichtig. Im großen und ganzen wird sich die Stromverteilung so einstellen, daß keine allzu großen Querfelder über längere Strecken auftreten, und man wird deshalb nur Meßdaten unter solchen Bedingungen erhalten können, wo das Querfeld verhältnismäßig schwach ist.

Im großen und ganzen kann man auf diese Weise nur Querfelder messen, bei denen das Plasma im wesentlichen noch ein Glimmlichtplasma ist. Es handelt sich also um Anordnungen, bei denen sich das Querfeld selbst nur im geringen Maße an der Trägererzeugung beteiligt.

Zu höheren Werten des Querstroms relativ zur kathodischen Stromdichte kann man vordringen, wenn man die Stromstärke an allen Kathodensegmenten konstant hält. Ist V die Spannung zwischen Kathode und Anode, U der Kathodenfall, so ergibt sich das Querfeld aus der schematischen Abb. 23 zu

$$\mathfrak{E} = \frac{dV}{dx} - \frac{dU}{dx}.$$

Betrachten wir U als Funktion von J_q und i und berücksichtigen wir, daß bei dieser Anordnung

$$a i = \frac{dJ_q}{dx}$$

konstant ist, so erhalten wir

$$\mathfrak{E} = \frac{dV}{dx} - \frac{dU}{dJ_q} a i.$$

Um aus diesen Messungen das Querfeld \mathfrak{E} zu entnehmen, muß man also bereits die Senkung des Kathodenfalls durch den Querstrom für den betreffenden Arbeitspunkt kennen. Das Aufeinanderbauen mehrerer Messungen, die einzeln nur mit geringer Genauigkeit vorgenommen werden können, macht die Bestimmung des Querfeldes aus dieser Anordnung unsicher.

Unsere Kenntnis des Querfeldes ist also noch unbefriedigend. Aus den verschiedenen Beobachtungen kann man sogar leicht den Eindruck gewinnen, daß Widersprüche bestehen. So ergibt sich z. B. aus den Querfeldmessungen bei gleichem Potential der ganzen Kathode (Abb. 21, 22), daß in der Hohlkathode ein geringeres Querfeld besteht als in der Entladung mit stromloser Gegenkathode. Sorgt man dagegen für gleiche Stromdichte auf der ganzen Kathode, so ist das Querfeld von geringerem Einfluß bei denjenigen Entladungen, die mit hohem Kathodenfall brennen. Der scheinbare Widerspruch rührt aber daher, daß bei der ersten Versuchsanordnung nur relativ kleine Querströme vorkommen, bei denen sich das Querfeld an der Trägererzeugung nur unbedeutend beteiligt. Bei der zweiten Versuchsreihe jedoch wird das Plasma an den anodennahen Segmenten der Kathode schon maßgebend vom Querfeld beeinflusst und nimmt säulenartigen Charakter an, und dieser Unterschied dürfte bewirken, daß die Gesetze für das Querfeld andere werden.

8. Zwischenleiterwirkung der Gegenelektrode

Bisher haben wir lauter Beobachtungen beschrieben, bei denen die Segmente der stromlosen Gegenelektrode sämtlich voneinander isoliert waren,

so daß sie sich auf verschiedene Potentiale einstellen konnten. Man kann aber auch die sämtlichen Segmente der Gegenelektrode miteinander verbinden, so daß diese Elektrode überall dasselbe Potential besitzt.

Das Glimmlichtpotential vor dem ersten Kathodensegment entspricht ungefähr dem Anodenpotential, wird aber vor den entfernteren Segmenten immer niedriger (kathodischer). Sind alle Segmente der Gegenelektrode miteinander verbunden, so kann man folgenden Vorgang voraussehen. Die Gegenelektrode wird ihr Potential so einstellen, daß sie aus dem anodenfernen Glimmlicht mehr Elektronen als Ionen aufnimmt, dagegen aus dem anodennahen Glimmlicht mehr Ionen als Elektronen. Sie wird also als Zwischenleiter zwischen den entfernteren Teilen des Glimmlichts und den anodennahen Teilen fungieren und auf diese Weise mit dem Querstrom konkurrieren.

Welche Wirkungen wird nun ein solcher Vorgang haben? Wo die Gegenelektrode Elektronen aufnimmt, kann ihr Potential nur wenig vom Potential des Glimmlichts abweichen, d. h. es wird um einen geringen Betrag unter dem Glimmlichtpotential liegen. In diesem Bereich hält die Gegenelektrode also das Glimmlichtpotential ziemlich konstant, die kathodische Stromdichte und der Kathodenfall sind überall gleich, Querstrom ist nicht vorhanden. Wo die Gegenelektrode jedoch überwiegend Ionen aufnimmt, muß sie vor allem intensiv vom Glimmlicht umspült werden. Ihr Potential muß so tief unter dem Glimmlichtpotential liegen, daß die Plasmaelektronen von ihr ferngehalten werden. In diesem Gebiet muß ein verstärkter Querstrom bestehen, und dieser ist gerade die Ursache für das Ansteigen des Glimmlichtpotentials über das Potential der Zwischenelektrode. Andererseits bewirkt die Anhebung des Kathodenfalls zusammen mit der ionisierenden Wirkung des Querstroms einen Anstieg der kathodischen Stromdichte.

Wir haben versucht, diesen Vorgang zu beobachten, indem wir die früheren Versuchsreihen mit stromloser Gegenelektrode wiederholten, jedoch mit dem Unterschied, daß die einzelnen Segmente der Gegenelektrode miteinander verbunden wurden. Diese Maßnahme hat aber bei den meisten Bedingungen, unter denen wir Messungen ausgeführt hatten, keine wesentliche Veränderung der Stromverteilung über die Kathodensegmente hervorgebracht. Nur bei Drucken von 0,22 torr und weniger konnten wir Effekte wie die erwarteten beobachten. Bei den Drucken, Strömen und Kathodenfällen, bei denen die meisten der oben beschriebenen Versuche ausgeführt wurden, konnte also die Gegenelektrode noch nicht als Zwischenleiter wirken, wenn wir von den niedrigsten Drucken absehen.

Um diese Feststellung aber völlig zu sichern und andererseits die Zwischenleiterwirkung der Gegenelektrode zu beobachten, sind wir zu noch niedrigeren

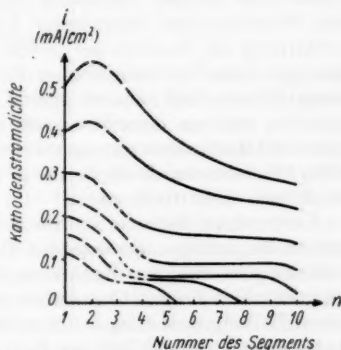


Abb. 24. Stromverteilungskurven $i = i(n)$ für $p = 0,17$ torr und verschiedene Brennspannungswerte bei stromloser Gegenelektrode mit verbundenen Segmenten

Drucken übergegangen. Hierbei wurden die erwarteten Effekte, insbesondere die gleichmäßige Stromverteilung über die anodenfernen Kathodensegmente in vollem Umfang beobachtet (siehe Abb. 24). Außerdem machten sich die erwarteten Vorgänge auch visuell bemerkbar. Die Intensität des Glimmlichts nimmt von einer bestimmten Stelle an zur Anode plötzlich zu, während sie vor den anodenfernen Kathodensegmenten konstant ist. Die Farbe des Leuchtens nähert sich nahe der Anode der Farbe einer positiven Säule, woran man erkennen kann, daß der starke Querstrom sich an der Anregung und Ionisation beteiligt. Die Dicke des kathodischen Dunkelraumes nimmt ziemlich plötzlich an der Stelle ab, wo an der Gegenelektrode die Aufnahme von Elektronen in die Aufnahme von Ionen übergeht. Dies hängt direkt mit der höheren Trägedichte des Plasmas und der Steigerung des Kathodenfalls zusammen. Vor der Gegenelektrode selbst kann man deutlich einen kathodischen Dunkelraum erkennen, wo Ionen aufgenommen werden.

9. Querfeld und behinderte Entladung

Der Querstrom der Elektronen durch das Glimmlicht und das dazu notwendige Feld erfordern unter Umständen eine wesentliche Erhöhung der Brennspannung, wenn auch von der Anode entfernte Teile der Kathode an der Entladung beteiligt werden sollen. Besonders bei hohen Drucken und in Kathoden mit tiefen Hohlräumen kommen große Anhebungen der Brennspannung vor. Diese Erscheinung ist jedoch durchaus nicht daran geknüpft, daß eine Hohlkathodenwirkung besteht, sondern nur daran, daß dem Querstrom durch die Geometrie der Kathode ein bestimmter Weg vorgeschrieben ist. Das Verhalten einer solchen Entladung zeigt äußerlich eine gewisse Ähnlichkeit mit dem Verhalten einer behinderten Entladung. Es würde aber eine unglückliche Verwirrung der Begriffe hervorrufen, wenn man die hier beschriebenen Entladungen unter die behinderten Entladungen einreihen wollte. Die beschriebenen Effekte sind nämlich gerade bei höheren Drucken erheblich. An Hohlkathoden sind sie besonders groß, wenn der Druck noch zu hoch ist, um eine echte Hohlkathodenwirkung hervorzubringen. Schließlich können sie auch an völlig freistehenden Kathoden in gewissem Ausmaß aufgefunden werden, wenn die Anode exzentrisch steht.

Unter einer behinderten Entladung wollen wir nur eine Entladung verstehen, die infolge ungenügenden Raumes für das Fallgebiet und das Glimmlicht nur mit erhöhtem Kathodenfall und übernormaler Stromdichte existenzfähig ist. Von einigen Grenzfällen abgesehen, erfordern aber die hier beschriebenen Entladungen keine erhöhten Kathodenfälle, sondern nur erhöhte Brennspannungen, weil ein Teil der Brennspannung für das Querfeld benötigt wird und deshalb nicht für den Kathodenfall zur Verfügung steht.

Man muß natürlich erwarten, daß das Querstromphänomen auch bei wirklich behinderten Entladungen eine Rolle spielt und die Behinderung verstärkt und modifiziert. Die hier mitgeteilten Untersuchungen erstrecken sich aber nicht auf solche Fälle.

Bonn, Institut für Theoretische Physik.

Bei der Redaktion eingegangen am 15. September 1956.

Über den Querschnitt des Fluoratoms gegenüber Elektronenstoß

Von H. Maecker

Mit 4 Abbildungen

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstag gewidmet

Inhaltsübersicht

In einem aus gekühlten zentral durchbohrten Cu-Platten zusammengesetzten Rohr brennt ein zylindrischer Bogen von 40 A, 20 V/cm und 3 mm Rohrdurchmesser in einer SF_6 -Atmosphäre. Aus den Messungen der Temperatur und der Elektronendichte wird mit Hilfe der Stromtransportgleichung der Querschnitt der Fluoratome gegenüber Elektronenstoß zu $7 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$ ermittelt. Dieser Wert fügt sich gut in die schon früher beobachtete Systematik ein, nach der der Ramsauer-Querschnitt der Atome mit steigender Valenzelektronenzahl von den Alkalien her bis zu den Edelgasen stark abfällt.

I. Einführung

Zur Beschreibung der Eigenschaften eines thermischen Plasmas gehören eine Reihe von Koeffizienten, z. B. die Viskosität, die Wärmeleitfähigkeit, die elektrische Leitfähigkeit u. a. m. In diese Koeffizienten gehen als wichtigste Größen die Querschnitte der neutralen Atome gegenüber Elektronenstoß ein¹⁾. Bei einer Zusammenstellung dieser Ramsauer-Querschnitte als Funktion der Valenzelektronenzahl hatte sich schon früher gezeigt²⁾, daß eine Systematik vorhanden zu sein schien, und zwar in dem Sinne, daß der Ramsauer-Querschnitt von den Alkalien über die Erdalkalien bis herab zu den Edelgasen stark abnimmt. Allerdings sind in dieser Systematik noch einige Lücken vorhanden, vor allem bei den höheren Valenzelektronenzahlen. Es war daher der Einwand möglich, daß sich z. B. die Halogene wegen des einen fehlenden Elektrons vielleicht ähnlich verhalten könnten, wie die Alkalien mit dem einen vorhandenen Valenzelektron, d. h. daß auch die Halogene einen ähnlich großen Ramsauer-Querschnitt haben könnten wie die Alkalien. Um diese Frage zu klären, erschien es wünschenswert, wenigstens für einen Fall den Querschnitt eines Halogenatoms gegenüber Elektronenstoß zu messen.

Für diesen Zweck erwies sich der andernorts³⁾ beschriebene zylindersymmetrische Bogen für hohe Leistungen, bei dem die maßgeblichen Plasmagleichun-

¹⁾ H. Maecker u. Th. Peters, Z. Physik **144**, 586 (1956).

²⁾ H. Maecker, Th. Peters u. H. Schenk, Z. Physik **140**, 119 (1955).

³⁾ H. Maecker, Z. Naturforsch. **11a**, 457 (1956).

gen eine besonders einfache Form annehmen, als geeignet. Beschickt man diesen Bogen mit Schwefelhexafluorid (SF_6), so hat man zu einem hohen Prozentsatz ein Fluorplasma zur Verfügung, bei dem der Schwefelanteil nur noch als gewisse Verunreinigung angesehen werden kann. Wenn man in einem solchen Bogen die elektrische Leitfähigkeit experimentell mißt, so kann man daraus den Wirkungsquerschnitt für Fluor bestimmen.

II. Theoretisches

Der Stromtransport in einem zylindrischen Lichtbogen würde bei Annahme eines Kanalmodells nach dem Ohmschen Gesetz erfolgen:

$$J = \sigma(T) E R^2 \pi. \quad (1)$$

(J = Stromstärke, σ = elektrische Leitfähigkeit, R = Kanalradius, E = Feldstärke.)

Da nun aber σ eine Funktion der Temperatur und diese wiederum eine Funktion des Radius ist, muß über den Querschnitt integriert werden:

$$J = 2\pi E \int_0^R \sigma(T) r dr. \quad (2)$$

Die Leitfähigkeit setzt man nach gaskinetischen Rechnungen an zu

$$\sigma = e \cdot n_e \cdot b_e, \quad (3)$$

worin e die Elementarladung, n_e die Elektronenkonzentration und b_e die Beweglichkeit ist. Der Beitrag der Ionen zum Stromtransport kann bekanntlich vernachlässigt werden. Die Beweglichkeit wiederum ist mit der freien Elektronenweglänge durch die Formel verknüpft:

$$b_e = \frac{e \lambda_e}{m_e v_{th}} \quad \text{mit} \quad v_{th} = \sqrt{\frac{3kT}{m_e}}. \quad (4)$$

Die freie Weglänge führt schließlich auf die Querschnitte aller entgegenstehenden schweren Teilchen

$$\lambda_e = \frac{1}{\sum_k n_k Q_{ek}}. \quad (5)$$

Faßt man diese Gleichungen zusammen, dann ergibt sich für die Stromstärke

$$J = \frac{2\pi E e^2}{\sqrt{3} m_e} \int_0^R \frac{n_e \cdot r dr}{\sqrt{kT} \sum_k n_k Q_{ek}}. \quad (6)$$

Hat man also die Stromstärke, die Feldstärke, ferner die Elektronendichte und die Temperatur als Funktion des Radius gemessen, dann stellt Gl. (6) eine Bestimmungsgleichung für den Querschnitt des Fluoratoms Q_{eF} dar.

Zur Ermittlung dieses Querschnittes benötigen wir aber noch die Teilchenzahlen der einzelnen Sorten als Funktion der Temperatur und den Querschnitt der Ionen sowohl wie der Schwefelatome. Für letztere setzen wir den Schätzwert $20 \cdot 20^{-16} \text{ cm}^2$ ein, der hier wegen der geringen Konzentration an Schwefelatomen ausreichend ist. Für den Ionenquerschnitt benutzen wir die Gleichung

$$Q_{ei} = \frac{e^4}{kT^2} \ln \frac{kT}{e^2 n_e^{1/2}}. \quad (7)$$

Die Teilchenkonzentration als Funktion der Temperatur bei Atmosphärendruck gewinnt man aus dem bekannten Gleichungssystem:

$$p = p_e + p_i + p_F + p_S \quad (\text{Dalton}) \quad (8)$$

$$p_e = p_i \quad (\text{Quasineutralität}) \quad (9)$$

$$\frac{p_i + p_S}{p_F} = \frac{1}{6} \quad (\text{wegen } \text{SF}_6) \quad (10)$$

$$\frac{p_e p_i}{p_S} = \frac{2 Z_i (2\pi m k T)^{3/2} k T}{Z_S h^3} e^{-E_i/kT} \quad (\text{Eggert-Saha-Gleichung}). \quad (11)$$

Von den Partialdrücken führt die ideale Gasgleichung

$$p_k = n_k \cdot k T \quad (12)$$

auf die Teilchenkonzentration. Die Ionisierungsspannung des Schwefels beträgt $E_i = 10,36 \text{ eV}$, die des Fluors dagegen $17,42 \text{ eV}$, weswegen eine Ionisation des Fluors nicht berücksichtigt zu werden braucht. Die aus diesem Gleichungssystem berechneten Teilchenkonzentrationen als Funktion der Temperatur bei Atmosphärendruck sind in Abb. 1 graphisch dargestellt.

Zur Lösung der Gl. (6) setzt man für den gesuchten Querschnitt des Fluoratoms versuchsweise einige Werte ein und trägt sie gegen die errechnete Stromstärke auf. Dort, wo die gefundene Kurve die gemessene Stromstärke schneidet, liegt der gesuchte Querschnitt.

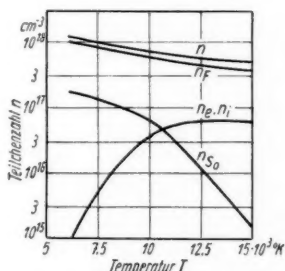


Abb. 1. Teilchenkonzentration von SF_6 als Funktion der Temperatur bei Atmosphärendruck

III. Experimentelles

Der Bogen brannte in einem zylindrischen Rohr von 3 mm Durchmesser und 30 mm Länge, das aus mehreren isoliert aufeinander gesetzten und wassergekühlten Kupferplatten gebildet wurde³⁾. Die Stromstärke betrug 40 A; die Feldstärke, gemessen aus der Potentialdifferenz der äußersten Platten gegen die Kathode, dividiert durch deren Abstand, war 20 V/cm. Vom Querschnitt

dieses Bogens wurden durch den Schlitz zwischen den beiden mittleren Kupferplatten hindurch Spektralaufnahmen mit Hilfe eines Plangitters in Autokollimation in I. Ordnung gemacht, wobei die Dispersion etwa 5 \AA/mm betrug. Aufnahmen im roten Spektralgebiet dienten dazu, die Querverteilung des Kontinuums und der Fluor-Linie 6870 \AA zu erfassen, während Aufnahmen im grünen Spektralbereich die Linienform von H_β festhalten sollten. Für diesen Zweck wurde dem SF_6 eine Spur Wasserstoff zugefügt (Abb. 2).

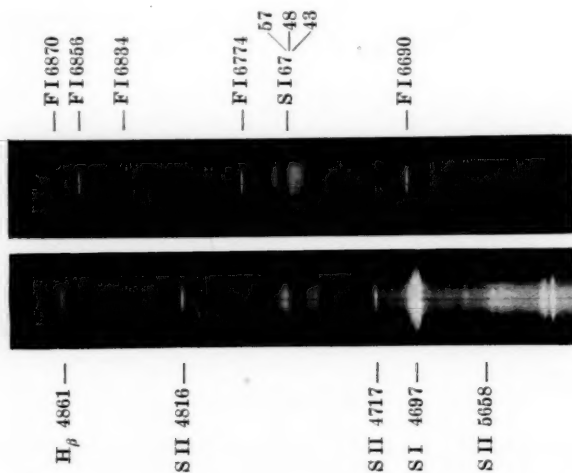


Abb. 2. Oben: Spektrum im Roten mit Kontinuum, Fluor- und Schwefellinien. Die Plattenempfindlichkeit nimmt nach rot stark ab. Unten: Spektrum im Grünen mit Schwefelatom- und -ionenlinien und H_β

IV. Auswertung

Zur Messung der mittleren Elektronendichte wurde das Profil der Wasserstofflinie H_β , die durch intermolekularen Starkeffekt verbreitert ist, nach einem häufig beschriebenen Verfahren⁴⁾ ausgemessen. Dabei ist nach Griem⁵⁾ zu beachten, daß außer den Ionen auch die Elektronen zur Verbreiterung beitragen, was hier durch eine Reduzierung der gefundenen Elektronendichte um 30 % in Rechnung gestellt wurde. Als Mittelwert für die Elektronenkonzentration im Innern des Bogens ergab sich $n_e = 3,0 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Um auch den radialen Verlauf der Elektronendichte zu gewinnen, wurde die absolute Intensität des Kontinuums im roten Spektralgebiet gemessen und mit Hilfe der Abelschen Integralgleichung auf Strahlungsdichte als Funktion des Radius umgerechnet. Aus der Strahlungsdichte kann man nach der Kontinuums-

⁴⁾ H. Maecker, Z. Physik **136**, 119 (1953).

⁵⁾ H. Griem, Z. Physik **137**, 280 (1954).

theorie von Kramers⁶⁾ 7)) auf die Elektronenkonzentration nach der Gleichung

$$\epsilon_K = 6,32 \cdot 10^{-47} (Z + s)^2 \frac{n_e^2}{\sqrt{kT}} \quad (13)$$

schließen. Um die so gewonnene radiale Verteilung der Elektronenkonzentration mit den aus H_β gewonnenen Mittelwert in Einklang zu bringen, wurde $(Z + s) = 1,78$ gesetzt. Auf diese Weise ist die Elektronenkonzentration als Funktion des Radius dem absoluten Betrage nach experimentell festgelegt. Wie man aus Abb. 3 sieht, ist diese Verteilung in der Mitte des Bogens sehr flach und deutet sogar eine Einsenkung an. Diese Erscheinung, die normalerweise erst bei sehr hoher Temperatur zu erwarten ist, muß auf Diffusionsvorgänge zurückgeführt werden, die eine gewisse Anreicherung von Elektronen am Rande des Bogens auf Kosten der achsennahen Gebiete bewirken. Man kann sich diesen Vorgang etwa folgendermaßen veranschaulichen: Geht man von einer radialen Temperaturverteilung der Teilchenkonzentrationen aus, die der radialen Temperaturverteilung entspricht, dann werden Ladungsträgerpaaren nach außen diffundieren, für deren Ersatz neutrale Teilchen im Verhältnis ihrer Konzentration, in unseren Falle also etwa $S:F = 1:6$, nach innen wandern. Von diesen können aber nur die S -Atome ionisiert werden und nach außen zurückkehren, während die zurückbleibenden F -Atome eine Anreicherung der F -Konzentration in Achsennähe bewirken, bis schließlich der F -Strom zum Erliegen gekommen ist und nur noch eine ambipolare Diffusion und S -Rückdiffusion stattfindet. Aus diesem Grunde ist es nicht möglich, aus der relativen Elektronendichteverteilung mit Hilfe des Teilchendiagramms die Temperatur zu gewinnen, sondern man kann nur einen Mittelwert der Temperatur in der Umgebung der Achse aus der mittleren Elektronenkonzentration annehmen. Danach darf man etwa erwarten, daß bei einem Radius von 0,07 cm eine Temperatur von 9700°K herrscht. Den relativen Temperaturverlauf, den wir an diesen Punkt anschließen werden, können wir dem relativen Intensitätsverlauf der Fluorlinie 6870 Å entnehmen. Nach Umrechnung mit der Abelschen Integralgleichung gilt

$$i_L \sim \frac{n_F(T)}{Z_F} e^{-E_m/kT}. \quad (14)$$

(E_m = Anregungsenergie des oberen Zustandes = 117393 cm⁻¹.) Durch Anschluß an den festgelegten Temperaturfixpunkt läßt sich aus dem radialen

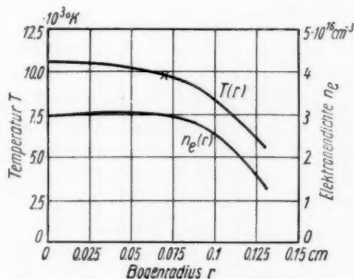


Abb. 3. Temperatur und Elektronendichte als Funktion des Radius, ausgewertet aus Abb. 2

⁶⁾ H. A. Kramers, Phil. Mag. **46**, 836 (1923).

⁷⁾ H. Maecker u. Th. Peters, Z. Physik **139**, 448 (1954).

Intensitätsverlauf der Fluorlinie mit dieser Formel der gesamte radiale Temperaturverlauf ermitteln (Abb. 3).

Damit haben wir experimentell alle Größen gefunden, die zur Berechnung des Fluorquerschnittes nach Gl. (6) notwendig sind. Das Ergebnis ist $Q_{eF} = 7 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 \pm 50\%$.

V. Diskussion

Bei der Ausrechnung zeigte sich, daß die wesentliche Bremsung der Elektronen durch die Ionen erfolgt und daß die Bremsung durch die Fluoratome nur etwa 10 % ausmacht. Die Genauigkeit des Verfahrens wird durch diesen Umstand sehr beeinträchtigt, doch läßt sich zeigen, daß eine Variation der Elektronendichte nur proportional der Temperatur allerdings empfindlicher in den F -Querschnitt eingeht. Alle Fehlermöglichkeiten weisen aber vorzugsweise nach kleineren Querschnitten hin. Jedenfalls wird trotz eines geschätzten Fehlers von $\pm 50\%$ die Größenordnung des F -Querschnittes festgelegt und der Zweck dieser Untersuchung durch die Feststellung erfüllt, daß der Fluor-Querschnitt nicht in der Größenordnung des Querschnittes der Alkalien liegt, sondern sich sehr gut in die schon bisher für richtig erschienene Systematik einordnet (Ab. 4).

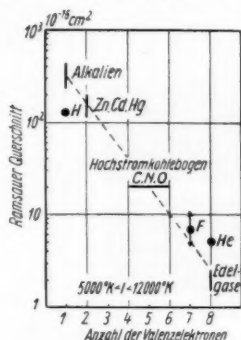


Abb. 4. Ramsauer-Querschnitte als Funktion der Valenzelektronenzahl

Man darf also mit immer größerer Berechtigung sagen, daß den experimentellen Messungen zufolge der Querschnitt der neutralen Atome gegenüber Elektronenstoß systematisch in starkem Maße mit steigender Valenzelektronenzahl abfällt. Weiterhin läßt sich aus dem mitgeteilten Ergebnis schließen, daß die guten Lösseigenschaften fluorhaltiger Materialien nicht auf einem großen Ramsauer-Querschnitt der Fluoratome beruhen, sondern daß die Ursache dieser Eigenschaften in der großen Elektronenaffinität der Fluoratome mit 4,3 eV, die besonders bei relativ niedrigen Temperaturen die Elektronen an die Fluoratome zu binden besteht ist und dadurch die Leitfähigkeit außerordentlich herabsetzt, zu suchen ist.

Erlangen, Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckert-Werke AG.

Bei der Redaktion eingegangen am 28. August 1956.

Wurzelgesetze und Zündstrom

Von M. Fucks und H. Niesters

Mit 11 Abbildungen

Professor Rudolf Seeliger zum 70. Geburtstag gewidmet

Inhaltsübersicht

Aus der Abhängigkeit des Zündstromes I_z vom Fremdstrom I_F in Wasserstoff wird das Gesetz $I_z = \varphi \sqrt{I_F}$ für kleine Fremdströme bestätigt. Bei großen Fremdströmen weicht I_z wie erwartet nach kleineren Werten ab. Die Herstellung der Meßröhre und deren Füllung sowie die Meßmethoden für Fremdströme und Zündströme werden im einzelnen beschrieben und Fehlerquellen untersucht. Das Ähnlichkeitsverhalten der φ -Funktion wird studiert. Es ergibt sich, daß mindestens ein nicht ähnlichkeitstreuer Prozeß bei der Rückwirkung wesentlich ins Spiel tritt.

1. Ziel der Arbeit

In früheren Arbeiten wurde nach der theoretischen Herleitung der Wurzelgesetze für die Zündung der elektrischen Gasentladung^{1) 2)} und nach deren experimenteller Bestätigung die Frage nach der Rückwirkung verschiedentlich behandelt.

Rogowski und Fucks fanden, daß erstens die Durchschlagsspannung U bei merklicher Bestrahlung proportional der Wurzel aus der Fremdstromdichte i_F abnimmt:

$$\frac{AU}{U} = \varphi \sqrt{i_F} \quad (1)$$

und zweitens, daß der Strom beim Durchschlag proportional mit der Wurzel aus dem Fremdstrom wächst:

$$J_z = \varphi \sqrt{J_F}. \quad (2)$$

Das erste Gesetz wurde von mehreren Autoren in verschiedenen Gasen⁴⁻¹²⁾ bestätigt. Für das zweite Gesetz liegen bisher nur wenige Messungen vor^{4) 5) 12)}.

¹⁾ W. Fucks, Z. Physik **92**, 467 (1934).

²⁾ W. Rogowski u. W. Fucks, Arch. Elektrotechn. **29**, 362 (1935).

³⁾ Report of the International Symposium on Electrical Discharges in Gases, Delft 1955.

⁴⁾ W. Rogowski u. H. Wallraff, Z. Physik **97**, 758 (1935).

⁵⁾ R. Schade, Z. Physik **105**, 595 (1937).

⁶⁾ R. Schade, Z. Physik **108**, 353 (1938).

⁷⁾ R. Schöfer, Z. Physik **110**, 21 (1938).

⁸⁾ W. Fucks u. G. Schumacher, Z. Physik **112**, 605 (1939).

⁹⁾ W. Fucks u. H. Bongartz, Z. Physik **20**, 205 (1939).

¹⁰⁾ C. Brinkmann, Arch. Elektrotechn. **33**, 121 (1939).

¹¹⁾ W. Fucks u. F. Kettel, Z. Physik **116**, 651 (1940).

¹²⁾ W. Fucks, Arbeitsgem. f. Forschung d. Landes NRW. 1955, S. 421.

In dieser Arbeit sollen zunächst diese Messungen durch weitere ergänzt werden.

Von W. Fucks¹³⁾ wurden früher zur Deutung der Rückwirkung in Wasserstoff Ähnlichkeitsbedingungen angegeben. Es kann φ/L eine Funktion nur von dem Produkt $p \cdot L$ sein, wenn nur ähnlichkeitstreue Prozesse bei der Rückwirkung eine Rolle spielen (p = Druck, L = Elektrodenabstand, φ aus Gl. (1))

$$\varphi/L = f(p \cdot L). \quad (3)$$

Die entsprechende Ähnlichkeitsbedingung für die Zündstromfunktion heißt bei den gleichen Voraussetzungen:

$$\psi/p = g(p \cdot L). \quad (4)$$

Das zweite Ziel der Arbeit ist es, das Ähnlichkeitsverhalten der experimentell ermittelten ψ -Funktion zu untersuchen.

Meßröhre und Füllung

Die Messungen wurden in abgezogenen und ausgeheizten Röhren durchgeführt, wie sie schon in Arbeiten von Schade⁵⁾, W. Fucks und G. Schuhmacher⁸⁾, W. Fucks und F. Kettel¹¹⁾ und Meili¹⁴⁾ beschrieben wurden.

Die Röhren haben Platinelektroden mit Rogowski-Profil von 70 mm Durchmesser. Der Entladungsraum war zu einer Kugel aufgeblasen. Die Haltevorrichtungen der Elektroden bestanden aus vakuumgeschmolzenem Nickel, die Glasdurchführung aus Platin. Ferner war zur Bestimmung der

Schlagweite in einem Ausschnitt der Hülse des Kathodentiftes ein Nonius angebracht, der es gestattete, den Elektrodenabstand auf $1/20$ mm abzulesen.

Zum Füllen der Röhre wurde eine Hochvakuumapparatur verwandt, wie sie in Abb. 1 dargestellt ist. Zur Herstellung reinsten Wasserstoffs kam nur die elektrolytische Methode in Betracht. Die anschließende Reinigung des Wasserstoffs geschah durch konzentrierte Kalilauge, Trockengefäß, Sauerstoffverbrennungsrohr, Trockengefäß und zuletzt durch Diffusion durch Paladiumrohre.

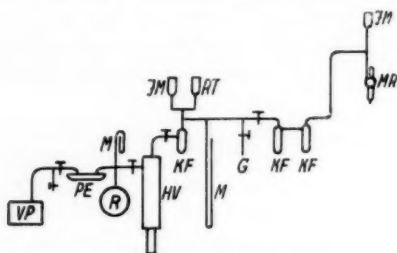


Abb. 1. Hochvakuumapparaturanlage, VP = Vorpumpe, PE = Pentoxydente, M = Manometer, R = Rezipient, HV = Hochvakuumpumpe, IM = Ionisationsmanometerröhre, RT = Röhre für thermoelektrisches Vakuummeter, KF = Kühlfalle, G = Gaseinlaß, MR = Meßröhre

Vor dem Füllen wurde die Hochvakuumapparatur mit der schon angeschmolzenen Versuchsröhre ausgepumpt und mindestens 48 Stunden unter Vakuum gehalten, um letzte Reste von Feuchtigkeit und Dämpfen aus der Apparatur zu entfernen. Gleichzeitig diente diese Maßnahme zur Überprüfung der Dichtigkeit von Schliften und Einschmelzstellen. Sämtliche Hähne und Schiffe wurden vor Beginn gereinigt und neu eingefettet. Wie

¹³⁾ W. Fucks, Arch. Elektrotechn. **40**, 16 (1950).

¹⁴⁾ E. Meili, Helv. phys. Acta **18**, 79 (1945).

ein Versuch bewies, konnte bei sorgfältigem Verfahren ein Druck von 0,05 Torr bei einem einmaligen Auspumpen über 6 Wochen konstant gehalten werden.

Zur Entfernung der Gas- und Wasserhaut an den Glasteilen der Röhren wurden diese in einem Widerstandsofen 6 Stunden lang auf 480–500°C gehalten. Während dieser Zeit war die Hochvakuumapparatur in Betrieb. Ein in unmittelbarer Nähe der Röhre angeschmolzenes Ionisationsmanometer gestattete eine Kontrolle des Druckes in der Röhre. Die Metallteile der Röhren, vornehmlich die Elektroden, wurden anschließend einzeln in einer übergeschobenen Ausheizspule eines 2-MHz-Senders so oft kurzfristig auf helle Rotglut gebracht, bis der Druck bei Rotglut nicht mehr anstieg. Darauf folgte wieder ein 6stündiges Ausheizen der Glasteile bei einer Temperatur von nahezu 500°C. Auf diese Art konnten mühelos Drucke von $3 \cdot 10^{-7}$ Torr erreicht werden. Dieses Endvakuum war bedingt durch die Saugleistung der verwendeten Hochvakuum pumpen.

Das Füllen der Röhren erstreckte sich je nach dem Druck über mehrere Stunden. Flüssige Luft unter den Kühlfallen sorgte dafür, daß keine Fett- oder Quecksilberdämpfe aus den Manometern in die Röhren gelangen konnten. Nach Erreichen des beabsichtigten Druckes wurde die Wasserstoffzufuhr gesperrt und die Röhre nach einer Wartezeit von einer Stunde, während der sich der Druck in den gasgefüllten Teilen der Apparatur ausgleichen konnte, abgezogen. Der eingefüllte Druck wurde auf 0,02 Torr genau vermessen.

Die Konstanz der Zündspannung bei den so hergestellten Röhren erstreckte sich auf mehrere Monate. Um Kriechströme durch Fett oder Wasserschichten auf der Außenwand der Röhre zu vermeiden, wurde diese nach dem Abschmelzen in verdünnter Flußsäure gereinigt und in einem geschlossenen Kasten, in dem Behälter mit Phosphorpentoxyd zur Trocknung aufgestellt waren, an Bernsteinisolatoren aufgehängt.

3. Messungen

a) Fremdstrom

Als Fremdstrom wird der Sättigungswert des Stromes bezeichnet, der durch Bestrahlung der Kathode auf photoelektrischem Wege hervorgerufen wird.

Es ist bekannt, daß die Austrittsarbeit von vielen Faktoren abhängig ist: so von der Oberflächenbeschaffenheit¹⁵⁾, von Gasen, die im Metall inkludiert sind¹⁶⁾ oder vom Gasbelag auf der Oberfläche des Metalls usw. Elektroden können nach jedem Ausheizen eine andere lichtelektrische Empfindlichkeit aufweisen, je nach der Länge der Ausheizdauer. So wurde für Platin nach mehrmaligem Ausheizen nur noch der zehnte Teil des Fremdstromes nach dem ersten Ausheizen gemessen¹⁷⁾.

Aus diesem Grunde wurden die Elektroden vor dem Füllen in einem gesonderten Verfahren unter Vakuum mehrmals ausgeheizt. Der Fremdstrom

¹⁵⁾ R. v. Lieben, Ann. Physik 8, 154 (1902).

¹⁶⁾ H. Paetow u. W. Walcher, Verh. dtsh. physik. Ges. (3) 19, 85 (1938); Pohl u. Pringsheim, Lichtelektrische Erscheinungen; Wiedemann, Hallwachs, Verh. dtsh. physik. Ges. 16, 107 (1914); L. A. Du Bridge, Physic. Rev. 29, 411 (1927).

¹⁷⁾ M. Sende u. H. Simon, Ann. Physik 65, 712 (1921); R. Suhrmann, Ann. Physik (4) 67, 43 (1922).

wurde hervorgerufen durch Bestrahlung mit Quarzglas-Quecksilberhochdrucklampen von 75–900 Watt. Durch Versuche war ermittelt worden, daß die Ausbeute im kurzwelligen Gebiet bei den Lampen besonders hoch lag¹⁸⁾. Die Lampen wurden unter Vorschalten geeigneter Widerstände mit Gleichspannung betrieben. Durch gleichmäßige Kühlung der Kathode wurden die Intensitätsschwankungen klein gehalten.

Zur Messung des Fremdstromes wird der dunkle Vorstrom bei Bestrahlung in Abhängigkeit von der Spannung aufgetragen. Einen ausgesprochenen Sättigungswert des dunklen Vorstromes erhält man nur bei kleinen Drucken und schwachen Bestrahlungen. Dieser Sättigungswert gibt sogleich die Größe des Fremdstromes I_F an. Bei größeren Drucken und stärkerer Bestrahlung erhält man keine ausgesprochene Sättigung mehr, weil bei höheren Fremdströmen die Absaugspannungen schon so groß werden, daß der α -Prozeß einsetzt: man erhält einen Wendepunkt, der aber keinesfalls ein Maß für den Fremdstrom ist. In dem letzteren Fall kann man den Fremdstrom aus dem zunächst ansteigenden Kurvenzweig des dunklen Vorstromes nach der Townsendschen Beziehung für verschiedene Punkte mit bekannten α -Werten nach der Tabelle 1 berechnen. In dieser Tabelle ist der Fremdstrom bei dem Druck $p = 200$ Torr und $L = 0,4$ cm aus den Größen U und I im Teil des exponentiellen Anstieges der Strom-Spannungs-Charakteristik des dunklen Vorstromes für verschiedene Spannungen und die dazugehörigen Ströme berechnet worden. In der letzten Spalte ist der abgelesene Sättigungswert des dunklen Vorstromes eingetragen. Die α/p -Werte stammen aus der von W. Fucks und F. Kettel¹⁴⁾ gemessenen α -Kurve. Bildet man den Mittelwert der berechneten I_F -Werte, so erhält man eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit dem aus der Sättigung abgelesenen Wert des Fremdstromes in der letzten Spalte.

Tabelle 1

Abb. 2. Tabelle der nach der Beziehung $I = I_F \cdot e^{\alpha L}$ berechneten Fremdströme

$P; L$	U [Volt]	I [Amp.]	E [Volt/cm]	E/p [V/cm Torr]	α/p [1/cm Torr]	α [1/cm]	αL	$e^{\alpha L}$	$I_F = \frac{I}{e^{\alpha L}}$ [Amp.]	I_F gemessen [Amp.]
$P=200$ Torr $L=0,4$ cm	1600	$11 \cdot 10^{-9}$	4000	20,0	0,008	1,8	0,72	2,03	$5,35 \cdot 10^{-9}$	$5,4 \cdot 10^{-9}$
	1800	$12,1 \cdot 10^{-9}$	4500	22,5	0,01	2	0,8	2,23	$5,4 \cdot 10^{-9}$	$5,4 \cdot 10^{-9}$
	2000	$26,6 \cdot 10^{-9}$	5000	25	0,02	4	1,6	4,92	$5,45 \cdot 10^{-9}$	$5,4 \cdot 10^{-9}$
	2200	$114 \cdot 10^{-9}$	5500	27,5	0,038	7,6	3,05	21	$5,3 \cdot 10^{-9}$	$5,4 \cdot 10^{-9}$
	2400	$685 \cdot 10^{-9}$	6000	30,0	0,061	12,2	4,86	130	$5,4 \cdot 10^{-9}$	$5,4 \cdot 10^{-9}$

Beim Fehlen geeigneter α -Werte wurden diese nach Townsend bestimmt, ohne den Fremdstrom direkt zu messen. Es ist aber darauf zu achten, daß der Fremdstrom während der ganzen Messungen konstant bleibt. Man mißt den photoelektrisch erzeugten Strom in Abhängigkeit vom Elektrodenabstand bei konstantem Druck und konstanter Feldstärke, dann erhält man, wie bekannt, bei halblogarithmischer Auftragung des Stromes gegen den

¹⁸⁾ Herrn Direktor Eugen Kersting von der Firma Radium in Wipperfürth sei an dieser Stelle für die Überlassung der erwähnten Quecksilberdampflampen herzlichst gedankt.

Elektrodenabstand eine Gerade, wenigstens für nicht zu große Feldstärken, aus deren Anstieg sich α bestimmt. Hier wurden für ein und dieselbe Bestrahlungsstärke die Kurven des dunklen Vorstromes mit L als Parameter bis kurz vor der Zündung aufgenommen. Auf den einzelnen Kurven ließen sich Punkte bestimmter Feldstärken festlegen, die dann mit den dazugehörigen Strom- und L -Werten auf die halblogarithmische Auftragung des Stromes gegen den Plattenabstand mit den Parametern $E = \text{const}$ übertragen werden konnten, vgl. Abb. 2 und 3.

b) Zündstrom

Es wurden zwei verschiedene Wege eingeschlagen, um den Zündstrom zu messen. Der erste Weg ging dahin, den Zündstrom beim Durchlaufen der Charakteristik zu bestimmen, wie schon von Schade⁶⁾ und Schöfer⁷⁾ angegeben. Der Aufbau der Apparatur ist aus Abb. 4 zu ersehen. Als Spannungsquelle diente bei großen p - L -Werten eine Hochspannungstrockenbatterie Pertrix Nr. 79 (300, 800, 1200 Volt) in Verbindung mit normalen Anodenbatterien (120 Volt); bei kleineren p - L -Werten wurde das Steinlein-Hochkonstant Netzgerät HK 1000 verwendet, dessen Spannung von 120 Volt an kontinuierlich bis 800 Volt geregelt werden konnte.

Statt der Diode in Abb. 4 konnte man auch einen entsprechenden Vorwiderstand benutzen, jedoch hatte dies den Nachteil, daß man mit sehr hohen Spannungen arbeiten mußte, um der Widerstandsgeraden eine entsprechende Neigung zu geben. Die Aufnahme der Charakteristik mit der Diode war bei bestrahlter Funkenstrecke einwandfrei durchzuführen, jedoch bereitete die Spannungsmessung im unbestrahlten Fall sehr große Schwierigkeiten.

In Abb. 5 ist eine vollständige Strom-Spannungs-Charakteristik wiedergegeben. Wie man deutlich sieht, ist wegen des flachen Verlaufs der Kurve beim Maximum die Angabe über den Zündstrom nicht sehr genau. Aus diesem

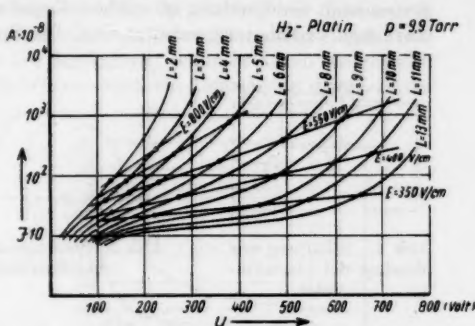


Abb. 2. Strom-Spannungs-Charakteristik des dunklen Vorstromes bei verschiedenen Schlagweiten L . Die ausgezogenen Geraden verbinden Punkte gleicher Feldstärke

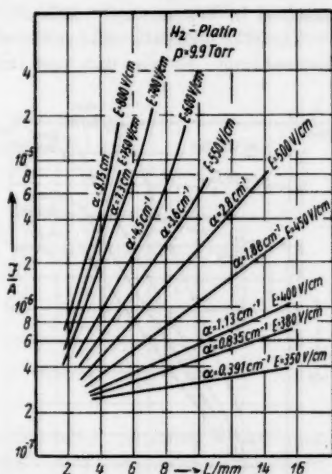


Abb. 3. Anstieg des Stromes mit dem Elektrodenabstand bei $E = \text{const}$

Grunde wurde zweitens in der vorliegenden Arbeit der Zündstrom auf folgende Weise bestimmt: Es wurde ein Begrenzungswiderstand R verwandt, der den Strom nach der Zündung in solchen Grenzen hielt, daß das verwendete Lichtmarkengalvanometer geschützt war. Die Spannung wurde so lange gesteigert,

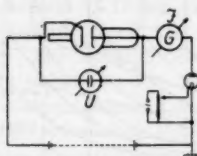


Abb. 4. Schaltung zur Messung der Charakteristik

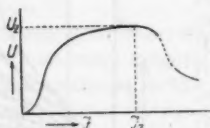


Abb. 5. Stromspannungscharakteristik

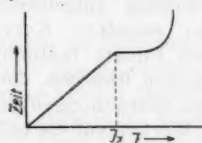


Abb. 6. Zeitlicher Verlauf des Stromes bei der Zündstrommessung

bis die Zündung erfolgte. Wenn man die Spannung langsam genug wachsen ließ, konnte man den Strom sehr genau bis zum Durchschlag verfolgen und ablesen (s. Abb. 6). Die so erhaltenen Zündstromwerte waren genau ablesbar und sehr gut reproduzierbar.

4. Meßergebnisse und Diskussion

Die gemessenen Zündströme sind in Abhängigkeit von der Wurzel aus dem Fremdstrom aufgetragen. Man erhält eine sehr gute Bestätigung des Wurzelgesetzes in Wasserstoff (Abb. 7).

Die Wurzelgesetze sind selbst eine zweite Näherung und gelten für schwache Bestrahlung. Es war nun von Interesse, die Zündströme auch bei stärkeren Bestrahlungen zu messen, um zu ermitteln, bei welchem Fremdstrom die Zündströme von der Wurzelgeraden abweichen. Es wurden dazu die stärksten Bestrahlungslampen verwendet, die zur Verfügung standen (900 Watt). In Abb. 8 sind die Ergebnisse dieser Messungen aufgetragen, und zwar eine zehnprozentige Abweichung des Zündstromes von der Wurzel bei verschiedenen Schlagweiten in Abhängigkeit von der Wurzel aus dem Fremdstrom.

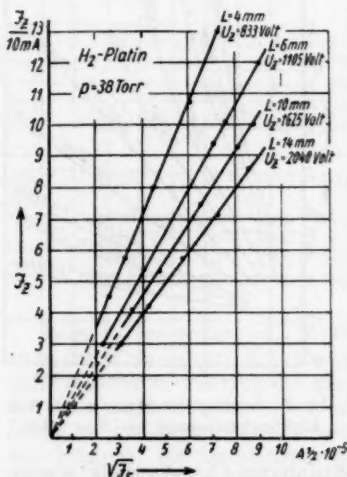


Abb. 7. Zündstrom in Abhängigkeit von der Wurzel aus dem Fremdstrom

Im folgenden soll nun etwas über das Ähnlichkeitsverhalten der Funktion φ im Wurzelgesetz für den Zündstrom gesagt werden. Bei der früheren Auswertung der gemessenen φ -Funktion in dem Gesetz für die Zündspannung ergab sich bei W. Fucks und F. Kettel eine vom Druck weitgehende Unabhängigkeit der Funktion (Abb. 9 und 10). Daraus folgte, daß mindestens ein Elementarprozeß bei der

Rückwirkung eine wesentliche Rolle spielt, der nicht ähnlichkeitsreu ist. Unter die nichtähnlichkeitstreuen Prozesse fallen ¹²⁾: Stufenweise Ionisierung über angeregte, insbesondere metastabile Zustände; Anregungs- und Ionisierungsprozesse durch Eigenlicht der Entladung, wenn es durch stufenweise Anregung oder als Rekombinationsleuchten entsteht; Ionisierung durch Stöße

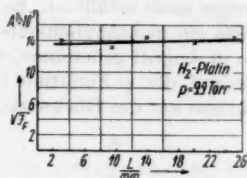


Abb. 8. 10proz. Abweichung des Zündstromes von der Wurzelgeraden

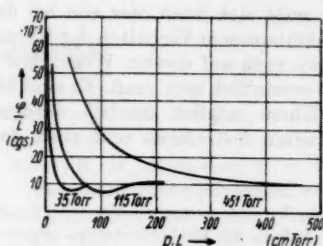


Abb. 9. $\varphi/L = f(p \cdot L)$

zweiter Art in einem leicht ionisierbaren Zusatzgas, wenn der Prozentgehalt des Zusatzgases nicht konstant, sondern von irgendwelchen Entladungsparametern abhängig ist.

Von diesen Möglichkeiten scheidet die erste bei Wasserstoff aus, da Wasserstoff keine metastabilen Zustände hat ¹⁰⁾. Die Untersuchungen aller anderen Prozesse liefert nach W. Frahn ²⁰⁾ folgendes Bild: Die Rückwirkung durch

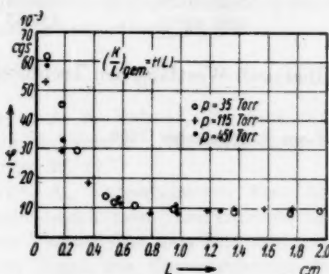


Abb. 10. $\varphi/L = f(L)$

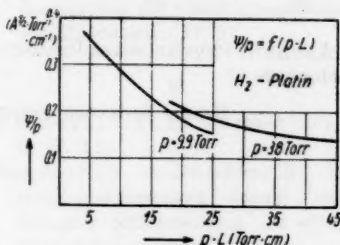


Abb. 11. $\varphi/p = f(p \cdot L)$

Resonanzstrahlung kommt nur für Drucke in Betracht, die unter 1 Torr liegen. Die Wahrscheinlichkeit der Rückwirkung durch Elektronen-Rekombinationsstrahlung ist wegen der kleinen Wirkungsquerschnitte in Wasserstoff viel zu gering. Als drittes bliebe die Rückbildung durch Molekülelektrekombinationsstrahlung. Die Durchrechnung dieses Problems führte zu einem Ergebnis, das sehr gut mit den experimentellen Resultaten übereinstimmte, wenn man

¹⁰⁾ H. Bethe, Handb. d. Phys., 2. Auflage, Bd. XXIV/1, S. 452–460; F. Ehrenkranz, Physic. Rev. **55**, 219 (1939); W. E. Bowls, Physic. Rev. **53**, 293 (1938).

²⁰⁾ W. Frahn, Dissertation Aachen 1953.

annimmt, daß der Rekombinationsprozeß im Dreierstoß mit einer neutralen Gasmolekel erfolgt.

Zur Untersuchung der ψ -Funktion rechnen wir die Fremdströme I_F -ähnlichkeitstreu um (Tab. 2) und stellen ψ/p als Funktion von $p \cdot L$ dar (Abb. 11). Die Messungen wurden nur bei den Drucken $p = 9,9$ Torr und $p = 38$ Torr durchgeführt, so daß die Vergleichsmöglichkeiten zunächst noch gering sind; jedoch zeigt sich auch hier wie bei der φ -Funktion, daß die Bedingung bei ähnlichkeitstreuem Verhalten der Elementarprozesse nicht erfüllt ist. Es ergibt sich also auch auf diesem Wege, daß mindestens ein nichtähnlichkeitstreuer Prozeß wesentlich sein muß. Es sind Messungen in Angriff genommen, welche es in Kürze möglich machen werden, den Verlauf der ψ -Funktion in den Einzelheiten festzulegen und auch daraus Schlüsse auf die Rückwirkung zu ziehen.

Tabelle 2
Tabelle der ähnlichkeitstreu umgerechneten Fremdströme. ψ aus Gl. (2)

$p \cdot L$ [Torr · cm]	P [Torr]	L [cm]	I_F [Amp.]	ψ/p [Amp ^{1/2} · Torr ⁻¹]
2	9,9	0,202	$2,5 \cdot 10^{-8}$	0,16
4	9,9	0,405	$2,5 \cdot 10^{-8}$	0,144
6	9,9	0,606	$2,5 \cdot 10^{-8}$	0,129
10	9,9	1,01	$2,5 \cdot 10^{-8}$	0,111
20	9,9	2,02	$2,5 \cdot 10^{-8}$	0,065
	38	0,528	$3,62 \cdot 10^{-8}$	0,079
	9,9	3,03	$2,5 \cdot 10^{-8}$	0,05
30	38	0,79	$3,62 \cdot 10^{-8}$	0,067
40	38	1,05	$3,62 \cdot 10^{-8}$	0,0605
50	38	1,32	$3,62 \cdot 10^{-8}$	0,0563

Aachen, Physikalisches Institut der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule.

Bei der Redaktion eingegangen am 3. September 1956.

Namenregister 1956

6. Folge, Band 17—18

A

- Andrä, W. u. Schwabe, E., Eine einfache Methode, magnetische Elementarbezirke mit trockenem Pulver sichtbar zu machen 17, 55.
 Andrä, W., Ferromagnetische Bezirke auf Mangan-Wismut bei tiefen Temperaturen 17, 78.
 Andrä, W., Magnetische Pulvermuster auf Kobalt bei höheren Temperaturen 17, 233.
 Ankel, Th. u. Wintermeyer, W., Die untere durch statistische Schwankeffekte bedingte Meßgrenze einer Verstärkeranordnung 18, 181.

B

- Bauer, A. u. Schulz, P., Eine teilwandstabilisierte Xenon-Hochdrucklampe 18, 227.
 Bauer, A., Untersuchungen über den Kathodenfall in den Übergangsbereichen vom Thermobogen zum Feldbogen und vom Bogen zur Glimentladung 18, 387.
 Bez, W., Höcker, K. H. u. Mayser, B., Der Anodenfall in Niederdruckentladungen 18, 335.
 Bodmann, H.-W., Ein Gerät zur automatischen Messung des Wolterschen Farbabstandes 17, 28.
 Böer, K. W. u. Vogel, H., Nichtstationäre Vorgänge in Photoleitern. I. Langzeitiges Anklingen der Photoleitung in CdS-Einkristallen als Methode zur Störtermalanalyse 17, 10.

Böer, K. W., Kümmel, U. u. Molgedey, G., Elektronenrauschen von CdS-Einkristallen bei hohen Feldstärken 17, 344.

Buchdahl, H. A., Über Approximationen der Thomas-Fermi-Funktion 17, 238.

Burck, H., Bestimmung des radialen Dichte- und Temperaturverlaufs in einer Xenon-Höchstdrucklampe 18, 312.

C

Cuny, K. H. u. Wolf, K. L., Präzisierung der Blasendruckmethode zur Bestimmung der Oberflächenspannung von Flüssigkeiten 17, 57.

D

Desmukh, A. P., vgl. Parthasarathy, S. 17, 170.

Deubner, A. u. Rambke, K., Leitfähigkeitsänderungen dünner aufgedampfter Silberschichten bei elektrostatischer Aufladung 17, 317.

E

Eckart, F., Leitfähigkeitsmessungen an hochgereinigtem Selen 17, 84.

Ecker, G. u. Weizel, W., Zustands- und effektive Ionisierungsspannung eines Atoms im Inneren des Plasmas 17, 126.

Emendörfer, D., Zur Nukleonenbindung bei statischen Zweikörperkräften 17, 298.

Euler, J., Die axiale Temperaturverteilung im Inneren der Anode des Kohlebogens und das Wärmeleitvermögen von Graphit bei hohen Temperaturen 18, 345.

F

Feldt, W. u. Raether, H., Über die Statistik des Zündverzuges 18, 370.
Flügge, W., Zur Theorie der stationären Mikrowellenentladung 18, 251.
Friedewold, H., vgl. Vogt, E. 17, 281.
Fritzsche, C., Die Halbleitereigenschaften des ZnAs_2 17, 94.
Fucks, M. u. Niesters, H., Wurzelgesetze und Zündstrom 18, 447.

G

Geißler, D., Streuung an einem Kastenpotential 18, 113.
Geißler, D., Zur Theorie der Proton-Proton-Streuung bei hohen Energien 18, 125.
Gombás, P., Über eine Modifikation der Weizsäckerschen Korrektur im statistischen Atommodell 18, 1.
Grümm, H., Ebene elektrostatische Felder, die eine strenge Berechnung der Elektrobahnen zulassen 17, 269.
Grümm, H., Rotationssymmetrische elektrostatische Felder, die eine strenge Berechnung der Elektrobahnen zulassen 17, 275.
Guruswamy, D. S., vgl. Parthasarathy, S., 17, 170.

H

Heber, G., Zur Theorie der Elementarteilchen. II, 17, 102.
Helmis, G., Zur Theorie der Störstellenelektronen. I. Optische Übergänge 17, 356.
Höcker, K. H., vgl. Bez, W., 18, 335.

J

Jäkel, Th., Zur Messung der Dielektrizitätskonstanten von Flüssigkeiten im Dezimeterbereich 17, 42.

Jánossy, L. u. Nagy, K., Über eine Form des Einsteinschen Paradoxes der Quantentheorie 17, 115.

K

Kästner, S., Das Reflexionsvermögen und die Durchlässigkeit eines Schichtsystems visko-elastischer Medien bei Einfall einer ebenen Schallwelle unter beliebigem Winkel 18, 190.
Klier, E., Wechselstrommessungen an Kadmiunsulfid-Spaltzellen 18, 163.
Kluge, W. u. Schulz, A., Die selbständige Entladung in gasgefüllten Photozellen 18, 321.
Koekel, B., Bemerkungen zur Arbeit: „Der Grundzustand des Wasserstoffmoleküls“ 17, 236.
Köhrmann, W., Der Einfluß der Luftfeuchtigkeit auf den elektrischen Durchschlag in Luft 18, 379.
Krebs, K. u. Meerbach, H., Die Elektronendichte und Geschwindigkeitsverteilung bei der Pendelvervielfachung von Sekundärelektronen 18, 146.
Kümmel, U., vgl. Böer, K. W., 17, 344.

L

Legler, W., Statistische Probleme bei Nachlieferungsprozessen und beim Townsend-Aufbau von Gasentladungen 18, 374.

M

Macke, W., Zur wellenmechanischen Behandlung von Vielkörperproblemen 17, 1.
Maeecker, H., Über den Querschnitt des Fluoratoms geg nüber Elektronenstoß 18, 441.
Mathur, S. S., vgl. Parthasarathy, S., 18, 220.
Mayser, B., vgl. Bez, W., 18, 335.
Meerbach, H., vgl. Krebs, K., 18, 146.
Meyer, K., Zur Durchführung eines Variationsverfahrens in einer skalaren Feldtheorie 17, 109.

Meyer, K., Zur Durchführung des Tomonaga-Verfahrens in einer skalaren Modelltheorie 18, 104.

Mierdel, G., Die Zündung positiver Säulen aus einem Niederdruckplasma heraus 18, 262.

Möglich, F., Zur Hydrodynamik wirbelfreier Elektronenfelder 18, 230.

Molgedey, G., vgl. Böer, K. W., 17, 344.

Mühlschlegel, B., Beitrag zur Leitfähigkeitstheorie der Metalle bei tiefen Temperaturen 17, 199.

Müller, G., Über die Spannungsabhängigkeit einer spontanen Anfangsdeformation bei kubisch-flächenzentrierten Metallen 17, 141.

Müller, G., vgl. Weizel, W., 18, 417.

N

Nagy, K., vgl. Jánossy, L., 17, 115.

Neumann, W., Spektralphotometrische Messungen zu einer wandstabilisierten Xenon-Hochdruckentladung 17, 146.

Niesters, H., vgl. Fucks, M., 18, 447.

Nölle, E., Ein neues Verfahren zur Messung des Raumpotentials in Niederdruckentladungen 18, 328.

P

Palm, E., Über den Druck in Xenon-Hochdruckentladungsgefäßen 18, 17.

Pancholy, M., vgl. Parthasarathy, S., 17, 417.

Pancholy, M., vgl. Parthasarathy, S., 18, 220.

Papapetrou, A., Rotverschiebung und Bewegungsgleichungen 17, 214.

Parthasarathy, S., Guruswamy, D. S. and Deshmukh, A. P., Brillouin Components in Light Scattering in Relation to Sound Absorption 17, 170.

Parthasarathy, S., The Ratio of Specific Heats γ as a Fundamental Physical Property of Liquids 17, 178.

Parthasarathy, S. and Pancholy, M., Sound Propagation in Liquids 17, 417.

Parthasarathy, S., Pancholy, M. and Mathür, S. S., Sound Absorption in Liquids; Thermal Methods 18, 220.

Pfeifer, H., Die Amplitude des primären Echos bei der Hahnschen Spin-Echo-Methode 17, 23.

R

Rademacher, K. u. Wojaczek, K., Der Längsgradient der positiven Säule der Argonentladung in weitem Rohr 17, 293.

Rademacher, K., vgl. Wojaczek, K., 18, 237.

Raether, H., vgl. Feldt, W., 18, 370.

Rambke, K., vgl. Deubner, A., 17, 317.

Rother, H., Der Starkeffekt des Wasserstoffs bei kleinen Feldstärken 17, 185.

S

Seeliger, R., Widmung zum 70. Geburtstag 18, 225.

Seiwert, R., Der Einfluß der Strahlungsdiffusion auf das Intensitätsverhältnis der Alkali-Resonanzlinien 17, 371.

Seiwert, R., Das Intensitätsverhältnis der NaD-Linien im Fluoreszenzlicht 18, 35.

Seiwert, R., Stöße mit Natrium-Atomen in einem der beiden 3^2P -Zustände 18, 54.

Sch

Scheffers, H., Über die Bestimmung der freien Weglänge der Leitungselektronen aus galvanomagnetischen Effekten 18, 29.

Schmutzer, E., Zur relativistischen Elektrodynamik in beliebigen Medien 18, 171.

Schneider, F., Objektive spektralphotometrische Untersuchungen in der Glimmentladung 18, 297.

Schöpf, H.-G., Erhaltung und Invarianz 18, 278.

Schramm, K.-H., Eine statistische Theorie der Supraleitung 17, 155.

Schramm, K.-H., Zur Theorie der Schallgeschwindigkeit in Metallen 17, 242.

Schröder, G. A., Der Einfluß der Luftfeuchtigkeit auf die Durchbruchspannung einer Plattenfunkenstrecke 18, 385.

Schulz, A., vgl. Kluge, W., 18, 321.

Schulz, D., Bemerkung zu Intensitätsmessungen mit Ionisationskammern 17, 423.

Schulz, P., vgl. Bauer, A., 18, 227.

Schulz, P. u. Steck, B., Untersuchungen über die positive Säule von Xenon-Hochdruckbögen höherer Belastung 18, 401.

Schwabe, E., vgl. Andrä, W., 17, 55.

Schwabe, G., Über eine von der Lichtrichtung abhängige Photo-EMK an polykristallinen PbS-Schichten 17, 249.

St

Steck, B., vgl. Schulz, P., 18, 401.

Strohrmann, G., Voltaspannungen monomolekularer Filme in elektrischen Feldern 18, 80.

T

Thiel, H., Zur Kristallstruktur des schwarzen Phosphors 17, 122.

V

Vogel, H., vgl. Böer, K. W., 17, 10.

Vogt, E. u. Friedewold, H., Zum Diamagnetismus und Paramagnetismus in metallischen

Mischkristallreihen. VII. α -Phasen von Kupfer und Silber mit B-Elementen 17, 281.

W

Waibel, E., Zur Erregbarkeit der roten und grünen Lumineszenz von Kadmiunsulfidkristallen 17, 389.

Wallis, G., Optische und elektrische Messungen an Caesium-Antimonschichten verschiedener Zusammensetzung 17, 401.

Weizel, W., vgl. Ecker, G., 17, 126.

Weizel, W. u. Müller, G., Die Verteilung der Stromdichte über die Kathode einer Glimmentladung 18, 417.

Wilhelm, J., Zur Theorie des Kathodenfalles einer Glimmentladung 17, 225.

Wilhelm, J., Zum Übergang Plasma-Raumladungsschicht 18, 288.

Winde, B., Kathoden- und Anodenfall beim wandstabilisierten Argonbogen 17, 263.

Wintermeyer, W., vgl. Ankel, Th., 18, 181.

Wojaczek, K., vgl. Rademacher, K., 17, 293.

Wojaczek, K. u. Rademacher, K., Über die Beweglichkeit der Elektronen im nichtisothermen Argonplasma 18, 237.

Wolf, K. L., vgl. Cuny, K. H., 17, 57.

Wolter, H., Zur Messung physikalischer Größen mit Hilfe der Farben 17, 329.

Verantwortlich

für die Schriftleitung: Prof. Dr. Friedrich Mögliche, Berlin-Buch, Lindenberger Weg 70; für den Anzeigenteil: VEB Georg Thieme, Anzeigenabteilung, Leipzig C 1, Thomaskirchhof 20, Ruf 21 005. Z. Z. gilt Anzeigenpreisliste Nr. 4. Verlag: Johann Ambrosius Barth, Leipzig C 1, Salomonstraße 18B, Fernruf: 63105, 63781. Veröffentlicht unter der Lizenznummer 285/1264 des Amtes für Literatur und Verlagswesen der Deutschen Demokratischen Republik
Printed in Germany Druck: Paul Dünhaupt, Köthen (IV/5/1) L 186/56

Das neue
ZEISS
EINFADEN-PROJEKTIONS-
ELEKTROMETER



Skalenablesung an einer Mathebe oder mit Mikroskop.
geschlossener Aufbau (Schalter, Umpoler und Abgleich-
potentiometer eingebaut)

Anfragen unter 32/ R.2. 13rd 61* erbeten

VEB CARL ZEISS JENA

PRESSLER



PHOTOZELLEN

für Wissenschaft und Technik

Wissenschaftliche Selbstbiographie

Von Max Planck

3. Auflage, 34 Seiten mit einem Bildnis.
1955. DIN A 5, DM 1,35

Bildet: Lebensdarstellungen deutscher
Naturforscher, Nr. 5. Herausgegeben von
der Deutschen Akademie der Natur-
forscher (Leopoldina).

Physikal. Blätter: Planck hat uns eine
Schrift nachgelassen, die neben dem Ent-
wicklungsgang eines der größten Gelehr-
ten manche wertvolle Einzelheit enthält.

JOHANN AMBROSIOUS BARTH / VERLAG / LEIPZIG

Grundtatsachen der sphärischen Astronomie

Von Prof. Dr. JULIUS DICK

Wissenschaftlicher Leiter der Sternwarte Berlin-Babelsberg

IV, 103 Seiten mit 48 Abbildungen im Text. 1956. DIN A 5.

DM 5.—, Halbleinen DM 6.—

Mit diesem Buch gibt der Verfasser eine leichtfaßliche Ersteinführung in die Grundtatsachen der sphärischen Astronomie und, darin einbegriffen, in die Reduktion astronomischer Beobachtungen. Stoffauswahl wie Darstellungsform sind darauf ausgerichtet, für die Himmelskunde Interessierte anzusprechen, sie durch die Schärfe der Definitionen sowie die zwingende Logik der Deduktionen der klassischen Astronomie zu fesseln und so zu späterem Studium tiefergehender Werke anzuregen.

JOHANN AMBROSIOUS BARTH / VERLAG / LEIPZIG

Elektronenoptische Bildwandler und Röntgenbildverstärker

Von Dr. FRIEDRICH ECKART

Institut für Festkörperforschung der Deutschen Akademie der Wissenschaften, Berlin

VIII, 166 Seiten mit 167 Abbildungen im Text. 1956. Gr. 8°.

DM 23.70, Ln. DM 25.20

Mit den elektronenoptischen Bildwandlern und Röntgenbildverstärkern stehen heute technische Geräte zur Verfügung, die in Forschung, Technik und Medizin in steigendem Umfange Anwendung finden. Sie erweitern gewissermaßen die Farbempfindlichkeit des Auges vom nahen Ultraviolett bis zum nahen Ultrarot. Bei den heute gegebenen technischen Möglichkeiten ist gleichzeitig auch eine Bildverstärkung erzielbar, so daß sich mit dem Röntgenbildverstärker neue Anwendungsgebiete der Röntgenzinnematographie und der Röntgendiagnostik eröffnen. Die vorliegende Monographie gibt eine zusammenfassende Darstellung über die Grundlagen, technischen Möglichkeiten und Anwendungsgebiete des Bildwandlers und Bildverstärkers und wird dazu beitragen, die weitere technische Entwicklung anzuregen, um den Einsatz dieser elektronenoptischen Geräte in Forschung, Technik und Medizin zu fördern.

Arbeitstagung Festkörperphysik II

vom 8. bis 11. April 1954 in Dresden

Redaktion Dr. K. W. Böer, Berlin

219 Seiten mit 205 Abbildungen im Text. 1955. Gr. 8°. DM 21.—

Neue Hütte: Der dargebotene Stoff hat keineswegs nur für den theoretischen Physiker oder Physiko-Chemiker, sondern auch für den physikalisch-chemisch orientierten Metallkundler besonderes Interesse. Man kann sagen, daß die Niederlegung der Tagungsberichte in Buchform sehr wertvoll ist, da sich in den Vorträgen eine große Zahl fruchtbarer Gedanken und Ansätze zur Theorienbildung zeigt. Die Beiträge sind von hohem wissenschaftlichem Niveau.

Thümmler

Klassische Arbeiten deutscher Physiker

Herausgegeben von der Physikalischen Gesellschaft in der
Deutschen Demokratischen Republik

Heft 1: W. C. RÖNTGEN, Grundlegende Abhandlungen über die X-Strahlen.
44 Seiten und 1 Porträt. 1954. Gr. 8°. DM 2.70

Heft 2: FRIEDRICH-KNIPPING-LAUE, Interferenzerscheinungen bei Röntgenstrahlen. 36 S. m. 3 Abb. i. T. und 4 Tafeln. 1955. Gr. 8°. DM 3.—

Zu den Grundlagen der modernen Physik und ihrer Weiterentwicklung haben deutsche Physiker wesentliche Beiträge geleistet. Die Ergebnisse ihrer Forschungen sind selbstverständliche Voraussetzungen physikalischer Arbeit geworden. Leider sind die Originalfassungen der Abhandlungen, in denen zum ersten Male die wegweisenden Forschungsergebnisse veröffentlicht wurden — ein großer Teil erschien in den „Annalen der Physik“ — heute vor allem dem Nachwuchs kaum bekannt.

Die Physikalische Gesellschaft in der Deutschen Demokratischen Republik hat sich deshalb entschlossen, sie in einer Sammlung zusammenzufassen, um einem weiteren Kreis Interessierter die Möglichkeiten zum Quellenstudium zu geben.

JOHANN AMBROSIOUS BARTH / VERLAG / LEIPZIG

n

ech-
m-
ages
hen
dem
der
nde
des
Ent-
ing.

ker
all-
hte
Ge-
en-
nier

en.

nt-

cebe
ost-
mal-
gs-

es-
reis

G